

脉冲性噪声中二维波达方向估计算法

宋红军¹, 尚秀芹^{1,2}, 郑经波^{1,2}

(1. 中国科学院电子学研究所 北京 海淀区 100190; 2. 中国科学院研究生院 北京 海淀区 100039)

【摘要】介绍了Alpha稳定分布和其分数低阶矩(FLOM),设计了一种用于2-D波达方向(DOA)估计的阵列配置,并基于相控分数低阶矩(PFLOM)提出了2-D DOA算法。由接收信号的PFLOM协方差矩阵得到有用信号的PFLOM协方差矩阵,对其进行特征值分解,并利用最小二乘或总体最小二乘方法就可得到DOA。最后,比较了基于传统协方差、符号协方差、FLOM和PFLOM的旋转不变技术估计信号参数算法。仿真结果表明,该算法具有鲁棒性和较小的角度估计偏差及均方误差。

关键词 Alpha稳定分布; DOA估计; 旋转不变技术估计信号参数; 分数低阶矩

中图分类号 TN95

文献标识码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2011.06.007

2-D Direction of Arrival Estimation Algorithm in Impulsive Noise

SONG Hong-jun¹, SHANG Xiu-qin^{1,2}, and ZHENG Jing-bo^{1,2}

(1. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences Haidian Beijing 100190;

2. Graduate University, Chinese Academy of Sciences Haidian Beijing 100039)

Abstract In this paper, the Alpha-stable distribution and its fractional low order statistics are introduced. An array configuration is devised and a new method based on phase fractional lower-order moment (PFLOM) is proposed for 2-D direction of arrival (DOA) estimation. PFLOM-based covariance matrix of the desired signal can be derived from that of the receive signal. Making use of eigenvalue decomposition and applying least square or total least square method, we can derive DOA. Finally, the ESPRIT methods based on classic covariance matrix, SCM, FLOM, and PFLOM are compared in this paper. Simulations show that the method has robust performance and the smaller bias and mean square errors.

Key words Alpha-stable distribution; DOA estimation; estimation of signal parameters via rotation invariance technique(ESPRIT); FLOM

阵列信号中的参数估计,特别是窄带信号的方向估计,一直是雷达、声纳、移动通信以及地震学中的研究热点^[1-4]。在过去的二十多年,对于窄带信号源的波达方向(DOA)估计较多的是基于子空间的方法,如ESPRIT和MUSIC等方法。ESPRIT^[5]算法是基于采样协方差矩阵特征值分解的信号子空间方法,利用阵列导向矢量的相移不变特性,在阵列信号处理的DOA估计、谐波分析、频率估计和延迟估计等方面应用广泛。

在阵列信号的DOA估计中,通常假设加性噪声服从复高斯分布。然而对于山脉、森林及海杂波(低擦地角),由于其脉冲性,高斯假设严重偏离杂波特性。文献[2]利用单站机载雷达的真实数据证实了 α 稳定分布更适合模拟脉冲性噪声。 α 稳定分布的概率密度函数有更重的拖尾; α 稳定分布是更灵活的

建模工具,可通过特性指数 α 控制拖尾。广义中心极限定理表明,独立同分布的随机变量(具有有限或无限方差)之和收敛于稳定分布;两个或多个独立的具有相同特性指数稳定分布的随机变量之和仍然具有该特性指数的稳定分布; α 稳定分布的 p 阶矩存在, p 须满足 $0 < p < \alpha \leq 2$ 。 α 稳定分布可用4个参数描述^[6-7]: 1) $\alpha \in (0, 2]$ 是特性指数,描述分布拖尾的“厚度”; 2) $\gamma \in (0, +\infty)$ 是比例参数,和高斯分布的方差类似; 3) $\beta \in [-1, 1]$ 是对称参数, $\beta = 0$ 时分布为S α S分布; 4) $a \in (-\infty, \infty)$ 时为位置参数。 $\alpha = 2, \beta = 0$ 时, α 稳定分布简化为高斯分布。

文献[8]假设信号和噪声均服从S α S分布,利用 α 稳定分布的矩特性定义了FLOM协方差矩阵,提出了基于子空间的DOA估计方法——ROC-MUSIC算法。文献[9]研究了S α S和 Middleton噪声模型下的

DOA估计方法, 应用符号协方差矩阵提出了非参量的子空间算法SCM-MUSIC, 并将算法用于杂波服从SaS分布的空时自适应处理(STAP)中的角度和多普勒估计。文献[10]提出了一种基于PFLOM的新协方差矩阵的估计方法, 并用于DOA估计。实验结果表明: 基于PFLOM的算法性能优于基于FLOM和SCM的算法。本文假设信号服从复高斯分布, 噪声服从复SaS分布, 提出了一种基于PFLOM和ESPRIT技术的二维DOA估计方法——PFOC-ESPRIT, 并分析了该算法的性能和相控因子选择。

1 阵列信号模型

假设 d 个远区窄带信号源入射到阵列上, 角度为 (θ_i, ϕ_i) , $i=1,2,\dots,d$ 。阵列由 $3N$ 个阵元组成, 标号为1、2和3的 N 个阵元分别构成阵列#1、#2和#3, 它们满足空间移位不变特性, 其中空间偏移分别为 Δz 和 Δx 。阵列配置如图1所示。

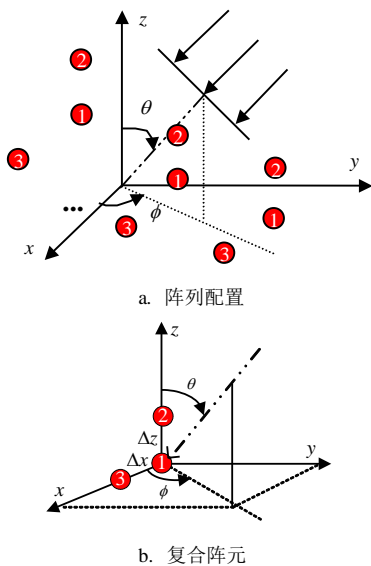


图1 阵列配置及复合阵元示意图

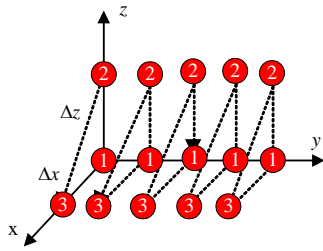


图2 仿真实验用的阵列示意图

设阵列#1的接收信号为:

$$\mathbf{x}_1(t) = \sum_{i=1}^d a_1(\theta_i, \phi_i) s_i(t)$$

式中, $a_1(\theta_i, \phi_i)$ 表示阵列#1对第 i 个信号源的响应。定义导向矢量矩阵和信号的幅度向量分别为:

$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}) = [a_1(\theta_1, \phi_1), a_1(\theta_{i+1}, \phi_{i+1}), \dots, a_1(\theta_d, \phi_d)]$ 和 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_d(t)]$ 。则阵列#1的接收信号为:

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_1(t) \tag{1}$$

阵元#2、阵元#3与阵元#1的相位差分别为 $(2\pi/\lambda_0)\Delta z \cos \theta_i$ 和 $(2\pi/\lambda_0)\Delta x \sin \theta_i \cos \phi_i$ 。利用窄带假设, 设阵列#2和阵列#3的接收信号分别为:

$$\mathbf{x}_2(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}) \boldsymbol{\Phi}_{12} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_2(t) \tag{2}$$

$$\mathbf{x}_3(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi}) \boldsymbol{\Phi}_{13} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_3(t) \tag{3}$$

式中, $\boldsymbol{\Phi}_{12}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_{13}$ 分别是阵列#2和阵列#3的相移矩阵, 有:

$$\boldsymbol{\Phi}_{12} = \text{diag}\{e^{-j(2\pi/\lambda_0)\Delta z \cos \theta_1}, e^{-j(2\pi/\lambda_0)\Delta z \cos \theta_2}, \dots, e^{-j(2\pi/\lambda_0)\Delta z \cos \theta_d}\} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{13} = \text{diag}\{e^{-j(2\pi/\lambda_0)\Delta x \sin \theta_1 \cos \phi_1}, e^{-j(2\pi/\lambda_0)\Delta x \sin \theta_2 \cos \phi_2}, \dots, e^{-j(2\pi/\lambda_0)\Delta x \sin \theta_d \cos \phi_d}\} \tag{5}$$

将3个阵列的接收信号组合为向量形式:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_{12} \\ \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_{13} \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1(t) \\ \mathbf{n}_2(t) \\ \mathbf{n}_3(t) \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中, $\mathbf{n}_1(t)$ 、 $\mathbf{n}_2(t)$ 和 $\mathbf{n}_3(t)$ 是独立SaS分布噪声, 与信号相互独立。由式(4)和式(5)可以看出, 估计出阵列间的相移矩阵就可获得信号源的方位信息。

2 修正的协方差矩阵

2.1 基于FLOM的协方差矩阵

文献[8]给出了基于FLOM的协方差矩阵的定义:

$$\mathbf{F}_{ij}^p = E(\mathbf{x}_i(t) \mathbf{x}_j(t)^{(p-1)}) \tag{7}$$

式中, p 是FLOM的阶数, 满足 $0 < p < \alpha \leq 2$ 。文献[9]还指出在高采样支持下, p 越接近1, 算法性能越好。文献[2]给出了鲁棒性协方差矩阵的定义:

$$\mathbf{\Gamma}_{ij}^p = E(\mathbf{x}_i(t) \mathbf{x}_j(t)^{(p-1)}) / E(|\mathbf{x}_j(t)|^p)$$

式中, $z^{(p)} = |z|^{p-1} z^*$ 。

2.2 符号协方差矩阵(SCM)

SCM先通过空域符号函数 $S(\cdot)$ 定义每个观测向量的归一化, 再计算协方差矩阵。文献[9]指出SCM协方差矩阵具有鲁棒性:

$$S(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\| & \mathbf{x} \neq 0 \\ 0 & \mathbf{x} = 0 \end{cases}$$

式中, $\|\mathbf{x}\| = (\mathbf{x}^H \mathbf{x})^{1/2}$ 。符号协方差矩阵定义为:

$$\mathbf{S}_{ij} = E(S(\mathbf{x}_i(t)) S(\mathbf{x}_j(t))^H) \tag{8}$$

2.3 基于PFLOM的协方差矩阵

文献[10]提出了一种基于PFLOM的鲁棒性有界协方差矩阵方法, 该方法先对观测向量幅度压缩,

再计算协方差矩阵。它不同于SCM的显著特点是其归一化因子随幅度压缩因子变化。定义复数 $z = re^{j\theta}$ 的PFLOM操作, 有:

$$z^{(a)} = \begin{cases} r^a e^{j\theta} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$$

同时定义 $z^{-a} \triangleq (z^*)^{(a)} = (z^{(a)})^*$ 。基于PFLOM的协方差矩阵定义为:

$$\mathbf{P}_{ij}^a = E(\mathbf{x}_i(t)^{(a)} \mathbf{x}_j(t)^{-a}) \quad (9)$$

式中, 相控因子 a 满足 $0 < a < \alpha/2$ 。

3 PFOC-ESPRIT算法

假设统计独立的 d 个信号源从远区入射到阵列上, 噪声信号服从复各向同性 SaS 分布, 并与信号统计独立。本文研究从阵列接收数据中提取信号源的方位信息。根据文献[10]的PFLOM定义3个子阵列接收数据之间的自协方差矩阵和互协方差矩阵, 排列 $3N \times 3N$ 的分块矩阵 \mathbf{P} , 有:

$$\mathbf{P}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}^a & \mathbf{P}_{12}^a & \mathbf{P}_{13}^a \\ \mathbf{P}_{21}^a & \mathbf{P}_{22}^a & \mathbf{P}_{23}^a \\ \mathbf{P}_{31}^a & \mathbf{P}_{32}^a & \mathbf{P}_{33}^a \end{bmatrix}$$

式中, $\mathbf{P}_{ij}^a = E\{\mathbf{x}_i(n)^{(a)} \mathbf{x}_j(n)^{-a}\}$ 。利用文献[10]中的定理2可得:

$$\mathbf{P}_{11}^a = \mathbf{A}\mathbf{A}\mathbf{A}^H + \kappa\mathbf{I}$$

其中:

$$\mathbf{A}_{mm} = E \left\{ s_m \left(\sum_{n=1}^q s_n + n_{1,j} \right)^* \left| \sum_{n=1}^d \mathbf{A}_{im} s_m + n_{1,i} \right|^{a-1} \times \left| \sum_{n=1}^d \mathbf{A}_{jn} s_n + n_{1,j} \right|^{a-1} \right\}$$

$$\kappa = E \left\{ n_{1,i} \left(\sum_{m=1}^d s_m + n_{1,j} \right)^* \left| \sum_{m=1}^d \mathbf{A}_{im} s_m + n_{1,i} \right|^{a-1} \times \left| \sum_{n=1}^d \mathbf{A}_{jn} s_n + n_{1,j} \right|^{a-1} \right\}$$

类似地, 可以求得 \mathbf{P}_{ij}^a , $i, j \in 1, 2, 3$ 。3个阵列接收数据可以表示为:

$$\mathbf{P}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi_{12} \\ \mathbf{A}\Phi_{13} \end{bmatrix} \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi_{12} \\ \mathbf{A}\Phi_{13} \end{bmatrix}^H + \kappa\mathbf{I} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{A}\bar{\mathbf{A}}^H + \kappa\mathbf{I} \quad (10)$$

根据定义, \mathbf{A} 可看作信号的PFLOM协方差矩阵, κ 为噪声的PFLOM协方差矩阵。

PFOC-ESPRIT 算法先从接收数据中估计

PFLOM矩阵, 再将估计矩阵分解为特征值特征向量对 $(\hat{\lambda}_i, \hat{\boldsymbol{\mu}}_i)$ 。最大的 d 个特征值对应的特征向量构成信号子空间 $\hat{\mathbf{E}}_s = [\hat{\boldsymbol{\mu}}_1, \hat{\boldsymbol{\mu}}_2, \dots, \hat{\boldsymbol{\mu}}_d]$, 最小的 $(3N-d)$ 个特征值对应的特征向量构成噪声子空间 $\hat{\mathbf{E}}_n = [\hat{\boldsymbol{\mu}}_{d+1}, \hat{\boldsymbol{\mu}}_{d+2}, \dots, \hat{\boldsymbol{\mu}}_{3N}]$, 根据 $\text{span}(\hat{\mathbf{E}}_s) = \text{span}(\bar{\mathbf{A}})$, 存在可逆矩阵 \mathbf{T} , 有:

$$\hat{\mathbf{E}}_s = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi_{12} \\ \mathbf{A}\Phi_{13} \end{bmatrix} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{s1} \\ \mathbf{E}_{s2} \\ \mathbf{E}_{s3} \end{bmatrix}$$

进行特征值分解, 将矩阵分块, 有:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{s1}^H \\ \mathbf{E}_{s2}^H \\ \mathbf{E}_{s3}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{s1} & \mathbf{E}_{s2} & \mathbf{E}_{s3} \end{bmatrix} = \mathbf{E}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{E}^H$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{13} \\ \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{22} & \mathbf{E}_{23} \\ \mathbf{E}_{31} & \mathbf{E}_{32} & \mathbf{E}_{33} \end{bmatrix}$$

利用最小二乘可得相移矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_{12}^{LS} = -(\mathbf{E}_{s1})^\dagger \mathbf{E}_{s2}$ 对应的最大 d 个特征值为 λ'_i 。其中, $(\cdot)^\dagger$ 表示伪逆。根据相移矩阵可得信号源角度:

$$\theta_i = \arccos(-\Im \ln(\lambda'_i) / ((2\pi/\lambda_0)\Delta z)) \quad (11)$$

$$\phi_i = \arccos(-\Re \ln(\lambda'_i) / ((2\pi/\lambda_0)\Delta x \sin \theta_i)) \quad (12)$$

4 实验仿真与分析

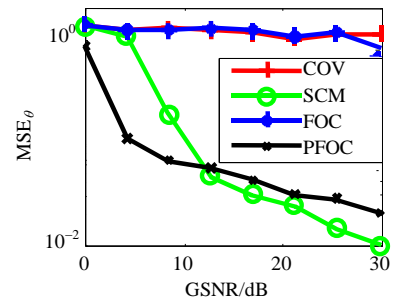
可用4个仿真实验验证PFLOM-ESPRIT算法的性能和相控因子的选择。阵列如图2所示, 阵元数目 $N=10$, 阵元间距 $d = \lambda_0/2$, 空间位移 $\Delta x = \Delta z = \lambda_0/2$, 两信号源为 (θ_1, ϕ_1) 和 (θ_2, ϕ_2) , 噪声服从复 SaS 分布且与信号相互独立。广义信噪比^[2,8,10]为:

$$\text{GSNR} = 10 \lg \left(\sum_{n=1}^N |s(n)|^2 / \gamma N \right) \quad (13)$$

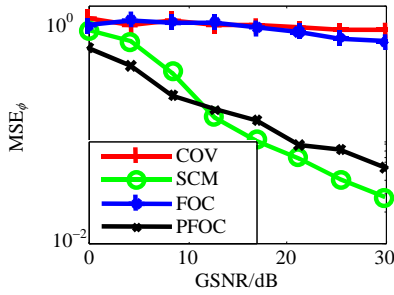
式中, γ 为噪声离差。每个实验中, 阵列的快拍数目 $K=200$, 进行100次蒙特卡洛仿真。图3~图6中 COV、SCM、FOC及PFOC分别表示基于传统协方差、符号协方差、FLOM和PFLOM的ESPRIT算法, 其中, FOC-ESPRIT 中分数低阶矩的阶数用 p 表示, PFOC-ESPRIT 中的相控因子用 a 表示。

实验1 信号源 $(\theta_1, \phi_1) = (30^\circ, 45^\circ)$, $(\theta_2, \phi_2) = (40^\circ, 60^\circ)$, $\alpha = 0.9$, $\gamma = 1$, 假设两个信号功率相等。图3~图4以信号源1为例给出了 $p=0.8$, $a=0.2$ 的仿真结果。图3给出了DOA估计的均方误差随GSNR的变化情况。从图可以看出, COV-ESPRIT和FOC-ESPRIT算法的角度估计的均方误差很大, 而且GSNR的增加对性能改善很小。而SCM-ESPRIT和

PFOC-ESPRIT 算法的均方误差较小, 并且随着 GSNR 的增加, 其性能明显改善。此外, 由图还可看出, 低 GSNR 时, 本文算法的性能优于 SCM-ESPRIT 算法; 当 GSNR 较高时, SCM-ESPRIT 算法性能优于 PFOC-ESPRIT。图 4 给出了角度估计偏差随 GSNR 的变化情况。从图可以看出 COV-ESPRIT 和 FOC-ESPRIT 算法不能正确地估计出信号源的角度。改变 p 可以提高 FOC-ESPRIT 算法的性能, 但不明显。此外, 低 GSNR 时, PFOC-ESPRIT 的角度估计偏差明显小于 SCM-ESPRIT 算法, 而当 GSNR 较高时, 两种算法都具有很好的估计性能。

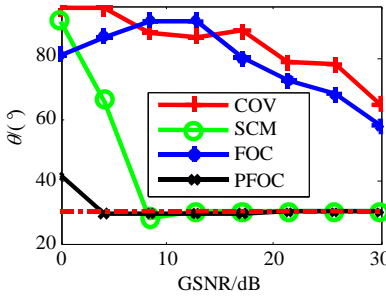


a. 俯仰角的均方误差

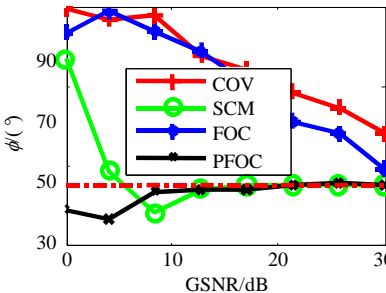


b. 方位角的均方误差

图3 DOA 估计的均方误差随 GSNR 的变化



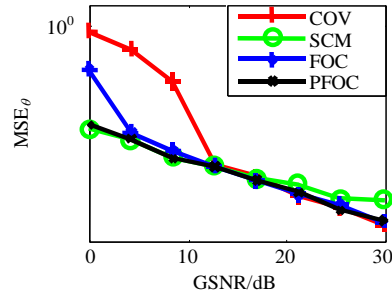
a. 俯仰角的偏差



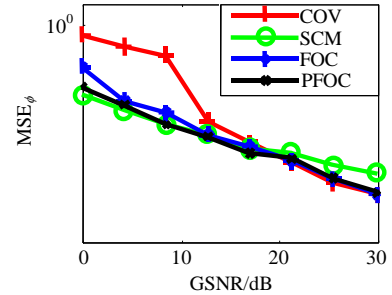
b. 方位角的偏差

图4 角度估计偏差随 GSNR 的变化

实验 2 信号源 $(\theta_1, \phi_1) = (30^\circ, 45^\circ)$, $(\theta_2, \phi_2) = (40^\circ, 60^\circ)$, $\alpha = 1.8$, $\gamma = 1$, $p = 1.2$, $a = 0.4$ 。仿真结果如图 5 和图 6 所示。可以看出, 对近似高斯的噪声, PFOC-ESPRIT 算法的估计偏差和均方误差均优于 COV-ESPRIT。从图 5 可以看出, PFOC-ESPRIT 算法和 SCM-ESPRIT 算法性能接近, 且都具有很好的鲁棒性。图 6 表明 FOC-ESPRIT 和 PFOC-ESPRIT 以及 SCM-ESPRIT 算法的估计偏差都较小且比较接近, 能很好地估计出信号源的角度。

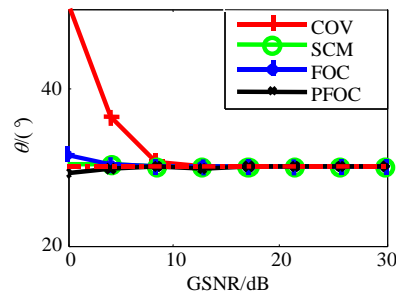


a. 俯仰角的均方误差

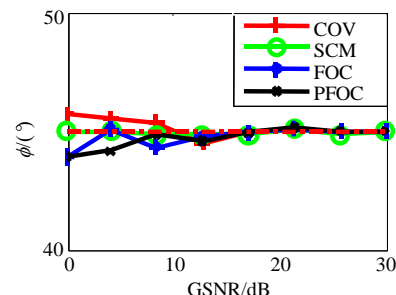


b. 方位角的均方误差

图5 DOA 估计的均方误差随 GSNR 的变化



a. 俯仰角的偏差



b. 方位角的偏差

图6 角度估计偏差随 GSNR 的变化

实验 3 取 $\alpha = 0.9$, $\gamma = 1$, $\text{GSNR} = 20 \text{ dB}$, a 在 $0.1 \sim 0.4$ 范围内变化。图 7 给出了估计偏差和均方

误差随 a 的变化情况。由图7b可以看出, 信号源方位角的估计偏差较大, 这是因为方位角的估计值依赖于俯仰角的估计值。实验结果表明, $a \in (0, \alpha/4]$ 时, PFOC-ESPRIT算法性能较好。

实验4 取 $\alpha=1.8$, $\gamma=1$, $\text{GSNR}=20\text{ dB}$, 相控因子 a 在 $0.1 \sim 0.8$ 范围内变化下情况。图8给出了角度估计偏差和均方误差随 a 的变化。实验结果表明, $a \in (\alpha/4, \alpha/2)$ 时, PFOC-ESPRIT算法性能较好。

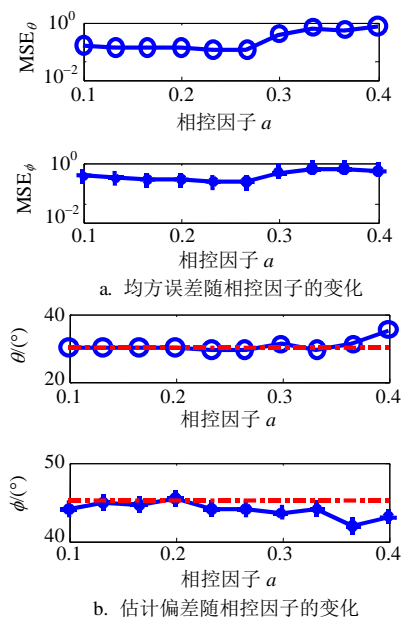


图7 $a=0.9$ 时, 均方误差和估计偏差随 a 的变化

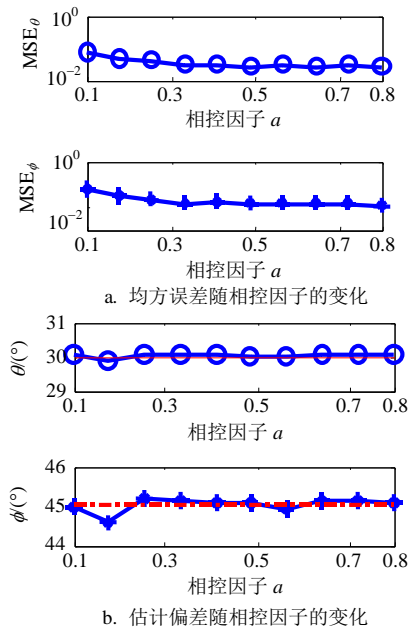


图8 $a=1.8$ 时, 均方误差和估计偏差随 a 的变化

5 结论

本文首先介绍了 α 稳定分布的特性和分数低阶矩, 然后提出了一种基于PFLM的2-D DOA估计算法。实验结果表明: 1) 该算法适于大范围的脉冲性噪声, 具有鲁棒性; 2) 该算法性能优于基于二阶统计特性和FLOM协方差矩阵的ESPRIT算法; 3) 该算法对低信噪比脉冲性噪声角度估计的偏差和均方误差较小。本文还讨论了对相控因子的选择。

参考文献

- [1] HE J, LIU Z. Underwater acoustic azimuth and elevation angle estimation using spatial invariance of two identically oriented vector hydrophones at unknown locations in impulsive noise[J]. Digital Signal Processing, 2009, 19(3): 452-462.
- [2] TSAKALIDES P, PASPANTI R, NIKIAS C L. Angle/doppler estimation in heavy tailed clutter backgrounds[J]. IEEE Trans Aerospace Electron Syst, 1999, 35(2): 419-436.
- [3] HE J, LIU Z. Two-dimensional direction finding of acoustic sources by a vector sensor array using the propagator method[J]. Digital Signal Processing, 2008, 88(10): 2492-2499.
- [4] XIA Tie-qi, WANG Q, WANG X G. 2-D DOAs estimation in impulsive noise environments using joint diagonalization fractional lower-order spatio-temporal matrices[J]. Sci China Ser F-Inf Sci, 2008, 51(10): 1585-1593.
- [5] ROY R, KAILARTH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Trans on Acoustics Speech and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.
- [6] NIKIAS C L, SHAO M. Signal processing with alpha-stable distributions and applications[M]. New York: John Wiley and Sons, 1995.
- [7] NOLAN J P. Stable distributions: models for heavy tailed data[M]. [S.l.]: Springer Verlag GmbH, 2007.
- [8] TSAKALIDES P, NIKIAS C L. The robust covariance-based MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments[J]. IEEE Trans Signal Process, 1996, 44(7): 1623-1633.
- [9] VISURI S, OJA H, KOIVUNEN V. Subspace-based direction-of-arrival estimation using non-parametric statistics[J]. IEEE Trans Signal Process, 2001, 49: 2060-2073.
- [10] BELKACEMI H, MARCOS S. Robust subspace-based algorithms for joint angle/Doppler estimation in non-Gaussian clutter[J]. Signal Processing, 2007, 87: 1547-1558.