云南大学学报（自然科学版），2011，33（2）：131～135 CN 53－1045/N ISSN 0258－7971
Journal of Yunnan University http://www.yndxxb.ynu.edu.cn

柱心为 A_5^3 的 SD 型拟本原置换群的次轨道[*1]

周安勇，余小芬，季海霞，王晓福，潘江敏
（云南大学 数学系，云南 昆明 650091）

摘要：分析了 SD 型拟本原置换群的作用，确定了柱心为 A_5^3 的 SD 型拟本原置换群 G 的次轨道的个数及其长度，从而确定了所有 G 弧传递图的度数.

关键词：拟本原置换群；次轨道；轨道长；轨道图
中图分类号：G 642.4　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：0258－7971（2011）02－0131－05

设 G 为集合 Ω 上的传递置换群，$\alpha\in\Omega$. G 的点稳定子群 $G_\alpha:=\{x\in G\mid\alpha^x=\alpha\}$ 在 Ω 上的每个轨道称为 G 的 1 个次轨道，G 的次轨道的个数称为 G 的秩. 此外，G 可自然诱导 $\Omega\times\Omega$ 上的作用，G 在 $\Omega\times\Omega$ 上的每个轨道称为 G 的 1 个 Orbital. 设 Δ 为 G 的任意一个 Orbital，我们可以定义相应的轨道图 O_Δ，其顶点集为 Ω，弧集为 Δ. 一个图 Γ 称为弧传递图，如果存在 Γ 的自同构群 G 使得 G 在 Γ 的弧集上是传递的. 弧传递图是最重要的对称图类之一，也是代数图论中最重要的研究对象. 一个著名的结果是：G 的轨道图 O_Δ 都为 G 弧传递图，且度数为 G 的某个次轨道的长度；反过来，任何一个 G 弧传递图都同构于 G 的某个轨道图[1]. 这个结果确立了传递置换群的轨道图和次轨道在置换群和代数图论中十分重要的地位. 特别地，对于给定的置换群类，确定其轨道图（尤其是确定其次轨道的长度——即相应的轨道图的度数）成为了代数图论中一个重要的研究课题.

关于传递置换群的次轨道和轨道图已经得到了若干研究结果. 例如，文献[2] 研究了具有长为 2 的非自共轭的次轨道的传递置换群；文献[3] 研究了具有长为 4 的次轨道的本原置换群；文献[4] 则研究了一般的具有小的轨道图的本原置换群；文献[5] 确定了具有小的次轨道的本原置换群及其次轨道；文献[6] 研究了传递置换群的轨道图的分解，并由此提出了对称图的齐次因子分解理论.

设 G 为 Ω 上的置换群，如果 G 的每个非平凡正规子群都在 Ω 上传递，则称 G 为 Ω 上的拟本原置换群[7-8]. G 的所有极小正规子群的乘积称为 G 的柱心，记为 $soc(G)$. 著名的 O'Nan－Scott 定理依据柱心的结构及其作用将拟本原置换群分为了 8 种类型[9]. O'Nan－Scott 定理也确立了研究本原置换群的 2 步策略：① 研究拟本原置换群；② 研究非拟本原置换群在其非本原系统上诱导的本原作用. 如果拟本原置换群 G 的柱心 $soc(G)=T^k$，且其点稳定子群 $soc(G)_\alpha\cong T$，其中 T 为非交换单群，$k\geqslant 2$，$\alpha\in\Omega$，则称 G 为 Ω 上 SD 型拟本原置换群. 本文的主要目的是对 SD 型拟本原置换群的作用进行讨论，并且完全确定 $soc(G)=A_5^3$ 的 SD 型拟本原置换群 G 的所有次轨道，从而也确定了所有 G－弧传递图的度数.

设 G 为 Ω 上的 SD 型拟本原置换群，且 $N:=soc(G)=T^k$，其中 T 为非交换单群，$k\geqslant 2$. 则 $N\lhd G\leqslant T^k.(Out(T)\times S_k)$，$N_\alpha=\{(t,t,\cdots,t)\}\cong T$. 设 $G=N.O$，则 $G_\alpha\cong N_\alpha.O$，其中 $O\cong G/N$. 因为 G 拟本原，N 在 Ω 上传递，由于每个传递作用都等同于一个陪集作用[10]，故可等同 Ω 与 $[N:N_\alpha]$. 由于 $[N:N_\alpha]=[T^k:T]$ 与集合 T^{k-1} 存在一一对应，故可进一步将 Ω 等同为 T^{k-1}.

引理 1[11]　使用以上的符号，等同 Ω 与 T^{k-1}，则 G 在 Ω 上的作用为：

---

* **收稿日期**：2010－07－19
基金项目：国家自然科学基金项目资助（K1020261，11071210）；云南省自然科学基金项目资助（2008CD060）.
作者简介：周安勇（1988－），男，江西人，硕士生，主要从事群与图方面的研究.
通迅作者：潘江敏（1963－），男，湖北人，教授，主要从事置换群和对称图方面的研究.

$(t_1,t_2,\cdots,t_{k-1})^{(u_1,u_2,\cdots,u_k)} = (u_1^{-1}t_1u_2,u_1^{-1}t_2u_3,\cdots,u_1^{-1}t_{k-1}u_k)$,

$(t_1,t_2,\cdots,t_{k-1})^{(\alpha,\alpha,\cdots,\alpha)} = (t_1^{\alpha},t_2^{\alpha},\cdots,t_{k-1}^{\alpha})$,

$(t_1,t_2,\cdots,t_{k-1})^{\delta} = (t_{1\delta^{-1}}^{-1}t_{2\delta^{-1}},t_{1\delta^{-1}}^{-1}t_{3\delta^{-1}},\cdots,t_{1\delta^{-1}}^{-1}t_{(k-1)\delta^{-1}})$,

其中$(u_1,u_2,\cdots,u_k) \in N,\alpha \in Aut(T),\delta \in S_k$.

引理2[1,8] 设G作用在集合Ω上,$\alpha \in \Omega$. 设α^G表示G的包含α的轨道,则$|\alpha^G| = \frac{|G|}{|G_\alpha|}$.

下面的引理给出了轨道长的计算方法,在后面的讨论中将被反复用到.

引理3 设n次对称群S_n共轭作用在$S_n \times S_n$上. 设$a,b \in S_n$,则轨道$(a,b)^{S_n}$的长度为$\frac{n!}{|C_{S_n}(\langle a,b\rangle)|}$,其中$C_{S_n}(\langle a,b\rangle)$表示子群$\langle a,b\rangle$在$S_n$中的中心化子.

证明 因为点稳定子群$(S_n)_{a,b} = (S_n)_a \cap (S_n)_b = C_{S_n}(a) \cap C_{S_n}(b) = C_{S_n}(\langle a,b\rangle)$,由引理2,$|(a,b)^{S_n}| = |S_n:(S_n)_{a,b}| = \frac{n!}{|C_{S_n}(\langle a,b\rangle)|}$. 证毕.

引理4[12-13] (1) 设$T = A_5,t \in T$. 则元素t的阶数只能为1,2,3或5;A_5中有5个Sylow 2-子群,10个Sylow 3-子群,6个Sylow 5-子群.

(2) 设$t_1 \in A_5,t_2 \in A_5$,且$o(t_1) = o(t_2)$,若有$t_1t_2 = t_2t_1$,且t_2不属于$\langle t_1\rangle$,则$o(t_1) = o(t_2) = 2$且t_1,t_2属于同一个Sylow 2-子群.

下面我们证明本文的主要定理.

定理1 设$G = A_5^3:(Out(A_5) \times S_3)$为$\Omega$上的SD型拟本原置换群,则$G$在$\Omega$上恰有18个次轨道. 具体地,用$n_s$表示$G$的长为$s$的次轨道的个数,则$(s,n_s) = (1,1),(20,1),(30,1),(45,1),(60,1),(72,2),(120,2),(180,1),(360,8)$.

证明 等同Ω与A_5^2,则对任意$x = (u_1,u_2,u_3)(\alpha,\alpha,\alpha)\delta \in G,(t_2,t_3) \in \Omega,G$在$\Omega$上的作用如下:

$(t_2,t_3)^{(u_1,u_2,u_3)} = (u_1^{-1}t_2u_2,u_1^{-1}t_3u_3)$,

$(t_2,t_3)^{(\alpha,\alpha)} = (t_2^{\alpha},t_3^{\alpha})$,

$(t_2,t_3)^{\delta} = (t_{1\delta^{-1}}^{-1}t_{2\delta^{-1}},t_{1\delta^{-1}}^{-1}t_{3\delta^{-1}})$,

其中$\alpha \in Aut(A_5) \cong S_5,\delta \in S_3,t_1 = 1$.

令$N = soc(G) = A_5^3,K = N.Out(A_5) \cong N.Z_2$. 因为$G$为$\Omega$上的SD型拟本原置换群,$N_\alpha = A_5,K_\alpha = N_\alpha.Z_2 \cong S_5,G_\alpha = K_\alpha.S_3 = S_5.S_3$,故$G_\alpha$在$\Omega$上的轨道为$K_\alpha$在$\Omega$的若干个轨道之并. 以下先确定$K_\alpha$在$\Omega$上的轨道. 设$x = (t_1,t_2) \in \Omega$. 注意到$A_5$中的非单位元的阶数只可能为2,3或5,以下对$x$分情形讨论.

(1) 当$x = (1,1)$时,显然对应的轨道为$\Delta_1 = \{(1,1)\}$,其长$|\Delta_1| = 1$.

(2) 设$x = (t,1)$,且$t \neq 1$. 若$o(t) = 2$时,因为A_5中所有2阶元都在$K_\alpha = S_5$中共轭,故此时K_α只有1个轨道$\Delta_2 = ((12)(34),1)^{K_\alpha} = \{(u,1) \mid u \in A_5,o(u) = 2\}$. 进一步,由$C_{S_5}(12)(34) = \langle(1234),(14)(23)\rangle \cong D_8$,故由引理3得$|\Delta_2| = 15$. 相仿地,当$o(t) = 3$或5时,由于$A_5$中所有3阶元素和5阶元素都分别在$S_5$中共轭,此时$K_\alpha$只有2个轨道$\Delta_3 = ((123),1)^{K_\alpha}$和$\Delta_4 = ((12345),1)^{K_\alpha}$. 因为$C_{S_5}(123) \cong S_3,C_{S_5}(12345) \cong Z_5$,由引理3得$|\Delta_3| = 20,|\Delta_4| = 24$.

(3) 当$x = (1,t)$,且$t \neq 1$时,则为情形2的对偶情形(对换2个分量). 故此时K_α有3个轨道:$\Delta_5 = (1,(12)(34))^{K_\alpha},\Delta_6 = (1,(123))^{K_\alpha},\Delta_7 = (1,(12345))^{K_\alpha}$;且$|\Delta_5| = 15,|\Delta_6| = 20,|\Delta_7| = 24$.

(4) 设$x = (t,t)$,且$t \neq 1$. 相仿情形3,可知此时K_α有3个轨道:$\Delta_8 = ((12)(34),(12)(34))^{K_\alpha},\Delta_9 = ((123),(123))^{K_\alpha},\Delta_{10} = ((12345),(12345))^{K_\alpha}$;且轨道长分别为:$|\Delta_8| = 15,|\Delta_9| = 20,|\Delta_{10}| = 24$.

(5) 设$x = (t,t^{-1})$,其中$o(t) \neq 2$. 当$o(t) = 3$时,因为所有3阶元素在K_α下传递,故对应唯一的轨道$\Delta_{11} = ((123),(132))^{K_\alpha}$. 同理,当$o(t) = 5,K_\alpha$亦只有唯一的1个轨道$\Delta_{12} = ((12345),(15432))^{K_\alpha}$. 计算可知:$|\Delta_{11}| = 20,|\Delta_{12}| = 24$.

(6) 设 $x=(t,t^2)$ 且 $o(t)=5$. 则对 A_5 中的任意 2 个 5 阶元 t_1,t_2 有 $(t_1,t_1^2)^{K_\alpha}=(t_2,t_2^2)^{K_\alpha}$,故此情形 K_α 只有唯一的轨道 $\Delta_{13}=((12345),(13524))^{K_\alpha}$,且轨道长 $|\Delta_{13}|=24$.

(7) 当 $x=(t,t^3)$ 且 $o(t)=5$ 时,相仿情形 6 可证 K_α 只有 1 个轨道 $\Delta_{14}=((12345),(14253))^{K_\alpha}$,且轨道长 $|\Delta_{14}|=24$.

(8) 下设 $x=(t_1,t_2)$, $t_1\neq t_2$, $o(t_1)=o(t_2)$,且 $t_2\notin\langle t_1\rangle$.

(i) 若 $t_1t_2=t_2t_1$,如果 $o(t_1)=3$ 或 5,则 $t_2\in\langle t_1\rangle$,不符合(8)的假设, 故 t_1,t_2 皆为 2 阶元素. 由 t_1, t_2 可交换,可知 t_1,t_2 属于 A_5 的同一个 Sylow 2 - 子群. 因为 A_5 的所有 Sylow 2 - 子群在 K_α 下共轭,故此时 K_α 只有 1 个轨道 $\Delta_{15}=((12)(34),(13)(24))^{K_\alpha}$. 由引理 3 可得 $|\Delta_{15}|=30$.

(ii) 设 $t_1t_2\neq t_2t_1$. 当 $o(t_1)=o(t_2)=2$,此时 t_1,t_2 不属于 A_5 的同一个 Sylow 2 - 子群. 令 $t_1=(12)(34)$, $t_2=(13)(25)$, $\Delta_{16}=(t_1,t_2)^{K_\alpha}$. 由 $C_{S_5}\langle t_1,t_2\rangle=1$,由引理 3 得 $|\Delta_{16}|=120$.

因为所有 2 阶元在 K_α 中共轭,此时 K_α 的每个轨道都可表示为 $((12)(34),t)^{K_\alpha}$,其中 $o(t)=2$. 此外,不难证明:$((12)(34),t)^{K_\alpha}=((12)(34),t')^{K_\alpha}$ 当且仅当 $t'\in t^{C_{S_5}(12)(14)}$. 由于

$C_{K_\alpha}(12)(34)=\{1,(12),(34),(12)(34),(13)(24),(14)(23),(1324),(1423)\}$, 故 $(13)(25)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}=\{(13)(25),(15)(23),(14)(25),(15)(24),(13)(45),(24)(35),(14)(35)\}$.

显然,$t_2'=(12)(35)$ 不属于 $((13)(25))^{C_{K_\alpha}(12)(34)}$,故 $\Delta_{17}=(t_1,t_2')^{K_\alpha}\neq\Delta_{16}$. 计算可知:$C_{S_5}\langle t_1,t_2'\rangle=\langle(12)\rangle\cong Z_2$,由引理 2 推出 $|\Delta_{17}|=60$.

进一步,因为 $(12)(35)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}=\{(12)(35),(12)(45),(15)(34),(34)(25)\}$,且与 $(12)(34)$ 不交换的二阶元都属于 $\{(12)(35),(13)(25)\}^{C_{K_\alpha}(12)(34)}$,故 Δ_{16} 和 Δ_{17} 为此时 K_α 仅有的 2 个轨道.

当 $o(t_1)=o(t_2)=3$ 时, 同理可得 $\Delta_{18}=((123),(124))^{K_\alpha}$, $\Delta_{19}=((123),(142))^{K_\alpha}$, $\Delta_{20}=\{((123),(145))\}^{K_\alpha}$ 为此时 K_α 的 3 个轨道. 计算可知:$\Delta_{18},\Delta_{19},\Delta_{20}$ 的长度都为 120.

当 $o(t_1)=o(t_2)=5$,相仿可证此时 K_α 仅有 4 个轨道,分别为 $\Delta_{21}=((12345),(12435))^{K_\alpha}$, $\Delta_{22}=((12345),(15342))^{K_\alpha}$, $\Delta_{23}=((12345),(14523))^{K_\alpha}$, $\Delta_{24}=((12345),(13254))^{K_\alpha}$,且这 4 个轨道的长度都为 120.

(9) 最后我们研究情形:$x=(t_1,t_2)$,且 $o(t_1)\neq o(t_2)$.

首先,考虑 $o(t_1)=2$ 且 $o(t_2)=3$ 时的情形. 此时 K_α 的轨道都可表示为 $((12)(34),t)^{K_\alpha}$,其中 $o(t)=3$. 令 $\Delta_{25}=((12)(34),(125))^{K_\alpha}$. 因为

$C_{K_\alpha}(12)(34)=\{1,(12),(34),(12)(34),(13)(24),(14)(23),(1324),(1423)\}$,

故有 $(125)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}=\{(125),(152),(345)),(435)\}$. 取 (123) 不属于 $(125)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}$, 则 $\Delta_{26}=((12)(34),(123))^{K_\alpha}\neq\Delta_{25}$.

因为 $(123)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}=\{(123),(132),(124),(142),(134),(324),(342),(143)\}$,故 (235) 不属于 $\{(125),(123)\}^{C_{K_\alpha}(12)(34)}$,从而 $\Delta_{27}=((12)(34),(235))^{K_\alpha}$ 为 K_α 的与 Δ_{25} 和 Δ_{26} 不同的轨道.

进一步,由 $(235)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}=\{(235),(135),(245),(145),(154)),(253),(254),(153)\}$,可知 A_5 中的任何 3 阶元都属于 $\{(125),(123),(235)\}^{C_{K_\alpha}(12)(34)}$,故此时 $\Delta_{25},\Delta_{26},\Delta_{27}$ 为 K_α 仅有的 3 个轨道. 由引理 3,这 3 个轨道的长分别为 60,120,120.

下面,考虑 $o(t_1)=2$ 且 $o(t_2)=5$ 时的情形. 此时 K_α 的轨道都可表示为 $((12)(34),t)^{K_\alpha}$,其中 $o(t)=5$.

令 $\Delta_{28}=((12)(34),(12345))^{K_\alpha}$. 因为 $C_{K_{\alpha(12)(34)}}=\{1,(12),(34),(12)(34),(13)(24),(14)(23),(1324),(1423)\}$, $(12345)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}=\{(12345),(13452),(12435),(14352),(12534),(15432),(15342),(12543)\}$,故 (13524) 不属于 $(12345)^{C_{K_\alpha}(12)(34)}$,所以 $\Delta_{29}=((12)(34),(13524))^{K_\alpha}\neq\Delta_{28}$. 同理可得:$\Delta_{30}=((12)(34),(12354))^{K_\alpha}\neq\Delta_{28}$ 和 Δ_{29},且 $\Delta_{28},\Delta_{29},\Delta_{30}$ 为此情形下 K_α 所有的轨道. 利用引理 3 可计算出这 3 个轨道的长都为 120.

对于其它的情形,可以相仿地计算出所有的轨道及其长度. 所得的结果如下:

$\Delta_{31}=((12)(34),(12345))^{K_\alpha}$;$\Delta_{32}=((12)(34),(13524))^{K_\alpha}$;

$\Delta_{33}=((12)(34),(12354))^{K_\alpha}$;$\Delta_{34}=((12345),(12)(34))^{K_\alpha}$;

$\Delta_{35}=((12345),(12)(35))^{K_\alpha}$;$\Delta_{36}=((123),(13)(24))^{K_\alpha}$;

$\Delta_{37}=((123),(12345))^{K_\alpha}$; $\Delta_{38}=((123),(15432))^{K_\alpha}$;

$\Delta_{39}=((123),(13524))^{K_\alpha}$; $\Delta_{40}=((123),(14253))^{K_\alpha}$;

$\Delta_{41}=((12345),(123))^{K_\alpha}$; $\Delta_{42}=((12345),(132))^{K_\alpha}$;

$\Delta_{43}=((12345),(124))^{K_\alpha}$; $\Delta_{44}=((12345),(142))^{K_\alpha}$,

这些次轨道的长度皆为120.

至此,我们证明了K_α在Ω上恰有44个轨道,且确定了所有轨道的长度. 下面,我们分析G的次轨道,即G_α在Ω下的轨道. 显然$\Delta_1^{G_\alpha}=\Delta_1$. 因为$G_\alpha$的每个轨道等于$K_\alpha$的若干个轨道的并集,且$G_\alpha=K_\alpha S_3=S_3K_\alpha$. 事实上,$G_\alpha$的包含$\Delta_i$的轨道为$\Delta_i^{S_3}$,其中$S_3$共轭作用在$\Delta_i$的元素上.

因为$((12)(34),1)^1=((12)(34),1)$,$((12)(34),1)^{(12)}=((12)(34),(12)(34))$,

$((12)(34),1)^{(13)}=((12)(34),1)$,$((12)(34),1)^{(23)}=(1,(12)(34))$,

$((12)(34),1)^{(123)}=(1,(12)(34))$,$((12)(34),1)^{(123)}=((12)(34),(12)(34))$,

故$\Delta_2^{S_3}=\Delta_2\cup\Delta_5\cup\Delta_8$,且$|\Delta_2^{S_3}|=45$. 仿照上述计算方法,我们可以计算出$G_\alpha$的所有轨道及其长度如下.

$\Delta_3^{S_3}=\Delta_3\cup\Delta_6\cup\Delta_9$,$|\Delta_3^{S_3}|=60$; $\Delta_4^{S_3}=\Delta_4\cup\Delta_7\cup\Delta_{10}$,$|\Delta_4^{S_3}|=72$;

$\Delta_{11}^{S_3}=\Delta_{11}$,$|\Delta_{11}^{S_3}|=20$; $\Delta_{12}^{S_3}=\Delta_{12}\cup\Delta_{13}\cup\Delta_{14}$,$|\Delta_{12}^{S_3}|=72$;

$\Delta_{15}^{S_3}=\Delta_{15}$,$|\Delta_{15}^{S_3}|=30$; $\Delta_{16}^{S_3}=\Delta_{16}\cup\Delta_{33}\cup\Delta_{35}$;$|\Delta_{16}^{S_3}|=360$;

$\Delta_{17}^{S_3}=\Delta_{17}\cup\Delta_{25}\cup\Delta_{29}$,$|\Delta_{17}^{S_3}|=180$;$\Delta_{18}^{S_3}=\Delta_{18}$,$|\Delta_{18}^{S_3}|=120$;

$\Delta_{19}^{S_3}=\Delta_{19}\cup\Delta_{26}\cup\Delta_{28}$,$|\Delta_{19}^{S_3}|=360$;$\Delta_{20}^{S_3}=\Delta_{20}\cup\Delta_{37}\cup\Delta_{41}$,$|\Delta_{20}^{S_3}|=360$;

$\Delta_{21}^{S_3}=\Delta_{21}\cup\Delta_{38}\cup\Delta_{42}$,$|\Delta_{21}^{S_3}|=360$;$\Delta_{22}^{S_3}=\Delta_{22}\cup\Delta_{32}\cup\Delta_{36}$,$|\Delta_{22}^{S_3}|=360$;

$\Delta_{24}^{S_3}=\Delta_{24}$,$|\Delta_{24}{}^{S_3}|=120$; $\Delta_{27}^{S_3}=\Delta_{27}\cup\Delta_{31}\cup\Delta_{43}$,$|\Delta_{27}^{S_3}|=360$;

$\Delta_{30}^{S_3}=\Delta_{30}\cup\Delta_{34}\cup\Delta_{40}$,$|\Delta_{30}^{S_3}|=360$;$\Delta_{39}^{S_3}=\Delta_{39}\cup\Delta_{42}\cup\Delta_{44}$,$|\Delta_{39}^{S_3}|=360$.

至此,我们证明了G在Ω上恰有18个次轨道,且长度如定理1所示. 证毕.

推论1 设Γ为G-弧传递图,其中$G=A_5^3:(Out(A_5)\times S_3)$为图$\Gamma$的顶点集上的SD型本原置换群,$G$为$\Gamma$的自同构群,则$\Gamma$的度数为20,30,45,60,72,120,180或360.

参考文献:

[1] DIXON J D,MORTIMER B. Permutation groups[M]. New York:Springer-Verlag,1996.

[2] MARUŠIČ D,NEDELA R. On the point stabilizers of transitive groups with non-self-paired suborbits of length 2[J]. J Group Theory,2001,4:19-43.

[3] WANG Jie. The primitive permutation groups with an orbital of langth 4[J]. Comm Algebra,1992,20:889-921.

[4] QUIRIN W L. Primitive permutation groups with small orbitals[J]. Math Z,1971,122:267-274.

[5] LI Cai-heng,LU Zai-ping,MARUŠIČ D. On orimitive permutation groups with small suborbits and their orbital graphs[J]. J Algebra,2004,279:749-770.

[6] LI Cai-heng,PRAEGER C E. On partitioning the orbitals of a transitive permutation groups[J]. Trans Amer Math Soc,2003,355:637-653.

[7] 张远达. 有限群构造[M]. 北京:科学出版社,1982.

[8] 徐明曜. 有限群导引(上,下册)[M]. 北京:科学出版社,1999.

[9] PRAEGER C E. An O'Nan-Scott theorem for finite quasiprimitive permutation groups and an application to 2-arc transitive graphs[J]. J London Math Soc,1992,47:227-239.

[10] LI Cai-heng. Symmetrical graph theory[M]. Western Australia:The University of Western Australia,2006.
[11] LIEBECK M,PRAEGER C E,SAXL J. Transitive subgroups of primitive permutation groups[J]. J Algebra,2000,234(2):291-361.
[12] 潘江敏. 有限交换群的自同构群[J]. 云南大学学报:自然科学版,2003,25(2):88-90.
[13] PAN Jiang-min. Orders of periodic elements of general linear group over any field[J]. 云南大学学报:自然科学版,2005,27(5):269-271.

Suborbits of a quasiprimitive permutation group of SD type with socle A_5^3

ZHOU An-yong, YU Xiao-fen, JI Hai-xia, WANG Xiao-fu, PAN Jiang-min
(Department of Mathematics, Yunnan University, Kunming 650091, China)

Abstract: We firs analyze the actions of quasiprimitive permutation groups of SD type, then for such group G with socle A_5^3, work out its all suborbits and the valencies of G - arc - transitive graphs.

Key words: quasi primitive permutation group; suborbit; length of orbit; orbital graph

* *

(上接第 130 页)

Criteria of block H - matrix and upper bounds of the infinity norms of its inverses

ZHAO Ren-qing, XIONG Chang-ming, LI Yao-tang
(School of Mathematics and Statistics, Yunnan University, Kunming 650091, China)

Abstract: Firstly, a new sufficient condition is given for a block H - matrix and we obtain a new estimation formula of the infinity norms of inverses by using the condition. Finally, the efficiency of the results is shown by numerical examples.

Key words: block diagonal dominance; block H - matrix; infinity norms