

文章编号:0253-9993(2012)11-1834-07

# 卸载状态下深埋黏土层冻结壁与周围土体共同作用理论研究

刘 波,宋常军,李 涛,于 飞

(中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院,北京 100083)

**摘要:**根据 Mises 屈服准则、冻土的流变理论及偏张量虎克定律,推导出了卸载状态下考虑冻结壁-周围土体共同作用的非线性黏弹塑性冻结壁的应力场和位移场的解析表达式,并得到了冻结壁外载和接触应力的计算公式以及确定黏塑性区大小的方程。结合工程实例,分析了冻结壁外荷载、接触应力、黏塑区、径向位移的发展规律,得到:① 冻结壁承受的土体压力小于土体的原始水平应力;② 地压较大时冻结壁开始产生黏塑区和黏塑区扩展到外部边界的时间极短;③ 黏塑区范围越大,径向位移随时间的变化越剧烈,黏塑性变形是导致冻结管断裂的主要原因。该模型能更好地反映冻结壁力学性质的本质。

**关键词:**卸载状态;深埋冻结壁;黏弹塑性;共同作用;冻土流变

**中图分类号:**TD265.3 **文献标志码:**A

## Interaction mechanism of deep-buried frozen soil wall and surrounding earth mass in excavation unloaded state

LIU Bo, SONG Chang-jun, LI Tao, YU Fei

(School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on Mises yield criterion, rheological theory of frozen soils and Hooke's law of deviatoric tensor of equivalent stress-equivalent strain, the analytical formula of stress field and displacement field of nonlinear viscoelasto-plastic frozen wall under the interaction of frozen wall and surrounding earth mass in unloaded state were derived. The formulas for load of frozen soil wall and contact stress were also obtained. The equation of the visco-plastic zone was also deduced and presented. Combined with engineering case, the developing of frozen soil's load, contact stress, visco-plastic zone and radial displacement were analyzed. The results can be derived as below: ① The load of frozen wall is less than the virgin horizontal earth pressure. ② The time that visco-plastic zone appears and extends to the external border of frozen wall is very short. ③ The change of radial displacement with time is more intense with larger visco-plastic zone. The visco-plastic deformation is the important reason that leads to the rupture of the frozen pipes. This analytical model can better reflect the nature of mechanical properties of frozen wall.

**Key words:** unloaded state; deep-buried frozen wall; viscoelasto-plastic; interaction; rheological property of frozen soils

在我国能源结构中,煤炭占 70% 以上。当地质条件好的煤田已大量开发,但煤炭产量仍不能满足经济发展的需要时,就不得不在地质条件复杂的深厚表土层中建设矿井、开采煤炭<sup>[1-2]</sup>。在传统的冻结壁设

计理论中,如无限长厚壁圆筒静态理论、动态理论和有限长厚壁圆筒准动态理论,一般都假设冻结壁上的外荷载为土体的原始水平压力值<sup>[1,3-7]</sup>(一般采用重液公式  $p=0.013H$  计算),都没有考虑冻结壁的卸载

状态<sup>[8-11]</sup>及冻结壁与周围未冻土的共同作用。这实际上是将冻结壁看作外部受恒定荷载的厚壁圆筒,与卸载状态下冻结壁与周围未冻土共同作用机理不符。因此,对深厚表土下冻结壁的研究,考虑卸载状态和其与周围未冻土的共同作用是需研究的重要问题。

国内外学者就冻结壁的研究成果较多。如文献[12-13]通过数值计算分析了有限段高内冻结壁的变形规律;文献[8-9]考虑了冻结壁为弹塑性阶段卸载状态下冻结壁与周围未冻土的共同作用;文献[10]考虑了卸载状态下弹黏性体冻结壁和周围未冻土的共同作用,通过理论分析和数值模拟得到了深埋冻结壁的变形特性。由于地层的差异性,在理论研究方面,目前基于冻土的黏弹塑性蠕变特性以及考虑冻结壁与周围未冻土的共同作用的研究不足,现有研究成果仍难以满足实际工程的需求。因此,本文在同时考虑卸载条件和冻结壁与周围土体共同作用的情况下,通过对黏弹塑性冻结壁进行理论求解,推导出了冻结壁的应力场、位移场、冻结壁外荷载和接触应力的解析解,并结合工程实例分析了冻结壁外荷载、接触应力、黏塑区半径、径向位移随时间的变化规律。

### 1 冻结壁与周围未冻土的理论分析

#### 1.1 “卸载状态下冻结壁与土层共同作用”的基本思想

冻结壁是在原始地应力场土体中形成的,其内部土体的开挖解除了冻结壁内表面上的原始地应力场,由于原始地应力场引起的应力场和位移场在其内部土体开挖前已经形成,所以冻结壁的变形仅是由卸载过程中的解除应力场引起的。因此,在工程意义上可不考虑原始应力场对冻结壁的应力-应变状态的影响,只考虑解除应力场的作用。为了便于确定解除应力场,考虑冻结壁与周围未冻土的共同作用,以作用在外围无限土体外边界上的等效荷载来代替冻结壁内表面上的解除应力,对于平面应变问题,等效荷载<sup>[8-9]</sup>由下式表示。

$$p_{eq} = \frac{p}{2(1 - \mu_0)} \quad (1)$$

式中, $p$ 为土体的原始水平应力,一般根据重液公式 $p = 0.013H$ 计算; $\mu_0$ 为土体的泊松比。

#### 1.2 冻结壁与周围未冻土的力学模型

将冻结壁和周围未冻土均看成是均质、连续的无限长厚壁圆筒,作为轴对称平面应变问题来处理。假设周围未冻土为各向同性弹性体,弹性模量 $E_0$ ,剪切

模量 $G_0$ ,泊松比 $\mu_0$ 。根据冻结壁内各点应力状态和应力水平的不同,将冻结壁划分成2个区域。内侧为黏塑区,考虑冻土强度随时间不断弱化的特性;外侧为黏弹区,按流变力学理论进行分析。周围未冻土无限远处边界 $L_\infty(r=r_\infty)$ 有等效荷载 $p_{eq}$ ;冻结壁和周围未冻土的交界面 $L_1(r=r_1)$ 有外荷载 $p_1$ ;冻结壁的黏弹区和黏塑区交界面 $L_2(r=r_2)$ 有接触应力 $p_2$ ;冻结壁内表面 $L_0(r=r_0)$ 有 $p_0=0$ 。冻结壁的力学模型如图1所示。

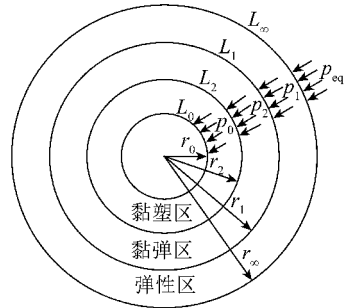


图 1 冻结壁与周围未冻土共同作用力学模型

Fig. 1 Mechanical model of interaction of frozen soil wall and surrounding earth mass

#### 1.3 周围未冻土弹性区

周围未冻土可看成内外受均布压力的轴对称弹性厚壁圆筒,按平面应变问题来计算其径向应力和环向应力<sup>[10-11,13,15-17]</sup>:

$$\sigma_r^{UF} = \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)p_{eq} + p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \quad (2)$$

$$\sigma_\theta^{UF} = \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right)p_{eq} - p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \quad (3)$$

根据广义 Hooke 定律有

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu_0(\sigma_r + \sigma_\theta)], \text{其中 } \varepsilon_z = 0, \text{则有}$$

$$\sigma_z^{UF} = \mu_0(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (4)$$

将式(2),(3)代入式(4),得

$$\sigma_z^{UF} = 2\mu_0 p_{eq} \quad (5)$$

可见周围未冻土的轴向应力与其泊松比和等效荷载有关,成正比关系。

在冻结壁和周围未冻土交界面 $L_1(r=r_1)$ 上土体的应力场和位移场有

$$\{\sigma_{r(L_1)}^{UF} = p_1$$

$$\sigma_{\theta(L_1)}^{UF} = 2p_{eq} - p_1 \quad (6)$$

$$\sigma_{z(L_1)}^{UF} = 2\mu_0 p_{eq}$$

$$u = \frac{1 - \mu_0^2}{E_0 r_1} \left[ \left(1 + \frac{\mu_0}{1 - \mu_0}\right)p_1 r_1^2 + 2p_{eq} r_1^2 \right] =$$

$$\frac{r_1}{2G_0} [2(1 - \mu_0)p_{eq} - p_1] = \frac{r_1}{2G_0}(p - p_1) \quad (7)$$

### 1.4 冻结壁黏塑区的应力分布

冻结壁黏塑区的屈服条件采用 Mises 屈服准则,为了保证冻结壁结构的安全,取冻土的长期强度作为计算的指标。

$$\sigma_{\theta}^{\text{VP}} - \sigma_r^{\text{VP}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_t \quad (8)$$

式中,  $\sigma_t$  为冻土的长期强度,可用式(9)来表示。

$$\sigma_t = \frac{H}{\ln(t/T)} \quad (9)$$

式中,  $t$  为荷载作用时间;  $H, T$  为试验参数。

将式(8)代入平衡方程:

$$\frac{d\sigma_r^{\text{VP}}}{dr} + \frac{\sigma_r^{\text{VP}} - \sigma_{\theta}^{\text{VP}}}{r} = 0 \quad (10)$$

并利用边界条件  $\sigma_r^{\text{VP}}|_{r=r_0} = p_0 = 0$ , 联立式(9)可得到冻结壁黏塑区的应力场为

$$\begin{cases} \sigma_r^{\text{VP}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} \ln(r/r_0) \\ \sigma_{\theta}^{\text{VP}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} [1 + \ln(r/r_0)] \\ \sigma_z^{\text{VP}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} [1 + 2\ln(r/r_0)] \end{cases} \quad (11)$$

在冻结壁黏塑区和黏弹区交界面  $L_2(r=r_2)$  上的应力场为

$$\begin{cases} \sigma_{r(L_2)}^{\text{VP}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} \ln(r_2/r_0) \\ \sigma_{\theta(L_2)}^{\text{VP}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} [1 + \ln(r_2/r_0)] \\ \sigma_{z(L_2)}^{\text{VP}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} [1 + 2\ln(r_2/r_0)] \end{cases} \quad (12)$$

### 1.5 冻结壁黏弹区的应力分布和位移场

在开挖卸载过程中,冻结壁与周围土体交界面处所受的外荷载,是由于周围未冻土阻止了冻结壁位移而产生的,冻结壁位移是随时间而变化的,所以冻结壁的外荷载  $p_1$  并非固定不变的,而是随时间变化的。因此,在冻结壁的黏弹性分析中应考虑冻结壁的流程特性,而不是考虑冻结壁在恒载作用下的蠕变特性。

在冻结壁的黏弹区,将其看成内、外半径分别为  $r_2, r_1$ , 承受内、外压分别为  $p_2, p_1$  的无限长厚壁筒,根据应力-应变偏张量表示的虎克定律和流态方程来分析其应力场和位移场。

在复杂应力状态下,冻土流变特性可由统一的流态方程<sup>[15-20]</sup>来描述:

$$\varepsilon_i = A(\theta)\sigma_i^B t^C \quad (13)$$

式中,  $\varepsilon_i$  为等效应变(应变强度);  $\sigma_i$  为等效应力(应力强度);  $A(\theta), B, C$  为试验参数;  $\theta$  为温度。

应力应变关系采用等效应力-应变表示的偏张量虎克定律:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} S_{ij} \quad (14)$$

式中,  $\varepsilon_{ij}$  为应变张量;  $S_{ij}$  为应力偏张量。

在三向应力状态下,冻黏土的体积变形近似为 0, 可忽略不计,即  $\varepsilon_m = 0$ , 则式(14)可表示为

$$e_{ij} = \frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} S_{ij} \quad (15)$$

式中,  $e_{ij}$  为应变偏张量。

将式(13)代入式(15)得

$$e_{ij} = \frac{3}{2} \varepsilon_i^{1-\frac{1}{B}} A(\theta)^{\frac{1}{B}} t^{\frac{C}{B}} S_{ij} \quad (16)$$

式(16)的一般形式为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{3}{2} \varepsilon_i^{1-\frac{1}{B}} A(\theta)^{\frac{1}{B}} t^{\frac{C}{B}} (\sigma_r - \sigma_m) \\ \varepsilon_{\theta} = \frac{3}{2} \varepsilon_i^{1-\frac{1}{B}} A(\theta)^{\frac{1}{B}} t^{\frac{C}{B}} (\sigma_{\theta} - \sigma_m) \\ \varepsilon_z = \frac{3}{2} \varepsilon_i^{1-\frac{1}{B}} A(\theta)^{\frac{1}{B}} t^{\frac{C}{B}} (\sigma_z - \sigma_m) \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $\sigma_m$  为平均应力,  $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_{\theta} + \sigma_z)$ 。

令  $\chi = \frac{3}{2} \varepsilon_i^{1-\frac{1}{B}} A(\theta)^{\frac{1}{B}} t^{\frac{C}{B}}$ , 式(17)可简化成

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \chi(\sigma_r - \sigma_m) \\ \varepsilon_{\theta} = \chi(\sigma_{\theta} - \sigma_m) \end{cases} \quad (18)$$

将式(18)两式相减并转化可得

$$\begin{cases} \sigma_r - \sigma_{\theta} = \chi^{-1}(\varepsilon_r - \varepsilon_{\theta}) \\ \sigma_r - \sigma_z = \chi^{-1}(\varepsilon_r - \varepsilon_z) \end{cases} \quad (19)$$

假设冻结壁黏弹区的径向位移为  $u$ , 则几何方程为

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{du}{dr} \\ \varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} \end{cases} \quad (20)$$

考虑到假设冻结壁为轴对称平面应变问题和三向应力状态下冻土的体积变形近似为 0, 应有

$$\varepsilon_{\theta} + \varepsilon_r = 0 \quad (21)$$

将式(20)代入式(21)有

$$\frac{u}{r} + \frac{du}{dr} = 0 \quad (22)$$

式(22)的解为

$$u = \frac{J}{r} \quad (23)$$

其中,  $J$  为积分常数。这里获得的冻结壁位移解答与径向半径有关,说明式(23)对整个冻结壁(黏弹性区和黏塑性区)都是成立的。

将式(23)代入式(20)得

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_r &= -\frac{J}{r^2} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{J}{r^2} \end{aligned} \right. \quad (24)$$

将式(24)代入主应变表示的等效应变方程且考虑  $\varepsilon_z=0$ , 有

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{|J|}{r^2} \quad (25)$$

联立式(18), (19)、式(24), (25)可得

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{|J|}{r^2} \right)^{1-\frac{1}{B}} A(\theta)^{\frac{1}{B} \frac{c}{t^B}} \right]^{-1} \left( -\frac{2J}{r^2} \right) = -\frac{(2)^{(1+\frac{1}{B})}}{(\sqrt{3})} \frac{J^{\frac{1}{B}}}{A(\theta)^{\frac{1}{B} \frac{c}{t^B}} r^{\frac{2}{B}}} \quad (26)$$

将式(26)代入平衡方程

$$\frac{d\sigma_r^{\text{VE}}}{dr} + \frac{\sigma_r^{\text{VE}} - \sigma_\theta^{\text{VE}}}{r} = 0 \quad (27)$$

式(27)积分得

$$\sigma_r^{\text{VE}} = K - \frac{(2)^{(1+\frac{1}{B})}}{(\sqrt{3})} \frac{B}{2} \frac{J^{\frac{1}{B}}}{A(\theta)^{\frac{1}{B} \frac{c}{t^B}} r^{\frac{2}{B}}} \quad (28)$$

式中,  $K$  为对  $\sigma_r^{\text{VE}}$  积分时引进的常数, 可根据边界条件求得。

边界条件为

$$\left\{ \begin{aligned} r = r_2, \sigma_r^{\text{VE}} &= p_2 \\ r = r_1, \sigma_r^{\text{VE}} &= p_1 \end{aligned} \right. \quad (29)$$

联立式(28), (29)可以求得积分常数  $J$  和  $K$ 。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{J^{\frac{1}{B}}} &= (p_2 - p_1) [A(\theta)t^c]^{\frac{1}{B}} \frac{2(\sqrt{3})^{(1+\frac{1}{B})}}{B(2)} \frac{r_1^{\frac{2}{B}} r_2^{\frac{2}{B}}}{r_2^{\frac{2}{B}} - r_1^{\frac{2}{B}}} \\ K &= \frac{r_2^{\frac{2}{B}} p_2 - r_1^{\frac{2}{B}} p_1}{r_2^{\frac{2}{B}} - r_1^{\frac{2}{B}}} \end{aligned} \right. \quad (30)$$

联立式(19), (28)和式(30)得冻结壁黏弹区的应力场为

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^{\text{VE}} &= \frac{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{(r_2^{\frac{2}{B}} - r_1^{\frac{2}{B}}) r_1^{\frac{2}{B}}}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \\ \sigma_\theta^{\text{VE}} &= \frac{\left[ \left( 1 - \frac{2}{B} \right) r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}} \right] r_2^{\frac{2}{B}}}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{\left[ r_1^{\frac{2}{B}} - \left( 1 - \frac{2}{B} \right) r_2^{\frac{2}{B}} \right] r_1^{\frac{2}{B}}}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \\ \sigma_z^{\text{VE}} &= \frac{\left[ \left( 1 - \frac{1}{B} \right) r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}} \right] r_2^{\frac{2}{B}}}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{\left[ r_1^{\frac{2}{B}} - \left( 1 - \frac{1}{B} \right) r_2^{\frac{2}{B}} \right] r_1^{\frac{2}{B}}}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}) r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \end{aligned} \right. \quad (31)$$

则冻结壁黏弹区和黏塑区交界面  $L_2(r=r_2)$  上的应力场为

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{r(L_2)}^{\text{VE}} &= p_2 \\ \sigma_{\theta(L_2)}^{\text{VE}} &= \frac{\left( 1 - \frac{2}{B} \right) r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{2}{B} \frac{r_1^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \\ \sigma_{z(L_2)}^{\text{VE}} &= \frac{\left( 1 - \frac{1}{B} \right) r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{1}{B} \frac{r_1^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \end{aligned} \right. \quad (32)$$

则冻结壁黏弹区和黏塑区交界面  $L_1(r=r_1)$  上的径向和环向应力为

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{r(L_1)}^{\text{VE}} &= p_1 \\ \sigma_{\theta(L_1)}^{\text{VE}} &= \frac{-\frac{2}{B} r_1^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{r_1^{\frac{2}{B}} - \left( 1 - \frac{2}{B} \right) r_2^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \\ \sigma_{z(L_1)}^{\text{VE}} &= \frac{-\frac{1}{B} r_1^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{r_1^{\frac{2}{B}} - \left( 1 - \frac{1}{B} \right) r_2^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 \end{aligned} \right. \quad (33)$$

联立式(23), (30)可得整个冻结壁的位移

$$u = \frac{3^{\frac{1+B}{2}} A(\theta) t^c}{2B^B} \frac{r_1^2 r_2^2}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}})^B r} (p_1 - p_2)^B \quad (34)$$

则冻结壁内边界位移为

$$u = \frac{3^{\frac{1+B}{2}} A(\theta) t^c}{2B^B} \frac{r_1^2 r_2^2}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}})^B r_0} (p_1 - p_2)^B \quad (35)$$

同理可得, 冻结壁外边界位移为

$$u = \frac{3^{\frac{1+B}{2}} A(\theta) t^c}{2B^B} \frac{r_1 r_2^2}{(r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}})^B} (p_1 - p_2)^B \quad (36)$$

根据冻结壁黏弹区和黏塑区交界面  $L_2(r=r_2)$  上的应力连续条件  $\sigma_{r(L_2)}^{\text{VE}} = \sigma_{r(L_2)}^{\text{VP}}, \sigma_{\theta(L_2)}^{\text{VE}} = \sigma_{\theta(L_2)}^{\text{VP}}$ , 代入式

(12) 和式(32)得到

$$\begin{cases} p_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} \ln(r_2/r_0) \\ p_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{H}{\ln(t/T)} \left[ \ln(r_2/r_0) + \frac{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}}{\frac{2}{B} r_1^{\frac{2}{B}}} \right] \end{cases} \quad (37)$$

同理,根据冻结壁外边界和周围土体内边界交界面  $L_1(r=r_1)$  上的应力连续条件  $\sigma_{r(L_1)}^{VE} = \sigma_{r(L_1)}^{UF}, \sigma_{\theta(L_1)}^{VE} = \sigma_{\theta(L_1)}^{UF}$ , 代入式(6)和式(33)得到

$$\frac{-\frac{1}{B} r_2^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_2 + \frac{r_1^{\frac{2}{B}} - \left(1 - \frac{1}{B}\right) r_2^{\frac{2}{B}}}{r_1^{\frac{2}{B}} - r_2^{\frac{2}{B}}} p_1 = p_{eq} \quad (38)$$

将式(9),(37)代入式(38)得

$$\ln(t/T) = \frac{2H \left[ \ln(r_2/r_0) + \frac{B}{2} - \frac{1}{2} (B-1) \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{2}{B}} \right]}{\sqrt{3} p_{eq}} \quad (39)$$

式(39)为超越方程,在其他参数已知的条件下可采用 Matlab 软件求出黏塑区半径  $r_2$  的数值解。

当  $r_2=r_0$  时,根据式(39)可求得冻结壁开始产生黏塑区的时间  $t_1$  为

$$t_1 = T \exp \left\{ \frac{H[B - (B-1)(r_0/r_1)^{2/B}]}{\sqrt{3} p_{eq}} \right\} \quad (40)$$

当  $r_2=r_1$  时,根据式(39)可求得冻结壁黏塑区扩张到外边界的时间  $t_2$  为

$$t_2 = T \exp \left\{ \frac{H[2\ln(r_1/r_0) + 1]}{\sqrt{3} p_{eq}} \right\} \quad (41)$$

## 2 工程实例计算及分析讨论

在本节计算中,以山东某煤矿风井为计算模型,取 558 m 处黏土层作为计算控制层。岩土参数如下:土体弹性模量  $E_0=65$  MPa,泊松比  $\mu_0=0.35$ ;  $-10$  °C 时冻土试验参数  $A(\theta)=2.16 \times 10^{-4}$  MPa,  $B=1.86$ ,  $C=0.424$ ,  $H=37.0$  MPa,  $T=2.7 \times 10^{-5}$  h;冻结深度  $H_0=664$  m,冻结壁内半径  $r_0=7.0$  m,冻结壁外半径  $r_1=17$  m;原始水平地压  $p=7.25$  MPa,等效荷载  $p_{eq}=5.58$  MPa。

### 2.1 $p_1, p_2$ 与黏塑区半径 $r_2$ 和时间 $t$ 的关系分析

将上述计算参数分别代入式(37),得到冻结壁外荷载  $p_1$ 、接触应力  $p_2$  与黏塑区半径  $r_2$  和时间  $t$  的关系曲线如图 2 和图 3 所示。

从图 2,3 可以看出,在不同黏塑性区半径  $r_2$  的情况下,  $p_1, p_2$  随时间的增加而逐渐减小,并且在黏塑性区  $r_2$  发展的瞬间变化较剧烈,在较短时间内即趋

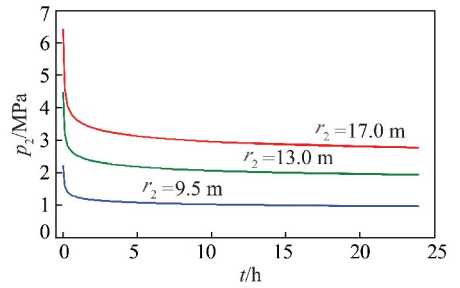


图 2 接触应力  $p_2$  随时间  $t$  的变化曲线

Fig. 2 Curves of contact stresses versus time

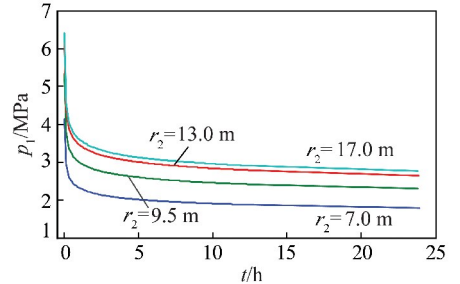


图 3 冻结壁外荷载  $p_1$  随时间  $t$  的变化曲线

Fig. 3 Curves of load of frozen stresses versus time

于近似恒定值,其后  $p_1, p_2$  不再有实质性的减小,逐渐趋于稳定。从图 3 还可以看出,当冻结壁处于全黏弹性阶段( $r_2=7.0$  m),冻结壁外荷载  $p_1$  在 24 h 时仅为 1.78 MPa,约占等效荷载的 31.9%;即使当冻结壁全部处于黏塑性阶段( $r_2=17.0$  m),冻结壁外荷载  $p_1$  在 24 h 时也仅为 2.77 MPa,也仅占等效荷载的 49.6%。这说明冻结壁的作用不仅仅是隔水,还要承受冻结壁外荷载的作用,但冻结壁的外荷载要小于土体的原始水平应力。

### 2.2 黏塑区半径 $r_2$ 和时间 $t$ 的关系分析

将上述计算参数分别代入式(39),得到黏塑区半径  $r_2$  随时间  $t$  的关系曲线如图 4 所示。

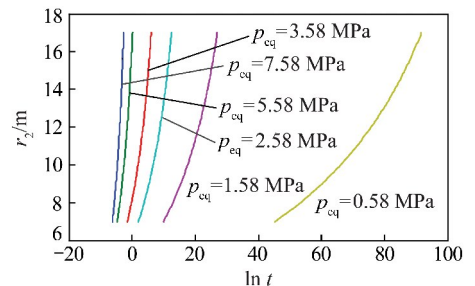


图 4 黏塑区半径  $r_2$  随时间  $t$  的变化曲线

Fig. 4 Curves of radius of visco-plastic zone versus time

从图 4 可以看出,当地压较小时,冻结壁开始产生黏塑区和黏塑区发展到外部边界的时间都极长,即地压较小时,产生黏塑性变形的时间很长。当地压较大时,冻结壁开始产生黏塑区和黏塑区扩展到外部边



界的时间都极短,即黏塑区半径  $r_2$  的发展速率很快,即使在冻结壁厚度较大的情况下,整个冻结壁几乎在瞬间就全部处于流动状态,产生很大的黏塑性变形,从而导致冻结管的断裂。因此,对于深冻结井,盲目地增加冻结壁厚度并不能有效地解决冻结管的断裂问题。最有效、最根本的措施首先是合理提高冻结壁的强度和减小冻结壁的变形,也就是在掘进黏土层时,尽可能缩小段高,较少井帮的暴露时间并及时支护,减小其有害变形的产生;其次是采用塑性大和韧性好的钢管做冻结管,使冻结管能适应较大的冻结壁变形。

### 2.3 冻结壁径向位移 $u$ 和时间 $t$ 的关系分析

将上述计算参数分别代入式(34),得到冻结壁的径向位移  $u$  随时间  $t$  的关系曲线如图 5 所示。

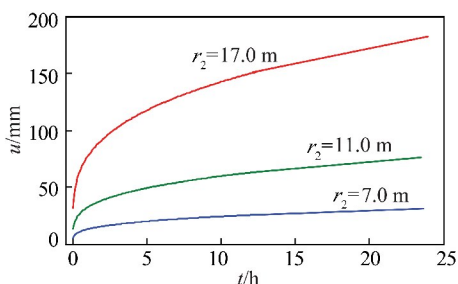


图 5 径向位移  $u$  随时间  $t$  的变化曲线

Fig. 5 Curves of radial displacement versus time

从图 5 可以看出,在不同塑黏性区半径  $r_2$  的情况下,冻结壁径向变形随时间的变化不同,但都随时间的增加而不断变大。开挖初期,冻结壁的径向位移随时间增长较快,其后随时间的发展逐渐趋于平缓。从图 5 还可以看出,当冻结壁处于全黏弹性阶段 ( $r_2 = 7.0$  m) 时,开挖后 24 h,冻结壁的径向位移仅为 31.0 mm;而当冻结壁处于全黏塑性阶段 ( $r_2 = 17.0$  m) 时,开挖后 24 h,冻结壁的径向位移达到 182.9 mm。这说明黏塑性区范围越大,径向位移随时间的变化越剧烈,冻结壁的黏塑性变形为冻结壁的主要变形。因此,黏塑性变形才是导致冻结管断裂的主要原因。

## 3 结 论

(1) 通过对卸载状态下冻结壁-周围土体共同作用机理的理论分析,基于 Mises 屈服准则、冻土流变理论和等效应力-等效应变偏张量虎克定律,推导出了非线性黏弹塑性冻结壁的应力场和位移场的解析解;以及冻结壁外荷载、接触应力的表达式和确定冻结壁黏塑性区半径的超越方程;结合工程实例探讨了冻结壁外荷载、接触应力、黏塑性区及径向位移的发展规律。

(2) 冻结壁在隔水的同时还要承受冻结壁外土压的作用,但实际作用在冻结壁上的土压力要小于土体的原始水平应力。

(3) 增加冻结壁厚度并不能有效地解决冻结管的断裂问题,最有效、最根本的措施是合理提高冻结壁的强度和减小冻结壁的变形;采用塑性大和韧性好的钢管做冻结管,使冻结管能适应较大的冻结壁变形。黏塑性区越大,径向位移发展越剧烈,冻结壁的塑黏性变形才是导致冻结管断裂的主要原因。

(4) 在工程意义上可不考虑原始应力场对冻结壁应力-应变状态的影响,只考虑解除应力场的作用。本文的求解对深埋黏土层冻结壁的稳定性具有重要的理论意义,但对冻结岩石和较厚冻结壁条件下的适用性尚需进一步研究。

### 参考文献:

- [1] 崔广心,杨维好,吕恒林. 深厚表土层中的冻结壁和井壁[M]. 徐州:中国矿业大学出版社,1998:95-96.  
Cui Guangxin, Yang Weihao, Lü Henglin. Frozen wall and shaft wall in deep alluvium [M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 1998: 95-96.
- [2] 陈湘生. 对深冻结井几个关键问题的探讨[J]. 煤炭科学技术, 1999, 27(1): 36-38.  
Chen Xiangsheng. Discuss on several key issues for deep frozen shaft [J]. Coal Science and Technology, 1999, 27(1): 36-38.
- [3] 汪仁和,李栋伟. 深井冻结壁黏弹塑性分析[J]. 安徽理工大学学报(自然科学版), 2006, 26(2): 17-19.  
Wang Renhe, Li Dongwei. Analysis of viscoelasto-plastic mechanics for frozen wall deep-shaft [J]. Journal of Anhui University of Science and Technology (Natural Science), 2006, 26(2): 17-19.
- [4] 余力,崔广心,翁家杰,等. 特殊凿井[M]. 北京:煤炭工业出版社, 1981: 2-3.  
Yu Li, Cui Guangxin, Weng Jiajie, et al. Special methods of excavating well [M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1981: 2-3.
- [5] 陈湘生. 我国人工冻结黏土蠕变数学模型及应用[J]. 煤炭学报, 1995, 20(4): 399-402.  
Chen Xiangsheng. Creep mathematic model of frozen clay and its application in China [J]. Journal of China Coal Society, 1995, 20(4): 399-402.
- [6] 陈湘生. 深冻结壁时空设计理论[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(5): 13-16.  
Chen Xiangsheng. Time-space design theory for deep ice wall of short cylinder [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(5): 13-16.
- [7] 陈湘生,苏立凡. 一般报告 on mechanical properties of frozen soils [A]. Ground Freezing 91 [C]. Rotterdam, 1991: 429-436.
- [8] 胡向东. 卸载状态下冻结壁外载的确定[J]. 同济大学学报, 2002, 30(1): 6-10.

- Hu Xiangdong. Determination of load on frozen soil wall in unload state[J]. Journal of Tongji University, 2002, 30(1): 6-10.
- [9] 胡向东. 卸载状态下与周围土体共同作用的冻结壁力学模型[J]. 煤炭学报, 2001, 26(5): 507-511.
- Hu Xiangdong. A mechanical model of interaction of frozen soil wall and surrounding earth mass in unload state[J]. Journal of China Coal Society, 2001, 26(5): 507-511.
- [10] 蔡海兵, 程桦, 荣传新. 深埋冻结壁变形特性的理论分析及数值计算[J]. 西安科技大学学报, 2008, 28(3): 439-444.
- Cai Haibing, Cheng Hua, Rong Chuanxin. Deformation characteristics of deep-buried frozen wall based on frozen soils rheological theory[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2008, 28(3): 439-444.
- [11] 荣传新, 王秀喜, 程桦, 等. 冻结壁稳定性分析的黏弹塑性模型[J]. 力学与实践, 2005, 27(6): 68-72.
- Rong Chuanxin, Wang Xiuxi, Cheng Hua, et al. A unified viscoelastic-plastic constitutive model for stability analysis of frozen soil wall[J]. Mechanics in Engineering, 2005, 27(6): 68-72.
- [12] 郭瑞平, 霍雷声. 冻结壁位移计算及冻结施工优化设计[J]. 矿冶工程, 1999, 19(4): 6-8.
- Guo Ruiping, Huo Leisheng. Computation of displacement of frozen soil wall and optimized design of frozen soil wall construction[J]. Mining and Metallurgical Engineering, 1999, 19(4): 6-8.
- [13] 王建平, 王正延, 吴期建. 深厚黏土层中冻结壁变形和应力的三维有限元分析[J]. 冰川冻土, 1993, 15(2): 70-75.
- Wang Jianping, Wang Zhengyan, Wu Qijian. 3D finite element distortion and stress analysis of frozen wall in deep alluvium[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1993, 15(2): 70-75.
- [14] 张向东, 张树光, 李永清, 等. 冻土三轴流变特性试验研究与冻结壁厚度的确定[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(3): 395-400.
- Zhang Xiangdong, Zhang Shuguang, Li Yongqing, et al. Testing study on triaxial creep properties of frozen soil to determine thickness of frozen wall[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(3): 395-400.
- [15] 张学言, 闫澍旺. 岩土塑性力学基础[M]. 天津: 天津大学出版社, 2009.
- Zhang Xueyan, Yan Shuwang. Fundamentals and geotechnics plasticity[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2009.
- [16] 郑雨天. 岩石力学的弹塑黏性理论基础[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1988: 19-40.
- [17] 侯公羽, 李晶晶, 袁彬, 等. 恒载作用下轴对称圆巷围岩的流变变形方程求解[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 341-346.
- Hou Gongyu, Li Jingjing, Yuan Bin, et al. Solving equation of rheological deformation in axisymmetric round well under dead load[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(2): 341-346.
- [18] 吴紫汪, 马巍. 冻土强度与蠕变[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 1983.
- [19] 马巍, 吴紫汪, 盛煜, 等. 冻土的蠕变及蠕变强度[J]. 冰川冻土, 1994, 16(2): 113-118.
- Ma Wei, Wu Ziwan, Sheng Yu, et al. Creep and creep strength of frozen soil[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1994, 16(2): 113-118.
- [20] 刘建坤, 刘尧军, 徐艳, 译. 冻土流变学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2005: 289-353.