

基于计算机代数系统的大地坐标系精密计算理论及其应用研究

李厚朴^{1,2}

1. 海军工程大学 导航工程系, 湖北 武汉 430033; 2. 海岛(礁)测绘技术国家测绘地理信息局重点实验室, 山东 青岛 266510

The Research on the Precise Calculation Theory of Geodetic Coordinate System Based on Computer Algebra System and Its Application

LI Houpu^{1,2}

1. Department of Navigation, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; 2. Key Laboratory of Surveying and Mapping Technology on Island and Reef, National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, Qingdao 266510, China

大地坐标系精密计算往往涉及与参考椭球有关的各种复杂数学分析过程,以往主要依靠人工推导完成,导出的公式形式较为复杂,采取的近似处理影响了公式的精度,有的公式表现为具体的数值形式,仅适用于我国北京 54 坐标系和西安 80 坐标系下的解算。当前我国已经启用 2000 国家大地坐标系,给出该基准下的精密计算公式以满足测量和导航等相关学科的应用需求是非常有必要的。本文借助计算机代数系统,研究了常用坐标系统及其转换、常用纬度、航线、地图投影及其变换的精确计算问题,导出便于使用和记忆的符号形式的公式和算法,适用于不同参考椭球下的解算。主要内容如下:

(1) 将计算机代数分析方法系统地应用于大地坐标系数学分析,提高了分析效率和计算精度。大地坐标系数学分析需要处理涉及椭球偏心率 e 的幂级数展开、椭圆积分、隐函数高阶导数求取等复杂数学分析问题。以往主要依靠人工推导完成,导出的公式存在一些小的近似或偏差。本文利用计算机代数系统对上述问题重新进行了推演和检核,导出了一些过去人工推导未能实现的公式和算法,计算机代数系统的程序化设计语言保证了结果的准确性和可靠性,极大地提高了推导效率。

(2) 利用计算机代数系统强大的数学分析能力,推导和建立了椭球各纬度间正反解变换的符号表达式,将以往反解系数的数值形式改进为椭球偏心率 e 的幂级数形式。推导出大地纬度、地心纬度和归化纬度相互变换的展开式;推导出等距离纬度、等角纬度和等面积纬度正解展开式,纠正了传统正解公式系数高阶项中存在的偏差;分别采用幂级数展开法、Hermite 插值法和 Lagrange 级数法推导出形式一致、展开式系数完全相同的等距离纬度、等角纬度和等面积纬度反解展开式。上述各类展开式均为正弦函数的倍角形式,展开式系数为椭球第一偏心率 e 的幂级数形式,并且扩展至 e^{10} ,给出了我国常用大地坐标系下展开式的系数值,设计算例分析了展开式的精度。

(3) 以纬度正反解符号表达式为基础,改进航海导航领域常用航线的数学表示形式,实现了各类航线的精确计算。研究了 Bessel 大地主题的精确解算问题,推导出大地线长和球面弧长、椭球面经差和球面经差的关系式,将公式系数分别展至 e^8 ,提高了公式的计算精度;在此基础上,给出了一般情况下 Bessel 大地主题正解的直接解法和反解的迭代解法,研究了特殊情况下的大地主题正反解,探讨了 Bessel 大地主题反解的非迭代解法。改进了计算导航大地线长的大椭圆法,解决了顾及高程时两点间大地距离的计算问题,推导出以地心纬度为变量的子午线弧长公

式,简化了传统大椭圆法的计算过程;通过构造过具有两已知点平均高程的点且与原椭球相似的新椭球,将两已知点归化到该椭球上,利用 Andoyer-Lambert 公式和大椭圆法计算新椭球上两点间的大地距离,解决了具有高程的两点间大地距离的精确计算问题。研究了大圆航线、大椭圆航线和恒向线的计算问题,给出了大圆航线的初始航向角、航程和各分点坐标的计算公式;顾及旋转椭球的对称性,采用空间向量分析的方法推导出了大椭圆航线初始航向角和各分点坐标的计算公式;分析了传统墨卡托航法和传统中分纬度航法存在的缺陷,对其数学公式进行了重新设定,得到了改进的墨卡托航法和改进的中分纬度航法,提高了航迹计算精度。

(4) 建立正轴圆柱投影和正轴圆锥投影的直接变换模型,避免过去间接变换导致的误差。推导出子午线弧长、等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式,将展开式系数统一表示为椭球第一偏心率 e 的幂级数形式。在此基础上,系统地建立了正轴圆柱投影间、正轴圆锥投影间以及正轴圆柱投影和正轴圆锥投影间的直接变换模型。与传统变换公式相比,这些变换模型形式更为简单,计算更为精确。

(5) 以复变函数为基础,建立高斯投影、墨卡托投影和等角圆锥投影及变换的复变函数表示形式。将子午线弧长和等量纬度变换的直接展开式拓展至复数域,推导出复变函数表示的高斯投影正反解非迭代公式,给出墨卡托投影和等角圆锥投影正反解的复变函数表达式,并在此基础上推导出高斯投影、墨卡托投影和等角圆锥投影间变换的复变函数表达式。与传统实数变换公式相比,这些复数公式形式更为简单,理论更为严密。

中图分类号:P226

文献标识码:D

文章编号:1001-1595(2011)05-0630-01

基金项目:国家自然科学基金(40774002;40904018);海岛(礁)测绘技术国家测绘地理信息局重点实验室开放研究基金(2010B04)

收稿日期:2011-01-18

作者简介:李厚朴(1985—),2010年12月获海军工程大学导航、制导与控制专业博士学位(指导教师:边少锋教授)。主要研究方向为大地测量与卫星导航。

Author: LI Houpu(1985—), he received his doctorate in navigation, guidance and control from Naval University of Engineering in December 2010. His research interests include geodesy and satellite navigation.

E-mail: lihoupu1985@126.com