

有圆形孔的冻土蠕变的光粘弹性 模拟实验^①

王廷栋¹ 武建军¹ 赵希淑¹ 吴紫汪² 刘永智²

(1 兰州大学力学系, 730000; 2 中国科学院兰州冰川冻土研究所冻土工程国家重点实验室, 730000)

摘要 从线性粘弹性理论出发, 在满足 Boltzmann 叠加原理的情况下, 给出了模型实验应满足的一般相似条件, 进一步讨论了冻土蠕变模拟实验的相似条件。确定了冻土及光粘弹性模型的蠕变参数。在此基础上对有圆孔的冻土蠕变进行了光粘弹性模拟实验, 得到了孔边应力随时间变化的结果。

关键词 冻土蠕变 圆形孔 光粘弹性实验

对于冻土, 崔托维奇(1985)指出:“如果我们不考虑冻土总结构不可逆压密变形中的渗透——迁移部分, 则可把塑性冻土看作服从叠加蠕变理论的连续准均质体”。故而我们可以用服从 Boltzmann 叠加原理的光粘弹性模型进行模拟实验, 给出冻土蠕变时的应力分布。

1 相似条件的推求

线性粘弹性问题的基本方程为:

平衡方程

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

几何方程

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (2)$$

本构方程

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{ii} + \int_0^t L_{ijkl}(t-\tau) \sigma_{kl} d\tau \quad (3)$$

边界条件

$$\sigma_{ij} n_j = P_i \quad (\text{在 } S_\sigma \text{ 上}) \quad (4)$$

$$U_i = \bar{U}_i \quad (\text{在 } S_u \text{ 上}) \quad (5)$$

^①本文于1996年3月25日收到; 属中国科学院兰州冰川冻土研究所冻土工程国家重点实验室资助项目。

式中: σ_{ij} , ε_{ij} 分别为应力、应变张量; f_i , P_i , U_i 分别为体力、面力、位移矢量; τ 为时间变量; t 为当前时间; E 为瞬时弹性模量; ν 为泊松比; δ_{ij} 为克罗内克(Kroneck)符号。

现在考虑两个粘弹性体的静力相似问题。根据相似第一定理(基尔皮契夫, 1963), 借助方程分析法, 可以由式(1)~(5)得如下相似准则:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{lf}{\sigma} = \frac{l'f'}{\sigma'} = \text{const} \\ K_2 &= \frac{U}{\varepsilon l} = \frac{U'}{\varepsilon' l'} = \text{const} \\ K_3 &= \frac{\sigma}{E\varepsilon} = \frac{\sigma'}{E'\varepsilon'} = \text{const} \\ K_4 &= ELt = E'L't' = \text{const} \\ K_5 &= \nu = \nu' = \text{const} \\ K_6 &= \frac{P}{\sigma} = \frac{P'}{\sigma'} = \text{const} \\ K_7 &= \frac{\bar{U}}{U} = \frac{\bar{U}'}{U'} = \text{const} \end{aligned} \quad (6)$$

根据相似第三定理(基尔皮契夫, 1963), 问题的相似条件为: 1) 几何相似; 2) 边界条件相似(以上为单值条件相似); 3) 对模型和原型两现象式(6)中的 K_4 , K_5 分别取相同值(决定准则相等的条件)。

满足上述条件时两现象(模型和原型)相似, 则可依式(6)中的非决定准则由模型实验结果计算原型的应力、应变和位移。崔托维奇(1985)给出了工程计算中冻土蠕变的一维本构关系:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t L(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau \quad (7)$$

式中: $L(t-\tau)$ 称为蠕变核, 表征在较早时刻 τ 所加载荷对 t 时刻应变的影响, 且等于恒定应力下随时间变化的蠕变速度(对单位作用应力之比)。

以式(7)考虑冻土蠕变的相似条件。与前述线性粘弹性体本构关系式(3)相比, 将存在泊松比 ν 的差别, 即此时得不出 $\nu = \nu'$ 的相似条件, 此条件的不满足对实验结果的影响尚需另作讨论。

这里对式(6)中 $K_4 = \text{const}$ 的相似条件, 就冻土衰减蠕变的情况, 作进一步的讨论。取衰减蠕变的指数型核(崔托维奇, 1985): $L(t) = \delta e^{-\delta_1 t}$ 为例进行讨论。设 $\delta / \delta' = C_\delta$, $\delta_1 / \delta'_1 = C_{\delta_1}$, 则由式(6)中 K_4 条件可得:

$$K_4' = E\delta t = E'\delta' t' = \text{const} \quad (8)$$

$$K_4'' = \delta_1 t = \delta'_1 t' = \text{const} \quad (9)$$

这样, 对具有指数型蠕变核的冻土蠕变而言, 其相似条件是: 几何相似; 边界条件相似; K_4' , K_4'' 对模型和原型分别取相同值。

2 冻土及光粘弹性模型材料蠕变参数的确定

模拟实验的对象是张健明等(1989)中提供的膨胀性粘土。由 -10°C 的1号土样的蠕变曲线及有关实验数据,可以得到衰减蠕变的指数型蠕变核的表达式:

$$L = \frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma} = \delta e^{-\delta_1 t} = 2.11 \times 10^{-5} e^{-0.222t} \quad (10)$$

本文采用改变环氧树脂塑料增塑剂的方法,获得满足相似条件要求的光粘弹性模型材料。材料配比为:环氧树脂:顺丁烯:酸酐:苯:甲酸:丁脂=100:30:30:25:25:25。两次固化成型,常温存放数年性能稳定后使用,并严格控制使用温度。

用激光衍射法测变形(王廷栋等,1994),即以激光作光源的夫琅和费单缝衍射原理来测取光粘弹性材料的力学蠕变曲线,形如 $\varepsilon(t') = a + be^{-t'}$,经数据拟合决定 a, b 。由此可得模型材料的蠕变核

$$L' = \frac{\dot{\varepsilon}'}{\sigma'} = \delta' e^{-\delta_1' t'} = 9.09 \times 10^{-5} e^{-0.999t'} \quad (11)$$

且测得瞬时弹性模时 $E' = 3.2 \times 10^3 \text{ MPa}$ 。

由相似条件式(8)、(9)可得

$$t / t' = \delta_1' / \delta_1 = 4.50 \quad (12)$$

$$E / E' = \delta' t' / \delta t = 0.956 \quad (13)$$

由崔托维奇(1985)论述可知,冻结粘土的弹性模量为 10^3 MPa 量级,且知 $E' = 3.2 \times 10^3 \text{ MPa}$,即认为满足式(13)的要求。由式(12)可知,可在较短的实验时间模拟冻土较长时间蠕变,且式(12)给出了冻土蠕变和模拟实验的时刻对应关系。

3 平面光粘弹性的应力-光学定律及光学松弛函数的确定

由 Coleman *et al.* (1971)可知,平面光粘弹性的应力-光学定律为:

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \{ C_N^*(t) \cdot \delta(0) \cdot \sin 2\psi_N(0) + \int_0^t C_N^*(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [\delta(\tau) \cdot \sin 2\psi_N(\tau)] d\tau \} \quad (14)$$

$$\sigma_x - \sigma_y = C_N^*(t) \cdot \delta(0) \cdot \cos 2\psi_N(0) + \int_0^t C_N^*(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [\delta(\tau) \cdot \cos 2\psi_N(\tau)] d\tau \quad (15)$$

式中: $\delta = n(t)\lambda / d$, $n(t)$ 为等差线条纹级数; λ 为入射光波波长; d 为模型厚度; $C_N^*(t)$ 为光学松弛函数; $\psi_N(t)$ 为等倾参数。

由一维实验可以给出模型材料的光学蠕变函数 $C_N(t)$,它和光学松弛函数 $C_N^*(t)$ 有如下关系:

$$C_N(0) \cdot C_N^*(t) + \int_0^t C_N^*(t-\tau) \frac{\partial C_N(\tau)}{\partial \tau} d\tau = 1 \quad (16)$$

由此式求得光学松弛函数。

当我们取得光粘弹性模型在各时刻的等差线和等倾线(在此认为等倾线不随时间变化(黄杰藩等, 1990))及模型材料的光学松弛函数后, 再利用剪应力差法即可求得模型各点应力分量随时间变化的情况。对于我们要考虑的自由孔边剪应力 τ_{xy} 和法向应力均为零, 故由式(15)即可求得切向应力。

由模型材料的单轴拉伸实验, 在光测弹性力学的正交圆偏振场中, 可测得不同时刻的条纹级数 $n(t)$, 从而得到光学蠕变函数

$$C_N(t) = 6.15 \times 10^{-5} - 3.67 \times 10^{-6} e^{-t} \quad (17)$$

由式(16)可得

$$C_N^*(t) + \int_0^t C_N^*(\tau) \frac{1}{C_N(0)} \cdot \frac{\partial C_N(t-\tau)}{\partial(-\tau)} d\tau = \frac{1}{C_N(0)} \quad (18)$$

光学蠕变函数 $C_N(t)$ 形如 $a + be^{-t}$, 即式(17), 将此式代入式(18)得:

$$C_N^*(t) + \int_0^t C_N^*(\tau) \frac{b}{C_N(0)} e^{-(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{C_N(0)} \quad (19)$$

根据张石生(1988)两定理, 可得

$$C_N^*(t) = \frac{1}{C_N(0)(1-\lambda')} [1 - \lambda' e^{(\lambda'-1)t}] \quad (20)$$

式中: $\lambda' = b/C_N(0)$, 此即为积分方程(18)的唯一解。将式(17)的具体数据代入可得

$$C_N^*(t) = 1.63 \times 10^5 + 1.03 \times 10^3 e^{-1.06t}$$

4 实验概况及结果

在均匀载荷作用下, 有圆形孔的冻土蠕变模拟实验的平面光粘弹性模型示意如图 1 所示。模型厚度 $d=7.5$ mm, 宽为 245 mm, 总载荷为 2 500 N。实验在附有恒温箱的光测力学仪上进行, 实验温度 $27.5 \pm 0.1^\circ\text{C}$ (前述模型材料性能测试均在此温度下进行)。照相取得加载后各时刻的等差线图(照片 1)。等倾线图如图 2 所示。

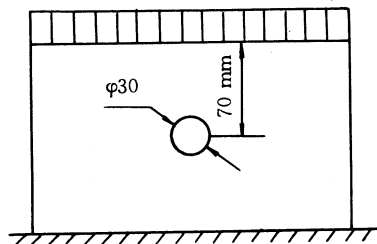
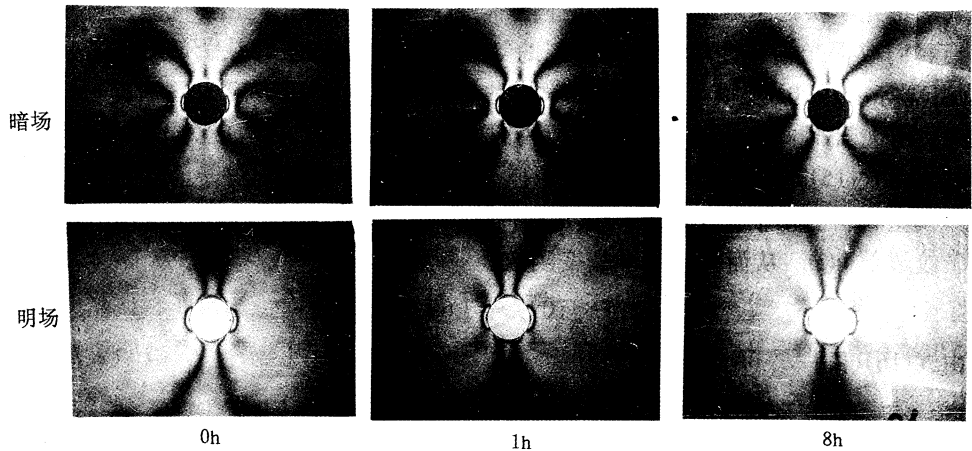


图 1 平面光粘弹性模型示意图

Fig. 1 The model of plane photoviscoelasticity



照片 1 等差线条纹图
Photo 1 Isochromatic pattern

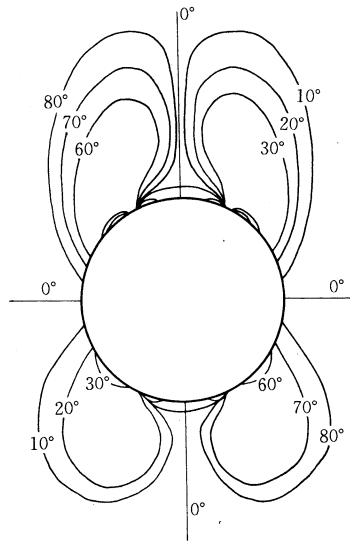


图 2 等倾线条纹图
Fig. 2 Isoclinic pattern

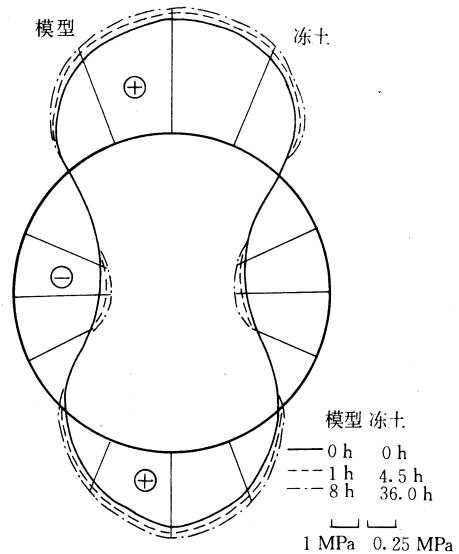


图 3 孔边应力随时间的变化规律
Fig. 3 The regularities of stress variations by time on the edge of a hole

将圆孔边缘 16 等分, 对各分点进行计算, 得到孔边应力随时间的变化, 如图 3 所示。模型应力 σ' 与冻土应力 σ 的转换关系为 $\sigma = 0.25\sigma'$ 。此图圆孔顶、底部应力分布不对称, 是由于模型及加载装置上下不对称引起的, 需改进。

冻土中有圆形孔的模拟实验, 可以认为是处在冻土中相当深处的水平巷道在天然应力下衰减蠕变时应力随时间变化的情况。

模型实验相当于模拟了冻土中天然应力垂直分量的作用下(此时水平分量是零)的水平圆形巷道。由张健明等(1989)研究可知, 模拟的冻土容重 $\gamma = 2.06 \text{ g/cm}^3$, 若冻土中圆形巷道直径为 1 m, 其中心深度 $H = 5 \text{ m}$, 则自重压力 $f = H\gamma = 0.103 \text{ MPa}$ 。已知模型

给出的自重压力 $f = 1.36 \text{ MPa}$, 而 H/H' (即 l/l') = $10/3$ 。故由相似转换关系可得冻土中应力与模型应力的关系为:

$$\sigma = \frac{l}{l'} \cdot \frac{f}{f'} \sigma' = 0.25 \sigma'$$

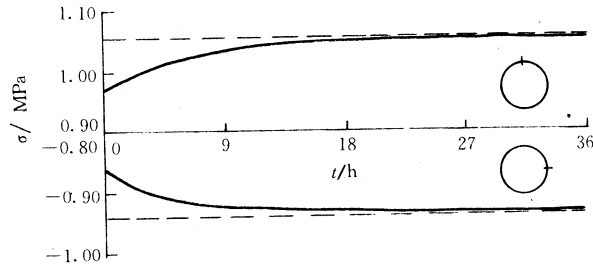


图 4 应力-时间曲线

Fig. 4 Stress-time curves

张健明等(1989)给出了此种冻土的长期抗压强度 $\sigma_s = 1.44 \text{ MPa}$ (未给出长期抗拉强度, 一般而言, 它低于长期抗压强度)。图 4 给出冻土中圆形巷道洞顶和侧壁中点应力随时间变化的情况, 由图 4 可见, 应力随时间趋于稳定, 压应力不会超过冻土的长期抗压强度, 而拉应力可能超过冻土的长期抗拉强度, 存在冒顶的危险。

参 考 文 献

- 王廷栋, 赵希淑. 1994. 激光衍射测变形. 见: 力学研究与实践. 西安: 西北工业大学出版社, 319~322.
- 张石生. 1988. 积分方程. 重庆出版社, 49.
- 张健明, 张家懿. 1989. 冻结膨胀土的蠕变及强度特性. 见: 第三届全国冻土学术会议论文选集. 北京: 科学出版社, 188~197.
- 黄杰藩, 赵永红. 1990. 一种光粘弹性材料及其本构关系. 见: 塑性力学和地球动力学文集. 北京大学出版社, 186~194.
- 崔托维奇 H A 著, 张长庆等译. 1985. 冻土力学. 北京: 科学出版社, 125, 209, 228.
- 基尔皮契夫 M B 著, 沈自求译. 1963. 北京: 科学出版社, 22~30, 38~44.
- Coleman B D and H E Dell. 1971. Theory of induced birefringence in materials with memory. J. Mech. Phys. Solids. 19: 215~243.

The Creep Photoviscoelastic Simulation Experiments of Frozen Soil with a Round Hole

Wang Tingdong¹, Wu Jianjun¹, Zhao Xishu¹, Wu Ziwang² and Liu Yongzhi²

(1 *Mechanics Department of Lanzhou University, 730000*; 2 *State Key Laboratory
of Frozen Soil Engineering, LIGG, CAS, 730000*)

Abstract

In this paper the analogous conditions applied to model experiments are generally presented and the analogous conditions for creep of frozen soils are further discussed, according to the linear theory of viscoelasticity and satisfying the Boltzmann's principle of superposition. The creep parameters of frozen soil and photoviscoelastic model are determined. Based on the conditions of photoviscoelastic simulation experiments for frozen soil creep with round hole were carried out. It is found that the stress near the hole is changing with time.

Key words: frozen soil creep, round hole, photoviscoelastic experiment

第一作者简介: 王廷栋, 男, 60岁, 教授。目前从事光粘弹性模拟实验研究。