PANG Zhenxing, JI Jianfeng, XIAO Yun, et al. Estimation of the Resolution of Earth's Gravity Field for GRACE Follow-On Using the Spectrum Method[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2012, 41(3); 333-338. (庞振兴,姬剑锋,肖云,等.利用谱分析法估计 GRACE Follow-On 地球重力场的空间分辨率[J]. 测绘学报, 2012, 41(3); 333-338.)

# 利用谱分析法估计 GRACE Follow-On 地球重力场的空间分辨率

虎振兴,姬剑锋,肖 云,李迎春 西安测绘研究所,陕西 西安 710054

# Estimation of the Resolution of Earth's Gravity Field for GRACE Follow-On Using the Spectrum Method

PANG Zhenxing, JI Jianfeng, XIAO Yun, LI Yingchun Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China

Abstract : The spatial resolution of the earth's gravity field for the future GRACE Follow-On is discussed by analyzing the spatial disturbance gravity spectrum and the accumulative geoid error spectrum. The radial disturbance gravity with the height 200 km and 250 km is computed, using the EGM96 gravitational field model. Analyzing the radial gravity disturbance spectrum characteristics, a new earth's gravity field model of 281 and 242 degrees can be recovered at the two orbit heights. The accumulative geoid error spectrum model is given, and the accumulative geoid error spectrum at the height of 200 km and 250 km is computed. Analyzing the accumulative geoid error, it can be concluded that the earth's gravity field can be recovered to a degree of 286 and 228.

Key words : GRACE Follow-On; spatial resolution; disturbance gravity spectrum; EGM96 gravity field model

摘 要:利用轨道扰动引力谱和大地水准面累计误差谱分析的方法估计未来 GRACE(gravity recovery and climate experiment) Follow-On 卫星反演地球重力场的空间分辨率。基于 GRACE Follow-On 卫星的轨道特性,计算其在高空所 受到的径向扰动引力,并根据谱特性及星载加速度计的测量噪声水平分析该卫星能反演重力场的阶数。利用 EGM96 重 力场模型分别计算 200 km 和 250 km 轨道高度处的扰动引力谱。分析其特性表明:在两个轨道高度处分别能反演 281 阶和 242 阶的地球重力场模型。给出大地水准面累计误差谱模型,并计算 200 km 和 250 km 轨道高度处大地水准面累 计误差谱。分析其谱特性表明:在两个轨道高度处分别能反演至 286 阶和 228 阶的地球重力场模型。

关键词:GRACE Follow-On;空间分辨率;扰动引力谱;EGM96 重力场模型

**中图分类号:**P228 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-1595(2012)03-0333-06 **基金项目:**国家自然科学基金(40804001; 41174026)

# 1 引 言

卫星跟踪卫星技术可以快速获取全球地球重 力场中长波信息的精细结构<sup>[1]</sup>,不仅可以获取地 球重力场静态信息,而且可以获得重力场的时变 信息,已经成为国际上地学领域的研究热点之一。 地球重力场及其随时间的变化量反映了地球表层 及其内部物质的空间分布、运动和变化,同时决定 着大地水准面的起伏及变化<sup>[2-5]</sup>。因此,确定地球 重力场的精细结构及其时变信息不仅是大地测量 学、地球物理学、地震学、海洋学、空间科学、国防 建设等的需求,同时也将为全人类寻求资源、保护 环境和预测灾害提供重要的信息资源<sup>[6-10]</sup>。

如表1所示,GRACE(gravity recovery and climate experiment)双星计划由美国航空航天局

(NASA)和德国航天局(DLR)共同研制开 发<sup>[11-12]</sup>,采用近圆形和近极地轨道设计。 GRACE利用K波段测量系统高精度测量星间距 离和星间距离变化率,利用高轨GPS卫星对低轨 双星精密跟踪定轨,利用高精度SuperSTAR加 速度计测量作用于双星间的非保守力。GRACE 系统包含两组SST-HL,同时利用K波段测量系 统获得高精度星间距离变化率数据,因此它得到 的静态和动态全球重力场的精度比CHAMP (challenging mini-satellite payload)至少高出一 个数量级。基于GRACE双星高精度感测中长波 地球重力场的优秀表现,NASA提出了又一项专 用于中短波地球重力场精密探测GRACE Follow-On 未来卫星计划<sup>[13-15]</sup>。GRACE Follow-On 双星预期采用近圆、近极地的轨道设计,利用无拖 曳控制及微推进技术高精度补偿双星所受到的非保守力,利用激光干涉星间测量系统高精度测量 星间速度,利用高轨 GPS 卫星对低轨双星精密跟 踪定位<sup>[16]</sup>。由表 1、表 2 可以看出,GRACE Follow-On 较大程度地降低了轨道高度,从而有效抑 制了地球重力场随卫星轨道高度增加的衰减的效 应,大幅度地提高了激光干涉系统星间距离变率 的测量精度,同时利用无阻尼系统高精度补偿了 双星受到的非保守力,因此使得 GRACE Follow-On 能以更高的分辨率和至少比 GRACE 高一个 数量级的精度恢复静态和动态地球重力场<sup>[17]</sup>。

表 1 GRACE 和将来的 GRACE Follow-On 卫星重力测量 计划参数对比

 Tab. 1
 A comparison of parameters between current

 GRACE and future GRACE Follow-On satellite
 gravity measurement missions

<del>余</del> 粉r	指标				
	GRACE	GRACE Follow-On			
发射时间	2002-03-17	2015-2020			
卫星寿命/a	$5 \sim 10$	>2			
轨道高度/km	$500 \sim 300$	$200 \sim 250$			
轨道倾角/(°)	89	89			
轨道离心率	<0.004	0.001			
星间距离/km	$220\pm50$	50			
跟踪模式	SST-HL/LL	SST-HL/LL			

#### 表 2 GRACE 和将来的 GRACE Follow-On 卫星关键载荷 匹配精度指标对比

Tab. 2A comparison of the key payloads matching accuracy<br/>between current GRACE and future GRACE Fol-<br/>low-On satellite gravity measurement missions

加测店	指标			
观测值 —	GRACE	GRACE Follow-On		
星间测速精度/(m/s)	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-9}$		
轨道位置/m	$3 \times 10^{-2}$	$3 \times 10^{-5}$		
轨道速度/(m/s)	$3 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{-8}$		
非保守力测量精度	$3 \times 10^{-10}$	$3 \times 10^{-13}$		

自 1960 年文献 [18] 提出卫星跟踪卫星 (SST)技术确定地球重力场以来,国际大地测量 学界的许多学者都积极投身于地球重力场恢复的 方法与算法的理论研究和数值计算之中。在众多 方法中,对于低低跟踪测量卫星,按照观测值分类 可分为:基于轨道数据恢复重力场方法和基于星 间距离变率数据恢复地球重力场方法。国内外很 多研究机构在利用轨道数据和星间变率数据恢复 地球重力场方面做出了大量的研究工作,取得了 很多研究成果。在这些研究工作中鲜见将谱分析 的方法引入其中。

基于以上原因,本文开展了基于轨道扰动引 力谱分析的方法有效估计将来 GRACE Follow-On 双星分别利用轨道数据和星间变率数据恢复 地球重力场的空间分辨率。给出了空间扰动引力 3 个方向的谱表达式,从垂直和水平两个方向(分 别对应其轨道数据和星间变率数据)分别计算了 GRACE Follow-On 双星所受的高空扰动引力, 并根据其谱特性及星载加速度计的测量噪声水平 分析了其能够反演重力场的阶数。

## 2 方 法

#### 2.1 空间扰动引力谱表达式

地球外部空间扰动位 T 的谱表达式为[19]

$$T(r,\varphi,\lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^{n} \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda\right) \overline{P}_{nm} (\sin \varphi)$$
(1)

式中,*T*(*r*,*φ*,λ)表示点坐标为(*r*,*φ*,λ)处的扰动 位;*GM* 是地球重力场一阶位;*R* 是地球平均半 径;*P*<sub>m</sub> 是正规化勒让德函数。空间扰动引力是 空间扰动位方向导数,对其进行径向求导计算 式为

$$\delta g_r = -\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) (\frac{R}{r})^{n+2} \cdot \sum_{m=0}^{n} (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \overline{P}_{nm} (\sin \varphi)$$
(2)

式中, \deltag, 是空间扰动引力在径向的分量, 勒让德 函数可采用递推式计算<sup>[20]</sup>, 这里不再给出详细递 推式。进一步将式(2)写为谱表达式

$$\delta g_r = \sum_{n=2}^{\infty} \delta g_m \tag{3}$$

式中

$$\delta g_m = \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \gamma(n+1) \sum_{m=0}^n \left(C_{mn} \cos m\lambda + S_{mn} \sin m\lambda\right) \overline{P}_{mn} \left(\sin \varphi\right)$$
(4)

式(4)即为空间任意一点处第 n 阶的径向扰 动引力谱表达式。在空间任意一点可计算扰动引 力谱分量,显然绕卫星轨道一周,设定步长 s<sup>°</sup>,在 每一阶可算出 K(K=360/s<sup>°</sup>+1)个扰动引力值, 评价扰动引力谱的平均量级采用式(5)

$$\left[\delta g_{m}\right] = \frac{\sum_{j=1}^{K} \left|\delta g_{in}(j)\right|}{K}$$
(5)

式中,[ $\delta g_m$ ]表示扰动引力谱的沿轨平均量级。 式(5)在下文用于计算扰动引力谱平均量级。

V

2.2 累计大地水准面误差谱表达式模型

地球扰动位的功率谱表达式为[19]

$$P_{n}^{2} \{T\} = \sum_{m=0}^{n} \left[\frac{1}{4\pi} \iint T(r,\varphi,\lambda) \overline{Y}_{nm}(\varphi,\lambda) \cos \varphi d\varphi d\lambda\right]^{2}$$
(6)

式中

$$\overline{Y}_{nm}(\varphi,\lambda) = \overline{P}_{n|m|}(\sin\varphi)Q_{m}(\lambda)$$

$$Q_{m}(\lambda) = \begin{cases} \cos m\lambda & m \ge 0\\ \sin |m|\lambda & m < 0 \end{cases}$$

基于球谐函数的正交性,式(6)可简化为

$$P_{n}^{2}\{T\} = \left(\frac{GM}{R_{e}}\right)^{2} \left(\frac{R_{e}}{r}\right)^{2l+2} \sum_{m=0}^{n} \left(\bar{C}_{nm}^{2} + \bar{S}_{nm}^{2}\right)$$
(7)

大地水准面功率谱为

$$P_{n}^{2}\{N\} = R_{e}^{2} \sum_{m=0}^{n} (\bar{C}_{mm}^{2} + \bar{S}_{mm}^{2})$$
(8)

根据式(7)和式(8)可得  $P_{n}^{2}$  {T}与  $P_{n}^{2}$  {N}的关系为

$$P_n^2\{N\} = R_e^2 \left(\frac{R_e}{GM}\right)^2 \left(\frac{r}{R_e}\right)^{2l+2} P_n^2\{T\}$$
(9)

由式(1)对  $\varphi$  和 $\lambda$  求异可得到

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{mn} \sin m\lambda\right) \frac{\partial \overline{P}_{nm} \left(\sin \varphi\right)}{\partial \varphi}$$
$$\frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n m \left(-C_{nm} \sin m\lambda + S_{nm} \cos m\lambda\right) \overline{P}_{nm} \left(\sin \varphi\right)$$
(10)

根据式(7)和式(10)可得到

$$P_n^2 \left\{ \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right\} = \left( \frac{GM}{R_e} \right)^2 \left( \frac{R_e}{r} \right)^{2n+2} \sum_{m=0}^n m^2 \left( \bar{C}_{nm}^2 + \bar{S}_{nm}^2 \right) \approx \frac{n^2}{2} P_n^2 \left\{ T \right\}$$
(11)

由球对称性,
$$\frac{\partial T}{\partial \varphi}$$
和 $\frac{\partial T}{\partial \lambda}$ 有相同的功率谱
$$P_n^2 \left\{ \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right\} = P_n^2 \left\{ \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right\} = \frac{n^2}{2} P_n^2 \left\{ T \right\}$$
(12)

根据能量守恒定律,单星观测方程可表示为

$$\frac{1}{2}\dot{r}^{2} = V_{0} + T + C$$
(13)

式中, ; 表示单星速度; V。表示中心引力位; C表示能量常数。

如图 1 所示, OXYZ 表示地心惯性系(ECI) GRACE Follow-On 双星差分能量观测方程可表 示为

$$\frac{1}{2}(\dot{\boldsymbol{r}}_{1} + \dot{\boldsymbol{r}}_{2})\dot{\boldsymbol{\rho}}_{12} = T_{2} - T_{1}$$
(14)

式中,  $\frac{1}{2}$ ( $\dot{r}_1 + \dot{r}_2$ ) =  $\sqrt{GM/r}$ 表示沿星星连线方向 的平均速度,  $\dot{r}_1$ 和 $\dot{r}_2$ 分别表示双星各自的绝对速 度;  $\dot{\rho}_{12} = \dot{r}_{12} e_{12}$ 表示激光干涉星间测量系统的星间 速度,  $\dot{r}_{12} = \dot{r}_2 - \dot{r}_1$ 表示双星间的相对速度矢量,  $e_{12} = \frac{r_{12}}{|r_{12}|}$ 表示由引导星指向尾随星的单位方向 矢量;  $T_2 - T_1 = \frac{\partial T}{\partial \varphi} \Delta \varphi$ 表示双星扰动位差分,  $\Delta \varphi = \frac{\rho_{12}}{r}$ 表示地心角,  $\rho_{12}$ 表示双星间距离,  $\dot{\rho}_{12}$ 的功 率谱表示为

$$P_n^2\left(\frac{i}{\rho_{12}}\right) = \frac{r}{GM} P_n^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) \left(\Delta \varphi\right)^2 \tag{15}$$



图 1 GRACE Follow-On 双星在轨飞行示意图

Fig. 1 The two satellites of GRACE Follow-On flying figure

联合式(9)、式(12)和式(15)可得 GRACE Follow-On 卫星激光干涉星间测量系统星间速度 误差谱  $P_n^2$  { $\dot{p}_{12}$ } =  $\frac{\sigma^2(\dot{\delta \rho_{12}})}{N_{max}}$ ,  $\sigma^2(\dot{\delta \rho_{12}})$ 表示星间速 度的方差;  $N_{max}$ 表示 GRACE Follow-On 地球重 力场理论上可恢复的最高阶数

$$N_{\rm max} = \frac{\pi r}{D} \tag{16}$$

式中, $D = r_0 \Delta t$  表示半波长空间分辨率; $r_0 = \sqrt{GM/r}$ 表示卫星平均速度; $\Delta t$  表示卫星观测值 采样时间间隔。 基于式(15)和式(16),星间速度误差  $\delta_{\rho_{12}}$ 影响累计大地水准面精度  $\delta N_{\rho_{12}}$ 的解析误差谱表达 式模型如下

$$\delta N_{\dot{\rho}_{12}} = R_{\epsilon} \sqrt{\frac{R_{\epsilon}}{GM} \left(\frac{r}{\rho_{12}}\right)^2 \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{r}{R}\right)^{2n+1} \frac{2}{n^2} \frac{2n+1}{N_{\max}} \frac{\sigma^2 \left(\dot{\delta \rho}_{12}\right)}{N_{\max}}}{N_{\max}}}$$
(17)

式中, 2*n*+1 *N*<sub>max</sub> 表示由每阶大地水准面误差转化到 累计大地水准面误差的频谱因子。

#### 3 结 果

GRACE Follow-On 轨道高度、星间速度误 差与空间地球重力场扰动引力谱特性及其反演地 球重力场模型对应的累计大地水准面误差谱息息 相关,须在扰动引力和累计大地水准面误差谱特 性已知条件下,根据卫星轨道高度和星间速度误 差确定其反演的地球重力场模型的分辨率。

本文主要从两个方面分析地球重力场空间扰 动引力谱特性:一是空间地球重力场扰动引力谱 垂直分布特性分析,即分析卫星轨道高度处扰动 引力大小,与 3×10<sup>-13</sup> m/s<sup>2</sup> 的星载加速度噪声 水平比较,分析信噪比;二是累计大地水准面误差 谱特性分析,即按照式(17)计算得到累计大地水 准面误差谱,与 GRACE Follow-On 卫星设计的 精度指标,分析其反演重力场模型的分辨率。空 间扰动引力的计算采用 EGM96 地球重力场 模型<sup>[21]</sup>。

#### 3.1 径向扰动引力谱分布特性分析

这里利用数值分析的方法计算 GRACE Follow-On 双星在不同轨道高度处径向扰动引力谱分 量,分析其利用轨道数据能够反演地球重力场的空 间分辨率。采用图示方法分析扰动引力径向分布 特性,重点分析其 250 阶以后的扰动引力谱特性。

试验 1:假设卫星轨道倾角为 90°,设定卫星 轨道高度分别为 200 km 和 250 km,经度设定为 0°,纬度为-90°~90°每隔 0.5°计算一个空间扰动 引力,绕轨道一周得到 361 个空间扰动引力值。按 照式(5)计算一轨的空间扰动引力谱的标准差。将 径向扰动引力分 5 段 2~40、41~110、111~180、 181~240、241~300 分别表示在图 2(a)~2(e)中。







由图 2(a)~2(e)可见,扰动引力随轨道高度 以及重力场模型阶数的增加而减少;200 km 及 250 km 轨道高度处分别在 242 阶和 281 阶处的 径向扰动引力值均超出了  $3 \times 10^{-8}$  mGal( $3 \times 10^{-13}$  m/s<sup>2</sup>)的非保守力测量精度,显然在 GRACE Follow-On 星载加速度测量水平下,无 法分离出相应的重力场信号。

因此,根据计算得到的空间扰动引力在各阶的谱量级,考虑到星载加速度噪声水平,利用 GRACE Follow-On 卫星的轨道数据在 200 km 和 250 km 轨高处分别能够反演至 242 阶和 281 阶的地球重力场模型。

#### 3.2 大地水准面累计误差谱特性分析

研究表明,GRACE 卫星任务恢复 120 阶地 球重力场模型时对应的累计大地水准面精度约为 18 cm<sup>[22]</sup>,由于 GRACE Follow-On 任务的精度目 标是高出 GRACE 卫星至少一个数量级,因此其所 恢复的地球重力场最高阶所对应的累计大地水准 面精度要优于 1.8 cm。这里主要采用数值模拟方 法计算 GRACE Follow-On 反演地球重力场对应的 大地水准面累计误差,根据累计大地水准面误差谱 特性及其优于 1.8 cm 的精度指标,分析该卫星利用 星间距离变率数据能够反演重力场的分辨率。

试验 2:假设 GRACE Follow-On 的轨道高度 为 200 km 和 250 km,星间距离为 50 km,SST-LL 系统的采样率为 5 s,星间距离变化率误差为 1×  $10^{-9}$  m/s,按照式(17)可以计算得到其恢复重力 场所对应的累计大地水准面精度。计算结果统计 分别如下图 3 和表 3 所示。

由图 3 和表 3 可以看出:轨道高度越低,

GRACE Follow-On 反演地球重力场所对应的累积 大地水准面精度就越高。欲达到其 1.8 cm 的累计 大地水准面精度指标,200 km 和 250 km 轨道高度处 分别能反演至 286 阶和 228 阶的地球重力场模型。



图 3 GRACE Follow-On 星间变率数据反演地球重力 场累计大地水准面误差谱(150~300 阶)

### 表 3 GRACE Follow-On 星间变率数据反演地球重力场 累计大地水准面精度

 Tab. 3
 The received gravity model corresponding accumulative geoid error using the satellite to satellite valueity data

veloc	ity uat	a					/ CIII
轨道高	模型阶数						
度/km	200	228	229	286	287	300	342
200	0.17	0.35	0.36	1.75	1.81	2.60	8.75
250	0.68	1.76	1.82	13.6	14.1	46.0	97.2

## 4 结 论

本文开展了基于谱分析方法有效估计未来 GRACE Follow-On 卫星能够反演地球重力场空 间分辨率的探索性研究,建立了空间径向扰动引 力谱和累计大地水准面误差谱表达式模型,并利 用该模型分别计算了扰动引力垂直谱与累计大地 水准面谱,分析其谱特性,得到了一些有益的结 论,具体如下:

(1)扰动引力径向特性表明,根据对空间扰动 引力在不同轨道高度处的谱特性分析,利用 GRACE Follow-On 的轨道数据,考虑到星载加速 度计噪声水平,在 200 km 和 250 km 轨道高度处, 分别能够反演 281 阶和 242 阶的地球重力场模型。

(2)累计大地水准面误差谱特性表明,欲达到

Fig. 3 The received gravity model corresponding accumulative geoid error spectrum using the satellite to satellite velocity data(150~300)

其 1.8 cm 的累计大地水准面精度指标,200 km 和 250 km 轨道高度处分别能反演至 286 阶和 228 阶的地球重力场模型。

(3)综合考虑加速度计噪声水平与大地水准 面精度指标,GRACE Follow-On 卫星在 200 km 和 250 km 轨道高度处,分别能够反演 281 阶和 228 阶的地球重力场模型。

## 参考文献 :

- [1] WANG Xingtao, LI Xiaoyan. Analysis of Errors for Earth Gravity Field Recovered by SST-LL[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(7): 770-773.(王兴涛,李晓燕.低低卫卫跟踪恢复地球重力场 的误差分析[J].武汉大学学报:信息科学版, 2009, 34 (7): 770-773.)
- [2] XU Houze. Satellite Gravity Missions: New Hot Point in Geodesy[J]. Science of Surveying and Mapping, 2001, 26 (3): 1-3. (许厚泽. 卫星重力研究: 21世纪大地测量研究的新热点[J]. 测绘科学, 2001, 26(3): 1-3.)
- [3] NING Jinsheng. The Satellite Gravity Surveying Technology and Research of Earth's Gravity Field[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2002, 22(1): 1-5. (宁津生. 卫星重力 探测技术与地球重力场研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2002, 22(1): 1-5.)
- [4] GAZENAVE A, NEREM R S. Redistributing Earth's Mass[J]. Science, 2002, 297(5582): 783-784.
- [5] LI Fei, YUE Jianli, ZHANG Liming, et al. Determination of Geoid by GPS/Gravity Data [J]. Chinese Journal of Geophysics. 2005, 48(2): 294-298. (李斐,岳建利,张利 明,等.应用 GPS/重力数据确定(似)大地水准面[J].地 球物理学报, 2005, 48(2): 294-298.)
- [6] XIAO Yun, XIA Zheren, WANG Xingtao. Recovering the Earth Gravity Field from Inter-satellite Range-rate of GRACE[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Science, 2007,36(1):19-25. (肖云,夏哲仁,王兴涛. 用 GRACE 星间 速度恢复地球重力场[J]. 测绘学报,2007,36(1):19-25.)
- [7] VELICOGNA I, WAHR J. Acceleration of Greenland Ice Mass Loss in Spring 2004[J]. Nature, 2006, 443(7109): 329-331.
- [8] SIMONS M, HAGER B H. Localization of the Gravity Field and the Signature of Glacial Rebound [J]. Nature, 1997, 390(6659): 500-504.
- [9] HAN S C, SHUM C K, BEVIS M, et al. Crustal Dilatation Observed by GRACE after the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake[J]. Science, 2006, 313(5787): 658-662.
- [10] ZHONG M, NAITO I, KITOH A. Atmospheric, Hydrological and Ocean Current Contributions to Earth's Annual Wobble and Length-of-day Signals Based on Output from a Climate Model [J]. Journal of Geophysical Research, 2003,108(B1): 2057-2064.
- [11] DAVID A. Gravity Measurement: Amazing GRACE[J]. Nature, 2002, 416(6876): 10-11.
- [12] RAMON V. GARCIA. Local Geoid Determination from GRACE Mission[R]. Ohio: Ohio State University, 2002.

- [13] ZHENG Wei, XU Houze, ZHONG Min, et al. Efficient and Rapid Estimation of the Accuracy of Future GRACE Follow-On Earth's Gravitational Field Using the Analytic Method[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2010, 53(4): 796-806. (郑伟, 许厚泽, 钟敏, 等. 利用解析法有效快 速估计 GRACE Follow-On 地球重力场的精度[J]. 地球 物理学报, 2010, 53(4): 796-806.)
- [14] LOOMIS B. Simulation Study of a Follow-On Gravity Mission to GRACE[D]. University of Colorado, 2005, 1-43.
- [15] FLECHTNER F, NEWMAYER K H, DOLL B, et al. GRAF: A GRACE Follow-On Mission Feasibility Study [R]. Vienna: EGU General Assembly 2009.
- [16] ZHENG W, XU H Z, ZHONG M, et al. Accurate and Rapid Error Estimation on Global Gravitational Field from Current GRACE and Future GRACE Follow-On Missions
   [J]. Chinese Physics: B,2009, 18(8): 3597-3604.
- [17] ZHENG Wei, XU Houze, ZHONG Min, et al. Research on Optimal Selection of Orbital Parameters in Improved-GRACE Satellite Gravity Measurement Mission [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010, 30(2): 43-46. (郑伟,许厚泽,钟敏,等. Improved-GRACE 卫星重 力轨道参数优化研究[J]. 大地测量与地球动力学,2010, 30(2): 43-46.)
- [18] BAKER R M L. Orbit Determination from Range and Range-rate Data [R]. Los Angeles: The Semi-annual Meeting of the American Rocket Society, 1960.
- [19] LU Zhonglian. Theories and Methods of the Gravitational Field [M]. Beijing: The Publishing Company of PLA, 1996. (陆仲连. 地球重力场理论与方法[M]. 北京: 解放 军出版社, 1996.)
- [20] LU Zhonglian. The Spherical Harmonic Function [R].
   Zhengzhou:PLA Surveying and Mapping College, 1998.
   (陆仲连.球谐函数[R].郑州:解放军测绘学院, 1988.)
- [21] LIU Xiaogang, WU Xiaoping, ZHAO Dongming, WU Xing. Comparision of Trajectory Disturbing Gravity Calculated by the Earth Gravity Field Models of EGM96 and EGM2008[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2009.29(5):62-67. (刘晓刚,吴晓平,赵东明,吴星. EGM96 和 EGM2008 重力场模型计算弹道扰动引力的比较[J]. 大 地测量与地球动力学, 2009.29(5):62-67.)
- [22] LIU Xiaogang. Theory and Methods of Earth's Gravity Field Model Recovery from GOCE Data[D]. Zhengzhou: PLA Information and Engineering University, 2011. (刘晓 刚. GOCE 卫星恢复地球重力场模型的理论与方法[D]. 郑 州:解放军信息工程大学测绘学院, 2011.)

(责任编辑:丛树平)

**收稿日期**: 2011-08-17

修回日期: 2012-02-09

**第一作者简介**: 庞振兴(1982—),男,硕士,工程师,主要 从事物理大地测量和卫星重力数据处理方法研究。

First author : PANG Zhenxing (1982—), male, master, engineer, majors in physical geodesy and satellite gravity. E-mail : pangzhenxing1@163.com