

# LMSC 的六状态 Markov 模型的平均 BER 的理论分析与仿真<sup>\* 1</sup>

崔燕妮, 惠明, 申东娅, 赵翠芹

(云南大学信息学院, 云南昆明 650091)

**摘要:**理论上分析了陆地移动卫星信道(LMSC, Land-Mobile Satellite Channel)在采用六状态马尔科夫(Markov)模型情况下的平均 BER(Bit Error Rate, 误码率),并分别得到了没有采用分集和采用 L 分支的 MRC 分集(Maximal Ratio Combining, 最大比合并)情况下平均 BER 的闭环表达式.在不同环境条件下,并考虑采用分集接收和不采用分集接收时,对 BPSK(Binary Phase-Shift Keying, 二进制相移键控)调制下的六状态和两状态的平均 BER 进行仿真比较.通过仿真验证了六状态 Markov 模型的有效性.

**关键词:**六状态 Markov 模型;陆地移动卫星信道;BER(误码率);MRC(最大比合并)

**中图分类号:**TN 911 **文献标识码:**A **文章编号:**0258-7971(2009)02-0124-05

由于信号的多径衰落和阴影的存在,陆地移动卫星通信接收信号的功率会有强烈的变化,已有多种研究卫星信道的模型.1994年,Corazza在文献[1]中介绍了一种概率分布模型,这种模型是用 Rician 和 Lognormal 的联合分布来描述,该联合分布是对阴影、直射分量和散射分量影响的一种联合统计.文献[2]提出了一种复合模型,该模型是基于对接收信号衰落的经验测量(在 LMSC 中)而得到的.它将信道分为 2 种:“好”和“坏”.在一小段时间里,“好”的状态与 Rician 分布相对应,而“坏”的状态与 Rayleigh-Lognormal(瑞利对数正态)分布相对应.文献[3]又将“好”和“坏”这 2 种状态各分为 3 个子状态,进一步细分了信道的状态,称之为六状态的 Markov 模型.

文献[4]给出了没有采用分集接收的 Rayleigh 信道的 BER 的一般表达式,而文献[5]通过 MGF 方法对文献[2]进行了扩展.本文将[5]中的 MGF(Moment Generating Function 矩生成函数)法应用到六状态的 Markov 模型中,得到没有采用分集接收和采用 MRC 分集接收时信道模型的平均 BER 的理论表达式,并进行了仿真试验.

## 1 六状态的 Markov 模型分析

假定信道的衰落是慢衰落,第  $k$  个接收信号可以用式  $y_k = s_k x_k + n_k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$  表示,  $x_k$  是第  $k$  个传输的信号,  $n_k$  为加性高斯噪声,  $s_k$  为信道增益,功率  $S = s_1^2 + s_0^2$ , 在没有衰落时, SNR(信噪比)为  $\gamma$ , 当有衰落时 SNR 为  $\gamma S$ . 当信道在“好”状态的子状态 1, 2 和 3 时, 包络服从 Rician 分布, Rician 因子分别为  $K_1$ ,  $K_2$  和  $K_3$ . 当信道在“坏”状态的子状态 1, 2 和 3 时, 即状态 4, 5 和 6, 包络服从 Rayleigh-Lognormal 分布,

\* 收稿日期:2008-9-10

基金项目:国家自然科学基金项目资助(60662004; 60172006); 国家科技部“863 项目”资助(2007AA01Z2B4).

作者简介:崔燕妮(1970-),女,云南人,讲师,主要从事射频功率放大器线性化技术、MIMO 无线通信、无线信道建模与仿真方面的研究.

通讯作者:申东娅(1964-),女,云南人,教授,硕士生导师,主要从事宽带无线通信射频前端关键技术、未来无线通信、宽带无线通信、移动通信、卫星通信等方面的研究.

它们对应的均值和标准方差分别为  $\mu_1, \delta_1, \mu_2, \delta_2$  和  $\mu_3, \delta_3$ .

根据 MGF 的定义,可得六状态 Markov 模型的联合 MGF 如下

$$m(S) = A_1 m_{R1}(S) + A_2 m_{R2}(S) + A_3 m_{R3}(S) + A_4 m_{RLN1}(S) + A_5 m_{RLN2}(S) + A_6 m_{RLN3}(S), \quad (1)$$

其中  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  和  $A_6$  分别为状态 1、状态 2、状态 3、状态 4、状态 5 和状态 6 的稳态概率,  $m_{R1}(S)$ ,  $m_{R2}(Z)$ ,  $m_{R3}(Z)$ ,  $m_{RLN1}(Z)$ ,  $m_{RLN2}(Z)$  和  $m_{RLN3}(Z)$  分别表示状态 1、状态 2、状态 3、状态 4、状态 5 和状态 6 的 MGF.

**1.1 Rician 信道** 由文献[6]知道 Rician 信道接收信号的功率的 PDF,由 Rician 信道接收信号的功率的 PDF 可以推得 Rician 信道的 MGF

$$m_R(Z) = \frac{1+K}{1+K+Z} e^{\frac{-ZK}{1+K+Z}}. \quad (2)$$

**1.2 Rayleigh - Lognormal 信道** Rayleigh - Lognormal 衰落特性由 Rayleigh 衰落和 Lognormal 阴影决定,可知接收信号功率 S 的 PDF 为

$$m_{Ray,L}(Z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{1+Z\partial_i} + R_n, \quad (3)$$

其中  $\partial_i = 10^{\frac{\sqrt{2}\delta x_i + \mu}{10}}$ ,  $w_i, x_i$  和  $R_n$  分别表示  $n$  节 Hermite 多项式的第  $i$  个权重、第  $i$  个坐标和多余项.当  $\delta < 7$  dB,  $R_n$  都可以被忽略掉,在文献[7]中给出了证明过程.

## 2 MRC 分集接收

设有  $L$  个接收天线,  $L$  条信道上的衰落是相互统计独立的,以下计算系统采用 MRC 分集接收时的 MGF.

**2.1 Rician 信道** 由于  $L$  条信道上的衰落是相互独立的,因此对于 Rician 信道而言,其接收功率的 MGF 为

$$m_R^M(Z) = \left( \frac{1+K}{1+K+Z} e^{\frac{-ZK}{1+K+Z}} \right)^L. \quad (4)$$

**2.2 Rayleigh - Lognormal 信道** 对于 Rayleigh - Lognormal 信道而言,其接收功率 MGF 为

$$m_{RLNL}^M(Z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{w_i^L}{(1+Z\partial_i)^L} + R_n. \quad (5)$$

## 3 平均 BER

有采用 BPSK 调制时,由文献[8]可知平均 BER 为

$$\bar{B}(\gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} m(\gamma \sec^2 \theta) d\theta. \quad (6)$$

然而从(6)很难得到一个闭环的表达式,但如果(6)式中的  $m(Z)$  满足  $m(Z) = \frac{1}{(1+Z\partial)^L}$ ,则由文献[9]

可以得到平均 BER

$$\bar{B}(\gamma) = \varphi(\partial\gamma, L), \quad (7)$$

其中,  $\varphi(x, n+1) = \left( \frac{1-x_1}{2} \right)^{n+1} \sum_{k=0}^n \binom{n+k}{k} \left( \frac{1+x_1}{2} \right)^k, x_1 = \sqrt{\frac{x}{1+x}}, x > 0$ .

**3.1 Rician 信道的平均 BER** 将式(3)和(5)进行指数展开可以得到如下 2 式

$$m_R(Z) = e^{-K} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{n!(1+\alpha Z)^{n+1}}, \quad (8)$$

$$m_R^M = e^{-KL} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(KL)^n}{n!(1+\alpha Z)^{n+L}}, \quad (9)$$

其中  $\alpha = \frac{1}{1+K}$ , 由式(7) ~ (9) 可以知道 Rician 信道在没有采用分集接收和采用分集接收时的平均 BER 分别如下

$$\bar{B}^R(\gamma) = \varphi(x, 1) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x+1}} e^{-K} F_1, \quad (10)$$

$$\bar{B}^{R,M}(\gamma) = \varphi(x, 1) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{x+1}} e^{-LK} F_2, \quad (11)$$

这里  $F_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K^m}{m!} \sum_{n=0}^m \left(\frac{1}{4+4x}\right)^n \binom{2n}{n}$ ,  $F_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(KL)^m}{m!} \sum_{n=0}^{m+L-1} \left(\frac{1}{4+4x}\right)^n \binom{2n}{n}$ , 可知  $F_1$  的最大值  $F_{1,\max} = e^K \sqrt{\frac{1+x}{x}}$ ,  $F_2$  的最大值  $F_{2,\max} = e^{LK} \sqrt{\frac{1+x}{x}}$ , 故式(10)和(11)都可以很快收敛.

**3.2 Rayleigh - Lognormal 信道的平均 BER** 由式(3)和(7)得到 Rayleigh - Lognormal 信道在没有采用分集接收时的平均 BER 的闭环表达式, 如下

$$\bar{B}^{RLN}(\gamma) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^n w_i \left(1 - \sqrt{\frac{\partial_i \gamma}{1 + \partial_i \gamma}}\right). \quad (12)$$

由式(5)和(7)得到 Rayleigh - Lognormal 信道在采用 MRC 分集接收时的平均 BER 的闭环表达式, 如下

$$\bar{B}^{RLN,M}(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^n w_i \varphi(\partial_i \gamma, 1) - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\partial_i \gamma}{1 + \partial_i \gamma}} \sum_{i=0}^n \sum_{m=1}^L w_i \left(\frac{1}{4+4\partial_i \gamma}\right)^m \binom{2m}{m}. \quad (13)$$

**3.3 六状态 Markov 模型的平均 BER** 由式(1), (11)可以知道六状态 Markov 模型的不采用 MRC 分集接收和采用分集接收时的平均 BER 表达式如下

$$\bar{B}^S(\gamma) = A_1 \bar{B}^{R1}(\gamma) + A_2 \bar{B}^{R2}(\gamma) + A_3 \bar{B}^{R3}(\gamma) + A_4 \bar{B}^{RLN1}(\gamma) + A_5 \bar{B}^{RLN2}(\gamma) + A_6 \bar{B}^{RLN3}(\gamma), \quad (14)$$

$$\bar{B}^{S,M}(\gamma) = A_1 \bar{B}^{R1,M}(\gamma) + A_2 \bar{B}^{R2,M}(\gamma) + A_3 \bar{B}^{R3,M}(\gamma) + A_4 \bar{B}^{RLN1,M}(\gamma) + A_5 \bar{B}^{RLN2,M}(\gamma) + A_6 \bar{B}^{RLN3,M}(\gamma). \quad (15)$$

将式(10)和(12)带入式(14), 即可以得到不采用分集接收时的平均 BER. 将(11)和(13)式带入(15)式中, 即可以得到采用 MRC 分集接收时的平均 BER.

## 4 仿真结果及分析

由文献[10]中的 2 种不同测量(60°和 70°的角度扩展)条件下分别得到转移概率矩阵  $P_1$  和  $P_2$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.4286 & 0 & 0.5714 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2222 & 0.2222 & 0.2222 & 0.3334 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 & 0 & 0.1667 & 0.3333 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2500 & 0.2500 & 0.5000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4286 & 0.5714 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.4286 & 0.2857 & 0.2587 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3333 & 0 & 0.6667 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2500 & 0.2500 & 0 & 0.5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4444 & 0 & 0.3333 & 0.2222 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5000 & 0.5000 & 0 \end{bmatrix}.$$

由转移概率矩阵可以得到六状态的稳态概率如表 1 所示,2 种不同的测量结果所对应的其他参数如下表 2. 与  $P_1$  和  $P_2$  对应得两状态的稳态概率和其他参数如表 3. 图 1 是转移概率  $P_1$  对应环境条件下不采用分集和采用 MRC 分集时六状态与两状态的比较,图 2 是转移概率  $P_2$  对应环境条件下不采用分集和采用 MRC 分集时六状态与两状态的比较.

表 1 六状态的稳态概率

Tab. 1 Six - state probability of stability							%
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	
$P_1$	24	7.0	31.1	20.9	0.40	16.6	
$P_2$	18.2	11.3	24.5	27.8	12.6	6.60	

表 2 六状态的其他参数( $\mu$  为负)

Tab. 2 Parameters corresponding of six - state ( $\mu$ is negative)									
	K1	K2	K3	$\mu 1$	$\delta 1$	$\mu 2$	$\delta 2$	$\mu 3$	$\delta 3$
$P_1$	13	10	6	9	1.5	12	3	14	5
$P_2$	12	9.1	7	8	1.6	11	3.2	13	6

表 3 两状态的参数

Tab. 3 Parameters corresponding of two - state

	A1	A2	K1	$\mu 1$	$\delta 1$		A1	A2	K1	$\mu 1$	$\delta 1$	
$P_1$	0.4	0.6	8.5	-9	5		$P_2$	0.3	0.7	9	-9.5	4

由图 1 和图 2 可以看到在不采用分集接收时,六状态的平均 BER 比两状态平均 BER 的要稍微好一些,当采用 MRC 的分集接收时候六状态的平均 BER 比两状态的平均 BER 要好很多. 同时从图 1 和图 2 中,我们可以看到不论是在两状态或是六状态情况下,MRC 分集接收都能够很好的降低平均 BER. 由此比较可以知道六状态 Markov 模型要好于两状态 Markov 模型.

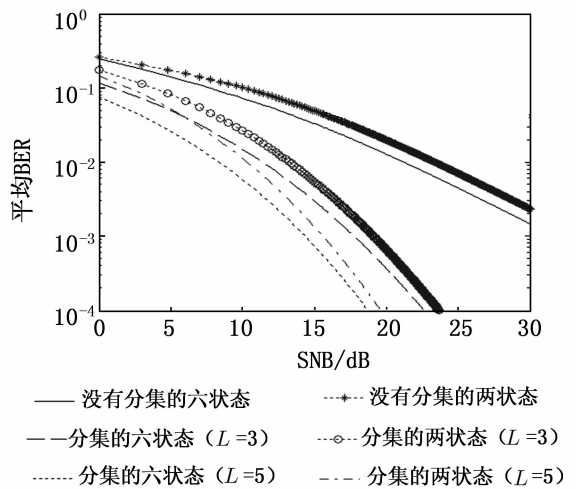
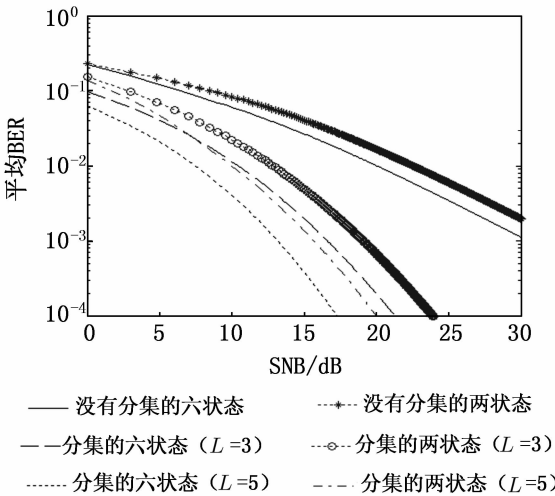


图 1  $P_1$  条件下六状态与两状态的 BER 比较

Fig. 1 Compares six - state and two - state when transition probability  $P_1$

图 2  $P_2$  条件下六状态与两状态的 BER 比较

Fig. 2 Compares six - state and two - state when transition probability  $P_2$

## 5 结 论

本文对文献[4]提出的六状态的 Markov 模型的平均 BER 进行了理论上的分析,得到了闭环表达式,

简化了计算复杂度,节省了仿真时间.通过与两状态的 Markov 模型进行了比较,验证了六状态的 Markov 模型的有效性.本文还对在采用 MRC 分集接收时六状态的 Markov 模型的平均 BER 进行了理论分析,并得到了闭环表达式.通过仿真验证了在采用 MRC 分集接收时能够很有效的降低平均 BER.

## 参考文献:

- [1] CORAZZA G E, VATALARO (R) F. A statistical model for land mobile Satellite channels and its application to non - geostationary orbit systems[J]. IEEE Transaction on vehicular technology, 1994, 43(3): 738-741.
- [2] Cygan, Daniel. Analytical evaluation of average bit error rate for the land mobile satellite channel[J]. International Journal of Satellite Communications, 1989, 7: 99-102.
- [3] SHEN Dong-ya, RONG Jian, YANG Yi-huai, et al. The six-state markov model for land mobile satellite channels[J]. IEEE International Symposium, 2005, 2(2): 1 619-1 622.
- [4] PARUW C K, SCHILLING D L. Probability of error for m-ary PSK and DPSK on a rayleigh fading channel[J]. IEEE Transactions on Communication, 1988, 36(6): 755 - 756.
- [5] TELLAMBURA C, MUELLER A J, BHARGAVA V K. BER and outage probability for the land mobile satellite channel with maximal ratio combining[J]. Electron Lett, 1995, 8: 606 - 608.
- [6] THEODORE R. Wireless communications principles and practices[M]. 2nd ed. Prentice Hall, 2001.
- [7] TELLAMBURA C, A Joseph Mueller, Vijay K Bhargava. Analysis of m-ary phase-shift keying with diversity reception for land-mobile satellite channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1997, 46(4).
- [8] ABRAMOVITZ M, STEGUN I A. Handbook of Mathematical Functions[M]. New York: Dove, 1972.
- [9] PROAKIS J G. Digital communications[M]. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [10] Athanasios G. Kanatass, Philip Constantino -u . A narrowband land mobile satellite channel software simulator for urban environments[J]. International Journal of Satellite Communications Int J Satell Commun, 2000, 18: 17-45

## Theoretical analysis and simulation of the average BER for Six - State Markov Model on Land - Mobile Satellite Channels

CUI Yan-ni, HUI Ming, SHEN Dong-ya, ZHAO Cui-qin  
(School of Information, Yunnan University, Kunming 650091, China)

**Abstract:** Theoretical analysis of the BER under Land - Mobile Satellite Channel (LMSC) circumstances using Six - State Markov Model was presented. It is also calculated the close - form expression of BER when receiving diversity was not used and the close - form expression of BER when L - Branch Micro - Diversity with Maximal Ratio Combining (MRC) was used. It is compared the BER between Six - State Markov Model and Two-State Markov Model under BPSK modulation when receiving diversity was adopted or was not adopted. The Six - State Markov Model was proved to be valid by the simulation.

**Key words:** Six-State Markov model; Land - Mobile Satellite Channel; Bit Error Rate; Maximal Ratio Combining