

线性系统的输出反馈次优扰动抑制:内模原理方法^{*1}

雷 靖^{1,2}

(1. 云南民族大学 数学与计算机科学学院, 云南 昆明 650500;
2. 云南省软件工程重点实验室, 云南 昆明 650091)

摘要:运用内模原理研究线性系统的输出反馈扰动抑制问题. 首先根据扰动的动态特性构造内模系统, 将最优扰动抑制问题转化为等价的最优调节问题. 然后通过构造降维状态观测器重构输出反馈中测量不到的部分状态变量; 通过求解一组矩阵微分方程或矩阵方程得到次优控制律, 利用控制律中的内模补偿项与外部扰动进行抵消. 最后采用海洋平台简化模型作仿真示例, 将所设计的扰动抑制控制器与前馈反馈最优扰动抑制控制器作比较, 证明所设计的控制器能够实现无静差的扰动抑制.

关键词:输出反馈; 内模原理; 扰动抑制; 最优控制; 观测器

中图分类号: O 232; O 29 **文献标识码:** A **文章编号:** 0258-7971(2012)04-0408-07

扰动抑制控制的方法有预测控制^[1-2], 前馈反馈^[3], 自适应控制^[4-5], 神经网络^[5], 内模控制^[6]等, 但是这些方法对于具有复杂动态特性的扰动的抑制、尤其是一阶以上扰动的抑制都会存在不同程度的静差. 内模原理的实质是在伺服补偿器中构造出与外部扰动动态特性相同的信号, 以此抵消外部扰动从而达到无静差扰动抑制的目的^[7-9].

本文利用内模原理研究了受外部持续扰动作用下线性系统的输出反馈扰动抑制控制问题. 首先根据外部扰动的动态特性设计内模动态补偿器并构造增广系统, 针对增广系统根据 Pontryagin 极大值原理求解最优调节问题. 由于系统的状态变量不能通过输出向量完全测量, 因而构造了降维状态观测器重构这部分状态, 由此设计的动态输出反馈控制律为次优控制律. 利用控制律中所设计的内模补偿项对扰动进行抵消. 最后利用海洋平台数据进行仿真实验, 分别设计前馈反馈最优扰动抑制控制器和基于内模的输出反馈次优扰动抑制控制器对系统响应作比较分析, 证明了后者能够对系统实现完全无静差的扰动抑制控制.

1 问题的提出

给定线性定常系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + C\eta(t), \quad t > 0, \\ x(0) &= x_0, \\ y(t) &= Ex(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $u(t) \in \mathcal{R}^m$, $y(t) \in \mathcal{R}^p$ 分别为状态、控制输入和系统输出向量, $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$, $C \in \mathcal{R}^{p \times n}$, $E \in \mathcal{R}^{p \times n}$ 为定常矩阵. (A, B) 完全可控, (A, E) 完全可观测. $\eta(t) \in \mathcal{R}^q$ 为扰动输入向量, 其动态特性由外系统(2)描述:

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) &= Gw(t), \\ \eta(t) &= Fw(t), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $w(t) \in \mathcal{R}^q$ 为扰动状态向量, $G \in \mathcal{R}^{q \times q}$, $F \in \mathcal{R}^{p \times q}$ 为定常矩阵. (G, F) 完全可观测.

* 收稿日期: 2011-10-07

基金项目: 云南省自然科学基金资助项目(2011FZ169); 云南省软件工程重点实验室开放基金资助项目(2011SE15).

作者简介: 雷 靖(1969-), 女, 四川人, 博士, 硕士生导师, 主要从事时滞、非线性、网络控制系统的综合与应用研究.

系统(1),(2)关于状态反馈的最优扰动抑制问题是寻找最优控制 $u^*(t)$ 使得有限时间二次型性能指标

$$J(u(\cdot)) = \frac{1}{2}x^T(t_f)Q_1x(t_f) + \frac{1}{2}\int_0^{t_f}[x^T(t)Q_1x(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (3)$$

或者无限时间二次型性能指标

$$J(u(\cdot)) = \int_0^{\infty}[x^T(t)Q_1x(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (4)$$

或者无限时间平均二次型性能指标

$$J(u(\cdot)) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f}[x^T(t)Q_1x(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (5)$$

取得极小值,其中 t_f 为终端时刻, $Q_1, Q_1 \geq 0, R > 0$. 假设 $(A, Q_1^{\frac{1}{2}})$ 为完全可观测.

然而通常所设计的最优控制律中所包含的状态反馈控制都是在假设状态向量完全可测量的条件下完成的,实际上大多情况下状态向量 $x(t)$ 只是部分可测量的. 于是我们可以通过设计降维状态观测器,利用输出向量 $x(t)$ 重构状态向量中不可测量的变量,以此代替最优控制中的状态反馈,这样得到的控制律是逼近于最优效果的次优控制律.

2 输出反馈次优扰动抑制控制律的设计

2.1 内模系统的构造 根据内模原理针对外系统(2)描述的扰动动态特征构造如下系统^[8]

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}(t) &= M\vartheta(t) + Ny(t), \\ \vartheta(0) &= \vartheta_0, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\vartheta(t) \in \mathcal{R}^{pk \times pk}$ 为内模状态向量, M, N 为适当维数的常量矩阵, (M, N) 为可控矩阵对. 内模系统(6)具有与扰动外系统相同的动态特性.

原系统(1)与内模系统(6)组成增广系统

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ NE & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \eta(t), \\ y(t) &= [E \quad 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix}, \\ z(0) &= \begin{bmatrix} x_0 \\ \vartheta_0 \end{bmatrix} = z_0, \end{aligned} \quad (7)$$

令

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ NE & M \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{E} = [E \quad 0]. \quad (8)$$

在设计最优控制器时需要以下假设条件:

假设 1 (i) $m \geq p$;

(ii) 对于扰动的不稳定向量代数方程 $f(\mu) = 0$ 的每个根 $u_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 的秩有

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mu_i I - A & B \\ E & 0 \end{bmatrix} = n + p,$$

$\text{rank}(\cdot)$ 表示矩阵的秩, I 为单位矩阵.

在假设 1 的条件下可以证明 (\bar{A}, \bar{B}) 为完全可控^[8]. 并且我们得到以下引理:

引理 1^[9] 对于系统(1)与内模系统(6)组成的增广系统(7), (\bar{A}, \bar{E}) 为完全可观测.

所设计的动态补偿控制器

$$u^*(t) = K_1 \vartheta(t) + K_2 x(t) \quad (9)$$

的目标是满足以下 2 个条件:

(i) 闭环系统在扰动输入为0时

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_2 & BK_1 \\ NE & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

为渐近稳定;

(ii) 有限时间性能指标

$$J(u(\cdot)) = \frac{1}{2} [x(t_f) \quad \vartheta(t_f)] Q_f \begin{bmatrix} x(t_f) \\ \vartheta(t_f) \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \begin{bmatrix} x(t) & \vartheta(t) \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} + u^T(t) R u(t) dt, \quad (11)$$

或无限时间性能指标

$$J(u(\cdot)) = \int_0^{\infty} \begin{bmatrix} x(t) & \vartheta(t) \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} + u^T(t) R u(t) dt \quad (12)$$

或平均性能指标

$$J(u(\cdot)) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \begin{bmatrix} x(t) & \vartheta(t) \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} + u^T(t) R u(t) dt \quad (13)$$

取得极小值,其中

$$Q_f = \begin{bmatrix} Q_{f1} & Q_{f2} \\ Q_{f2}^T & Q_{f2} \end{bmatrix} \geq 0, Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_2 \end{bmatrix} \geq 0, R > 0.$$

容易证明 $(\bar{A}, Q^{\frac{1}{2}})$ 为完全可观测,控制器(9)中 K_1, K_2 为控制器增益,控制项 $K_1 \vartheta(t)$ 取决于扰动输入的动态特性且其作用是确保闭环系统的鲁棒性;控制项 $K_2 x(t)$ 的作用是确保系统闭环稳定并有满意的性能.

2.2 降维状态观测器的设计 在大多数情况下,内模动态补偿控制器(9)中的状态向量 $x(t)$ 只是部分可测量的,这时可以通过构造降维状态观测器,利用可以测量得到的输出向量 $y(t)$ 来重构状态向量中不可测量的那部分变量.通过选择 $L \in \mathcal{R}^{(n-1) \times l}$ 使 $\prod^T = [E^T : L^T]$ 为非奇异矩阵且有 $S = \prod^{-1} = [S_1 : S_2]$,其中 $\bar{E} = E \prod^{-1} = [I_l \quad 0]$.令 $\bar{x}(t) = \prod x(t)$,有

$$\dot{\bar{x}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{C}_2 \end{bmatrix} \eta(t), \quad (14)$$

$$y(t) = \bar{x}_1(t),$$

其中 $\bar{x}_i, \bar{A}_{ij}, \bar{B}_i, \bar{C}_i (i, j = 1, 2)$ 分别为适当维数的向量和矩阵,得到降维状态观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varphi}}(t) &= (\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})\varphi(t) + [(\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})L + (\bar{A}_{21} - L\bar{A}_{11})]y(t) + \\ &\quad (\bar{B}_2 - L\bar{B}_1)u(t) + (\bar{C}_2 - L\bar{C}_1)\eta(t), \\ \hat{x}(t) &= S_2\varphi(t) + (S_1 + S_2L)y(t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\varphi(t)$ 是观测器的状态向量, L 为观测器增益, $\hat{x}(t)$ 是状态向量 $x(t)$ 的估计值.因为 (\bar{A}, \bar{E}) 完全可观测,故容易证明 $(\bar{A}_{22}, \bar{A}_{12})$ 为完全可观测.这里需要通过调节观测器增益采用极点配置 L 使估计状态 $\hat{x}(t)$ 无限逼近状态值 $x(t)$,即满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) = x(t)$.

2.3 次优输出反馈扰动抑制控制律的设计

定理1 在有限时间内系统(1)和(2)的次优输出反馈扰动抑制控制律为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varphi}}(t) &= (\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})\varphi(t) + [(\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})L + (\bar{A}_{21} - L\bar{A}_{11})]y(t) + \\ &\quad (\bar{B}_2 - L\bar{B}_1)u(t) + (\bar{C}_2 - L\bar{C}_1)\eta(t), \end{aligned} \quad (16)$$

$$u(t) = -R^{-1}B^T [P_1(t)S_2\varphi(t) + P_1(t)(S_1 + S_2L)y(t) + P_{12}(t)\vartheta(t)],$$

其中 $P_1(t), P_{12}(t)$ 为下列矩阵微分方程组(17)的唯一半正定解:

$$-\dot{P}_1(t) = A^T P_1(t) + P_1(t)A + P_{12}(t)NE + E^T N^T P_{12}^T(t) - P_1(t)BR^{-1}B^T P_1(t) + Q_1(t),$$

$$-\dot{P}_{12}(t) = A^T P_{12}(t) + P_{12}(t)M + E^T N^T P_2(t) - P_1(t)BR^{-1}B^T P_{12}(t) + Q_{12}(t), \quad (17)$$

$$-\dot{P}_2(t) = M^T P_2(t) + P_2(t)M - P_{12}^T(t)BR^{-1}B^T P_{12}(t) + Q_2(t),$$

$$P_1(t_f) = Q_{f1}, P_{12}(t_f) = Q_{f12}, P_2(t_f) = Q_{f2}.$$

证明 对于增广系统(7)关于性能指标(11)的最优扰动抑制控制律可以根据 Pontryagin 极小值原理求得. 首先构造 Hamilton 函数

$$H[z(t), u(t), \lambda(t), t] = \frac{1}{2}[z^T(t)Q(t)z(t) + u^T(t)R(t)u(t)] + \lambda^T(t)[\bar{A}z(t) + \bar{B}u(t) + \bar{C}\eta(t)], \quad (18)$$

$\lambda(t)$ 为引入的协态向量. 由极值条件得到控制方程

$$\frac{\partial H}{\partial u(t)} = Ru(t) + \bar{B}^T \lambda(t) = 0, \quad (19)$$

故最优控制

$$u^*(t) = -R^{-1}\bar{B}^T \lambda(t) \quad (20)$$

使得 Hamilton 函数极小;得到的正则方程为

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) \frac{\partial H}{\partial \lambda(t)} &= \bar{A}z(t) - \bar{B}R^{-1}\bar{B}^T \lambda(t) + \bar{C}\eta(t), \\ \dot{\lambda}(t) &= -\frac{\partial H}{\partial z(t)} = -Qz(t) - \bar{A}^T \lambda(t), \end{aligned} \quad (21)$$

因终端 $z(t_f)$ 自由,所以横截条件为

$$\lambda(t_f) = \frac{\partial}{\partial z(t_f)} \left[\frac{1}{2} z^T(t_f) Q_f z(t_f) \right] = Q_f z(t_f). \quad (22)$$

由于(22)中 $\lambda(t_f)$ 与 $z(t_f)$ 存在线性关系且正则方程亦为线性,因此可以假设伴随向量

$$\lambda(t) = P(t)z(t), \quad (23)$$

式中

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_1(t) & P_{12}(t) \\ P_{12}^T(t) & P_2(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

为待定矩阵. 正则方程(21)与终端条件(22)组成如下两点边值问题:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{\lambda}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{A} & -\bar{B}R^{-1}\bar{B}^T \\ -Q & -\bar{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \eta(t), \\ \begin{bmatrix} z(0) \\ \lambda(t_f) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} z_0 \\ Q_f z(t_f) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (25)$$

求解两点边值问题得到最优控制律为

$$u^*(t) = -R^{-1}\bar{B}^T P(t)[x(t) \quad \vartheta(t)]^T, \quad (26)$$

其中 $P(t)$ 是 Riccati 矩阵微分方程

$$\begin{aligned} -\dot{P}(t) &= P(t)\bar{A} + \bar{A}^T P(t) - P(t)\bar{B}R^{-1}\bar{B}^T P(t) + Q(t) \\ P(t_f) &= Q_f \end{aligned} \quad (27)$$

的唯一半正定解. 将(24)代入(27)得到

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -\dot{P}_1(t) & -\dot{P}_{12}(t) \\ -\dot{P}_{12}^T(t) & -\dot{P}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} P_1(t) & P_{12}(t) \\ P_{12}^T(t) & P_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ NE & M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^T & E^T N^T \\ 0 & M^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) & P_{12}(t) \\ P_{12}^T(t) & P_2(t) \end{bmatrix} - \\ &\quad \begin{bmatrix} P_1(t) & P_{12}(t) \\ P_{12}^T(t) & P_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) & P_{12}(t) \\ P_{12}^T(t) & P_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$P_1(t_f) = Q_{\rho_1}, P_{12}(t_f) = Q_{\rho_{12}}, P_2(t_f) = Q_{\rho_2}.$$

进一步展开即得到矩阵微分方程组(17). 再将(24)代入(26)得到最优控制律

$$u^*(t) = -R^{-1}[B^T \quad 0] \begin{bmatrix} P_1(t) & P_{12}(t) \\ P_{12}^T(t) & P_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \vartheta(t) \end{bmatrix} = -R^{-1}B^T[P_1(t)x(t) + P_{12}(t)\vartheta(t)], \quad (29)$$

且最优性能指标为

$$J^* = [x_0 \quad \vartheta_0] \begin{bmatrix} P_1(0) & P_{12}(0) \\ P_{12}^T(0) & P_2(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \vartheta_0 \end{bmatrix} = x_0^T P_1(0)x_0 + \vartheta_0^T P_2(0)\vartheta_0 + 2x_0^T P_{12}(0)\vartheta_0. \quad (30)$$

将状态观测器(15)估计得到的状态向量 $\hat{x}(t)$ 代替最优扰动抑制控制律(29)中的状态向量 $x(t)$,得到次优输出反馈扰动抑制控制律(16). 定理1得证.

注1 由于矩阵微分方程(27)满足解的存在唯一性条件,所以 $P(t)$ 存在且唯一,也即 $P_1(t), P_{12}(t), P_2(t)$ 存在且唯一,故控制律(16)存在且唯一.

注2 由2.3可知 t_f 有限时增益矩阵 $P(t)$ 是时变的;但随着 $t_f \rightarrow \infty, P(t)$ 最终趋于一常数矩阵,即 $\lim_{t_f \rightarrow \infty} P(t_f) = P$,因而可以不加证明地给出无限时间次优输出反馈扰动抑制控制律如定理2所示. 其存在唯一性证明参见文献[8-9].

定理2 在无限时间内系统(1)、(2)的次优输出反馈扰动抑制控制律存在且唯一,为

$$\dot{\varphi}(t) = (\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})\varphi(t) + [(\bar{A}_{22} - L\bar{A}_{12})L + (\bar{A}_{21} - L\bar{A}_{11})]y(t) + (\bar{B}_2 - L\bar{B}_1)u(t) + (\bar{C}_2 - L\bar{C}_1)\eta(t), \quad (31)$$

$$u(t) = -R^{-1}B^T[P_1 S_2 \varphi(t) + P_1(S_1 + S_2 L)y(t) + P_{12} \vartheta(t)],$$

其中 P_1, P_{12} 为矩阵方程组(32)的唯一正定解:

$$\begin{aligned} A^T P_1 + P_1 A + P_{12} N E + E^T N^T P_{12}^T - P_1 B R^{-1} B^T P_1 + Q_1 &= 0, \\ A^T P_{12} + P_{12} M + E^T N^T P_2 - P_1 B R^{-1} B^T P_{12} + Q_{12} &= 0, \\ M^T P_2 + P_2 M - P_{12}^T B R^{-1} B^T P_{12} + Q_2 &= 0. \end{aligned} \quad (32)$$

注3 注意到控制律(16)和(31)为动态输出调节控制律,通过极点配置使观测器极点的实部为尽可能小的负数,由此得到无限逼近于最优扰动抑制控制效果的次优输出反馈扰动抑制控制律.

3 仿真示例

选择海洋平台简化结构模型^[2,10],其动态运动方程为

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = \eta(t) - u(t), \quad (33)$$

其中 m, b, k 分别表示平台的广义质量、广义阻尼和广义刚度, $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ 分别为平台响应的位移、速度、加速度, $\eta(t)$ 为广义波浪荷载, $u(t)$ 为控制器所施加的控制力. 建立系统(33)的状态空间表达式(1),其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -b/m \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}. \quad (34)$$

平台结构参数取值如表1所示^[10].

根据表1所示参数计算得到结构系统(33)中矩阵常量取值为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1225 & -0.028 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/237110 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1/237110 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (35)$$

表1 平台结构参数

Tab.1 Parameters of platform structure

参数	变量	参数值
第1模态质量(KG)	m	2 371 100
第1模态频率(HZ)	ω	0.35
结构阻尼比	ξ	0.04

设计波浪为正弦扰动力 $5 \times 10^6 \sin(0.628t)$ 的情况^[2] 则扰动外系统(2) 的取值为

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0.628 \\ -0.628 & 0 \end{bmatrix}, F = [1 \quad 0], w(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \times 10^6 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

选择平均性能指标(13),其中权重矩阵 $Q_1 = Q_2 = \text{diag}(1 \times 10^7, 0)$, $Q_{12} = \text{diag}(-1 \times 10^7, 0)$, $R = 10^{-8}$. 分别设计前馈反馈最优扰动抑制控制律(FFOC)和内模次优扰动抑制控制律(IMSC),将其运用到正弦扰动作用下的海洋平台结构系统响应的仿真实验,比较二者对于扰动抑制的控制效果,得到平台垂直震动位移 $x_1(t)$ 和速度 $x_2(t)$ 的状态轨迹曲线如图1和图2所示.图3为状态观测器估计的误差曲线.

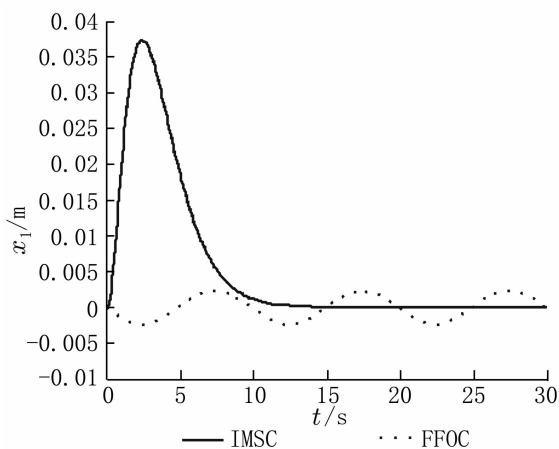


图1 不同控制律作用下平台震动位移的仿真曲线图

Fig.1 Simulation curves of platform displacement under different control laws

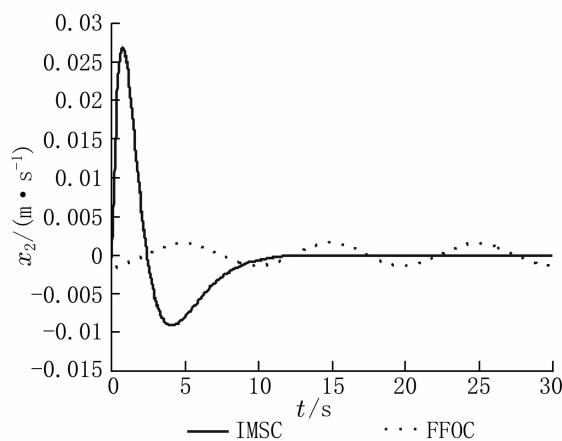


图2 不同控制律作用下平台震动速度的仿真曲线图

Fig.2 Simulation curves of platform velocity under different control laws

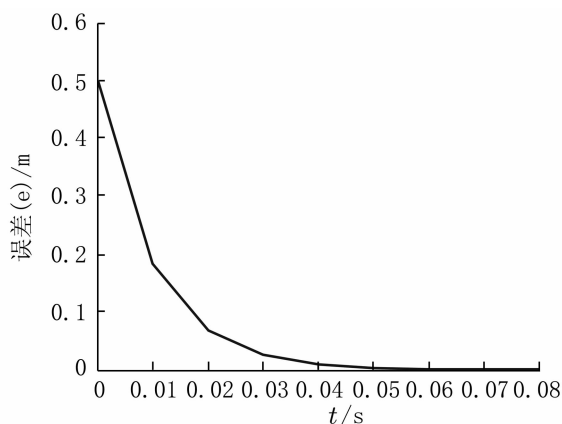


图3 观测器估计误差的仿真曲线

Fig.3 Simulation curves of observer estimate error

从图1、2中可以看到,不论位移或是速度在内模扰动抑制控制律作用下都逐渐趋于0,而在前馈反馈扰动抑制控制律的作用下只能趋于稳定却不能趋于0(非渐近稳定),这说明两种扰动抑制控制律都能使系统因受外部正弦扰动作用而引起的震动减轻从而使系统稳定下来,但前馈反馈控制不能使系统状态渐近稳定、它对于正弦扰动的抑制作用仍然存在一定的静差;反之,内模控制对于正弦扰动能够实现无静差的抑制作用、使系统状态渐近稳定.图3显示观测器误差极短时间内趋于0,说明所设计的输出反馈次优控制律无限接近于状态反馈最优控制律的效果.

4 结论

本文运用内模原理研究了输出反馈次优扰动抑制控制律的设计问题.通过设计内模补偿器将最优扰动抑制控制问题转化为等价的增广系统的最优调节问题.所设计的扰动抑制控制律中的内模补偿项完全抵消了系统所受的扰动、提高了系统的鲁棒性.通过构造降维状态观测器对状态中不可测量部分进行逼近估计,得到的次优控制律逼近于最优控制律.通过仿真示例证明了该控制律的有效性和可行性.

参考文献:

[1] SUI D, FENG L, HOVD M, et al. Decomposition principle in model predictive control for linear systems with bounded disturb-

- ances [J]. *Automatica*,2009,45 (8):1 917-1 922.
- [2] LI H, HU S J, CHENG Z. Multiple – step predictive control for offshore structures [J]. *China Ocean Engineering*,1999,13 (3):231-246.
- [3] LEI J. Suboptimal vibration control for nonlinear suspension systems based on in – vehicle networks [C]. *Proceedings of 2011 International Conference on System Science and Engineering*, Macau, China,2011 :239-244.
- [4] WANG Y, FENG G, CHENG D, et al. Adaptive L_2 disturbance attenuation control of multi – machine power systems with SMES units [J]. *Automatica*,2006,42 (7):1 121-1 132.
- [5] LEVIN J, PEREZ – ARANCIBIA N O, IOANNOU P A, et al. A neural – networks – based adaptive disturbance rejection method and its application to the control of hard disk drives [J]. *IEEE Transactions on Magnetics, Part 1*,2009,45 (5):2 140-2 150.
- [6] XIA C, YAN Y, SONG P, et al. Voltage disturbance rejection for matrix converter – based PMSM drive system using internal model control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*,2012,59 (1):361-372.
- [7] LANDAU I D, CONSTANTINESCU A, RET D. Adaptive narrow band disturbance rejection applied to an active suspension – an internal model principle approach [J]. *Automatica*,2005,41 (4):563-574.
- [8] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 2版. 北京:清华大学出版社,2002.
- [9] 雷靖. 含有控制时滞系统的最优扰动抑制方法研究[D]. 青岛:中国海洋大学,2007.
- [10] 管友海,李华军,黄维平. 海洋平台磁流变阻尼器半主动控制研究[J]. *青岛海洋大学学报*,2002,3 (4):650-656.

Output feedback suboptimal disturbance rejection for linear systems ; internal – model principle method

LEI Jing^{1,2}

(1. School of Mathematics and Computer Science, Yunnan Nationalities University, Kunming 650500, China;

2. Key Laboratory in Software Engineering of Yunnan Province, Kunming 650091, China)

Abstract: The paper considered the output feedback disturbance rejection problem based on internal – model principle for linear systems. According to the disturbance dynamics, the internal model was constructed. The optimal disturbance rejection problem was transformed into an equivalent optimal regulation problem for the augmented system. Then, a reduced – order state observer was constructed to reconstruct the unmeasurable state variables from the output feedback. The suboptimal control law was derived from series matrix differential equations or matrix equations, in which the disturbance was eliminated by the internal – model compensator. Finally, a simplified offshore platform system was applied for simulation example. Comparing with the feedforward and feedback optimal disturbance rejection control law, the designed controller was validated to be able to reject disturbance without steady – state error.

Key words: output feedback ; internal – model principle ; disturbance rejection ; optimal control ; observer