

动边界双重介质油藏低速非达西渗流试井模型

程林松*, 任胜利, 廉培庆

(中国石油大学(北京)石油工程学院,北京 102249)

摘要: 裂缝性油藏中基质岩块的渗透率一般很低,大量岩心测试实验证实基质岩块内的液体渗流和在一定含水饱和度下的气体渗流将偏离达西渗流,往往出现低速非达西渗流,表现出启动压力梯度以及流体流动边界不断向外扩展等特殊现象。本文充分考虑启动压力梯度与动边界的影响,建立了微可压缩双重介质油藏低速非达西渗流的试井数学模型,对时间和空间变量进行离散化,求出了其数值解,进一步研究了压力动态特征及影响因素,绘制了定压边界油藏生产时弹性储容比和窜流系数影响的典型试井曲线,分析了动边界的传播规律。

关键词: 双重介质;动边界;非达西;启动压力梯度

中图分类号: O319.56 **文献标志码:** A

1 引言

裂缝性油藏基质岩块的渗透率一般很低,在基质岩块内往往出现低速非达西渗流,从现场测试看,裂缝性油藏试井资料反映出近距离存在不渗透边界的假象,影响试井资料的正确解释和试井成果的实际应用。目前,有些学者已经对非线性和非达西渗流进行了研究,程时清等^[1,2]推导出存在“启动压力梯度”时试井解释的井底压力解,但没考虑流体流动边界的影响;冯曦等^[3]给出了固定边界的级数解,用数值逼近方法求解流动边界模型的解。李凡发^[4]针对流体流动边界随时间变化的特点,采用数值离散化计算方法求得了均质油藏试井解释模型的解;刘启国^[5]针对考虑双重介质油藏的动边界的模型,应用源函数和格林函数求解固定边界模型,然后再用数值逼近的方法计算动边界模型的解。向开理^[6]根据非均质低渗透油气田的渗流特点,建立了单重介质分形油藏内区服从低速非达西渗流规律、外区服从达西渗流规律的同心圆渗流数学模型。Ikoku-Ramey^[7]用近似方法简化了渗流方程。

应用 Douglas-Jones 预估-校正法^[8]求得了数

值解,侯英敏^[9]等研究了动边界低渗透双重介质分形油藏非线性流动,对半对数压力曲线形态作了分析。

这些文献中都没有同时考虑启动压力梯度和动边界条件的影响,也没有对压力及压力导数的双对数曲线进行分析。本文在前人研究的基础上,同时考虑启动压力梯度和动边界条件的影响,建立了双重介质油藏低速非达西渗流有效井径试井数学模型,并对模型进行数值求解,得到了动边界的传播规律,绘制了用于实际资料拟合分析的典型双对数曲线。

2 双重介质油藏试井模型

假设条件:① 考虑无限大圆柱对称油藏径向流动,油层厚度为 h ,原始地层压力为 p_i ;② 地层流体渗流时符合低速非达西定律,启动压力梯度为 λ_B ;③ 不考虑重力和毛管力作用;④ 考虑井筒储集和表皮效应;⑤ 地层流体和岩石均微可压缩;⑥ 考虑动边界条件的影响。

根据假设条件,可建立双重介质渗流过程的数学模型。对裂缝系统,连续性方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_f \rho) + \text{div}(\rho \mathbf{v}_f) - q^* = 0 \quad (1)$$

对基质系统,连续性方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_m \rho) + q^* = 0 \quad (2)$$

式中 q^* 为窜流项,其表达式为

$$q^* = \alpha \frac{K_m}{\mu} (p_m - p_f) \quad (3)$$

收稿日期:2010-03-11;修改稿收到日期:2010-09-20.

基金项目:国家自然科学基金(90210019);教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20060425001);教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0108)资助项目.

作者简介:程林松*(1965-),男,教授,博士生导师
(E-mail: lscheng@cup.edu.cn).

式中 m 为基质, f 为裂缝, p 为压力, K 为渗透率, ϕ 为孔隙度, μ 为粘度, ρ 为原油密度, α 为形状因子。

运动方程为

$$\begin{cases} v_r = -\frac{K_f}{\mu} \left(\frac{\partial p_f}{\partial r} - \lambda_B \right), & \left| \frac{\partial p_f}{\partial r} \right| \geq \lambda_B \\ v_{r,r} = 0, & \left| \frac{\partial p_f}{\partial r} \right| < \lambda_B \end{cases} \quad (4)$$

把式(3,4)代入式(1,2)中,可得双重介质油藏低速非达西渗流的数学模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_f}{\partial r} - \frac{\lambda_B}{r} + \alpha \frac{K_m}{K_f} (p_m - p_f) = \frac{\phi_f C_{if} \mu}{K_f} \frac{\partial p_f}{\partial t} \\ \alpha \frac{K_m}{K_f} (p_m - p_f) + \frac{\phi_m C_{im} \mu}{K_f} \frac{\partial p_m}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中 $C_{if} = C_{L,f} + C_f$ 和 $C_{im} = C_{L,m} + C_m$ 分别为裂缝和基质的综合压缩系数, $C_{L,f} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p_f}$, $C_{L,m} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p_m}$,

$$C_f = \frac{1}{\phi_f} \frac{\partial \phi_f}{\partial p_f}, C_m = \frac{1}{\phi_m} \frac{\partial \phi_m}{\partial p_f}.$$

为方便方程求解,引入有效井径 $r_e = r_w e^{-S}$, 并定义无因次变量如下:

$$\begin{aligned} p_{Df,m} &= \frac{2\pi Kh(p_i - p_{f,m})}{q\mu B} \\ t_D &= \frac{K_f t}{\mu r_w^2 (\phi_f C_{if} + \phi_m C_{im}) C_D} \\ r_D &= \frac{r}{r_w e^{-S}}, \lambda_D = \frac{2\pi K_f r_w h}{q\mu B} \lambda_B \\ C_D &= \frac{C}{2\pi (\phi_f C_{if} + \phi_m C_{im}) h r_w^2} \\ \lambda &= \alpha r_w^2 \frac{K_m}{K_f}, \omega = \frac{\phi_f C_f}{\phi_f C_f + \phi_m C_m} \end{aligned}$$

式中 λ 和 ω 分别称作窜流系数和弹性储容比, λ_D 为无因次启动压力梯度, C_D 为无因次储集系数, S 为表皮系数。

把无因次变量代入式(5),并结合初边界条件,可建立双重介质油藏低速非达西渗流无因次数学模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 p_{Df}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} + \frac{1}{r_D} \lambda_D e^{-S} + \lambda e^{-2S} (p_{Dm} - p_{Df}) = \frac{\omega}{C_D e^{2S}} \frac{\partial p_{Df}}{\partial t_D} \\ \frac{1 - \omega}{C_D} \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} + \lambda (p_{Dm} - p_{Df}) = 0 \\ p_{Dm} \Big|_{t=0} = p_{Df} \Big|_{t=0} = 0 \\ \frac{d p_{wD}}{d t_D} - \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = 1 + \lambda_D e^{-S} \end{cases} \quad (6)$$

定压外边界及动边界条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=R_D(t_D)} = -\lambda_D e^{-S}, 1 < R_D(t_D) < R_{eD} \\ p_{Df} \Big|_{r_D > R_D(t_D)} = 0, p_{Df} \Big|_{r_D=R_{eD}} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

3 模型的数值求解

所建立的数学模型是一个具有二次项导数的偏微分方程组,无法求出解析解,故采用数值解法求解。

3.1 空间与时间变量的离散

对于空间变量 r_D ,由于压力在井底附近变化的比较剧烈,为了保证数值算法的稳定性和结果的精确度,采用先密后疏不均匀网格剖分:

$$r_i = e^{\left[\frac{\log(R_{eD})}{N} i \right]}, i = 0, 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

可知, $r_1 = 1$, $r_N = R_{eD}$ 。

对于时间变量,亦采取先密后疏的网格:

$$t_j = 10^{(j/20-3)}, j = 0, 1, 2, \dots, t_{\max} \quad (9)$$

式中 N 为径向上的最大网格数, t_{\max} 为迭代求解的最大步数;另外,为简便起见,下面的公式中,用 p 代表 p_{Df} , p_m 代表 p_{Dm} 。

3.2 渗流方程离散

由泰勒展开式可知:

$$p_i^{j+1} = p_i^{j+1} + \frac{\partial p}{\partial r} \Delta r^+ + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} (\Delta r^+)^2 + O(\Delta r^+)^3 \quad (10)$$

$$p_i^{j+1} = p_i^{j+1} - \frac{\partial p}{\partial r} \Delta r^- + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} (\Delta r^-)^2 + O(\Delta r^-)^3 \quad (11)$$

式中 $\Delta r^+ = r_{i+1} - r_i$, $\Delta r^- = r_i - r_{i-1}$ 。取

$$\alpha = \frac{2}{(\Delta r^+)^2 + \Delta r^+ \Delta r^-}, \beta = \frac{2}{(\Delta r^-)^2 + \Delta r^- \Delta r^+}$$

则方程(10)两端同乘以 α ,方程(11)两端同乘以 β ,两式相加可得

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \right)_i^{j+1} = \alpha p_{i+1}^{j+1} + \beta p_{i-1}^{j+1} - (\alpha + \beta) p_i^{j+1} \quad (12)$$

类似可得

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_i^{j+1} = \frac{p_{i+1}^{j+1} - \delta^2 p_{i-1}^{j+1} + (\delta^2 - 1) p_i^{j+1}}{\Delta r^+ (\delta + 1)} \quad (13)$$

式中 $\delta = \Delta r^+ / \Delta r^-$ 。

将二阶和一阶导数的离散式(12,13)代入方

程式(6),得到裂缝系统的离散形式:

$$a_i p_{i+1}^{j+1} + b_i p_i^{j+1} + c_i p_{i-1}^{j+1} = d_i \quad i=1,2,\dots,N-1 \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} a_i &= \alpha + \frac{1}{\delta(1+\delta)\Delta r^- r_i} \\ b_i &= -(\alpha + \beta) + \frac{\delta^2 - 1}{\delta(1+\delta)\Delta r^- r_i} - \frac{\omega}{C_D e^{2S}} \frac{1}{t_{j+1} - t_j} - \lambda e^{-2S} \\ c_i &= \beta - \frac{\delta^2}{\delta(1+\delta)\Delta r^- r_i} \\ d_i &= -\frac{\lambda_D e^{-S}}{r_i} - \frac{\omega}{C_D e^{2S}} \frac{1}{t_{j+1} - t_j} p_i^j - \lambda e^{-2S} p_{mi}^j \end{aligned}$$

基质系统的离散形式:

$$p_{mi}^{j+1} = \frac{1 - \omega}{1 - \omega + \lambda e^{-2S} C_D e^{2S} (t_{j+1} - t_j)} p_{mi}^j + \frac{\lambda e^{-2S} C_D e^{2S} (t_{j+1} - t_j)}{1 - \omega + \lambda e^{-2S} C_D e^{2S} (t_{j+1} - t_j)} p_i^{j+1} \quad (15)$$

3.3 定解条件离散

内边界离散为

$$\frac{p_0^{j+1} - p_0^j}{t_{j+1} - t_j} - \frac{p_1^{j+1} - p_1^j}{r_1 - r_0} = 1 + \lambda_D e^{-S} \quad (16)$$

有界油藏定压外边界:

$$p_N^0 = p_N^1 = p_N^2 = \dots = p_N^j = \dots = 0 \quad (17)$$

初始条件:

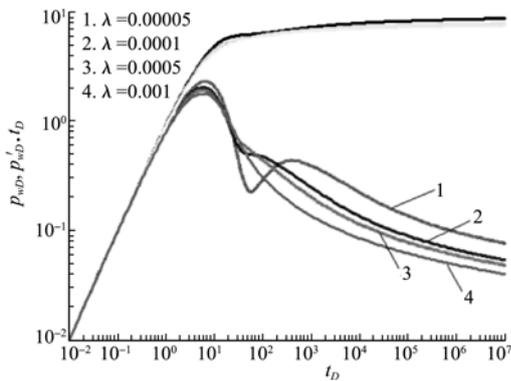
$$p_0^0 = p_1^0 = p_2^0 = \dots = p_N^0 = \dots = 0 \quad (18)$$

$$p_{m0}^0 = p_{m1}^0 = p_{m2}^0 = \dots = p_{mN}^0 = \dots = 0 \quad (19)$$

3.4 动边界条件的处理

设 t_j 时动边界位置 R_D^j , 由动边界条件可以求得 t_{j+1} 时动边界位置:

$$R_D^{j+1} = \begin{cases} R_D^j + \Delta r, & \Delta r > 0 \\ R_D^j, & \Delta r < 0 \end{cases} \quad (20)$$



$\lambda_D e^{-S} = 0.0001, C_D e^{2S} = 1000, \omega = 0.001$
图1 窜流系数对双对数曲线的影响

Fig.1 Influence of interporosity flow factor

式中 $\Delta r = \frac{p_{N-3}^j - (R_D^j - r_{N-3}^j)}{\lambda_D e^{-S}}$

式中 p_{N-3}^j 和 r_{N-3}^j 分别为 t_j 时 $N-3$ 处的裂缝压力与位置.由式(20)可以绘制出动边界传播示意图.

3.5 求解方法

由 j 时间步上的压力求解 $j+1$ 时间步上的压力时,综合主控方程与内外边界条件,利用已知的 j 时间步上基质系统的压力 p_{mi}^j 与裂缝系统的压力 p_i^j , $j+1$ 时间步上裂缝系统的压力值 p_i^{j+1} 可以通过求解一个三对角问题得到,进而 $j+1$ 时间步上基质系统的压力 p_{mi}^{j+1} 可以通过式(15)得到.而基质与裂缝系统 0 时间步上的压力值已由初始条件给出.因此可以迭代求出全流场的压力值.

4 结果分析

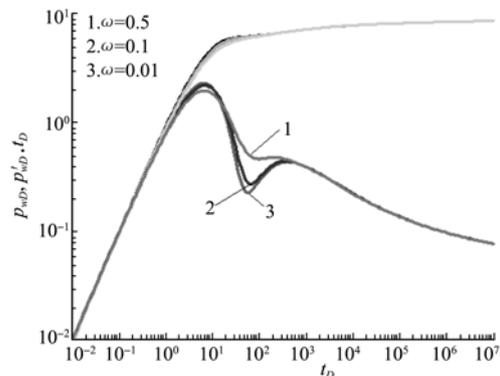
4.1 压力动态特征及影响因素分析

流体在双重介质油藏渗流的过程中,基质与裂缝之间存在着流体交换.窜流系数反映了基质中流体向裂缝窜流的能力.图1为窜流系数对双对数曲线的影响,窜流系数影响开发的中期和后期阶段,当窜流系数足够小,小于 10^{-5} 时,“凹子”才会明显出现.

弹性储容比 ω 定义为裂缝系统的弹性储存能力与油藏总的弹性储存能力之比,用来描述裂缝系统和基质系统的弹性储容能力的相对大小.弹性储容比主要影响“凹子”段,由图3可以看出,弹性储容比越小,“凹子”越深,出现的时间越早,但晚期阶段的压力值不依赖于 ω 的值.

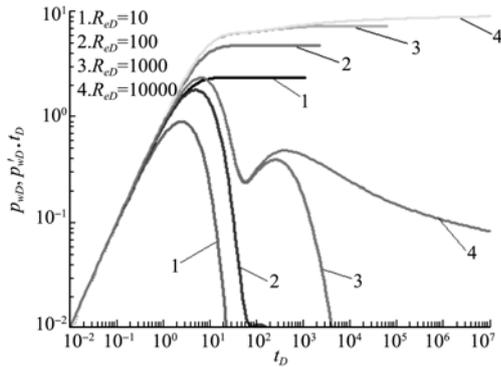
4.2 边界的影响

图3为外边界大小对双对数曲线的影响,外边界越大,边界效应段出现的时间越晚,无因次压力越高.图4为动边界传播示意图,动边界随着时间



$\lambda_D e^{-S} = 0.0001, C_D e^{2S} = 1000, \omega = 0.00001$
图2 储容比对双对数曲线的影响

Fig.2 Influence of storage capacity ratio



$\lambda_D e^{-s} = 0.0001, \omega = 0.001, \lambda = 0.00001, C_{De}^{2S} = 1000$

图3 外边界大小对双对数曲线的影响

Fig. 3 Influence of the size of the outer boundary

逐步向外扩展,从图4可以看出,启动压力梯度越大,动边界传播越慢;动边界传播末期稳定于一个值,说明低渗透油藏的单井控制面积是有限的。

5 结论

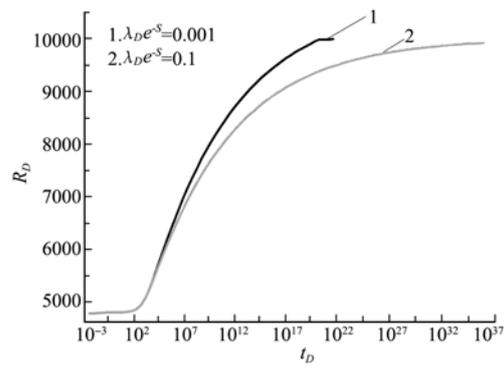
(1) 充分考虑启动压力梯度与动边界条件的影响,建立了满足低速非达西渗流规律的双重介质油藏的数学模型,对模型进行了数值求解。

(2) 窜流系数影响开发的整个过程,当窜流系数小于 10^{-5} 时,“凹子”才会明显出现;弹性储容比主要影响“凹子”段,弹性储容比越小,“凹子”越深。

(3) 启动压力梯度越大,动边界传播越慢;外边界越大,边界效应段出现的时间越晚,动边界传播末期稳定于一个值。

参考文献(References):

- [1] 程时清,徐论勋,张德超. 低速非达西渗流试井典型曲线拟合法[J]. 石油勘探与开发, 1996, **23**(4): 50-53. (CHENG Shi-qing, XU Lun-xun, ZHANG De-chao. Type curve matching of well test data for non-Darcy flow at low velocity[J]. *Petroleum Exploration and Development*, 1996, **23**(4): 50-53. (in Chinese))
- [2] 刘义坤,阎宝珍,翟云芳,等. 均质复合油藏试井分析方法[J]. 石油学报, 1994, **15**(1): 92-99. (LIU Yi-kun, YAN Bao-zhen, ZHAI Yun-fang, et al. Transient pressure behavior in a homogeneous composite reservoir[J]. *Acta Petrolei Sinica*, 1994, **15**(1): 92-99. (in Chinese))
- [3] 冯曦,钟孚勋. 低速非达西渗流试井模型的一种新的求解方法[J]. 油气井测试, 1997, **6**(3): 16-21. (FENG Xi, ZHONG Fu-xun. A new solution for the well testing model of low velocity non-Darcy percolation[J]. *Well Testing*, 1997, **6**(3): 16-21. (in Chi-



$C_{De}^{2S} = 1000, \omega = 0.001, \lambda = 0.00001, Re = 10000$

图4 动边界传播示意图

Fig. 4 Dynamic boundary transmission diagram

nese))

- [4] 李凡发,刘慈群. 含启动压力梯度的不定常渗流的压力动态分析[J]. 油气井测试, 1997, **6**(1): 1-4. (LI Fan-fa, LIU Ci-qun. Pressure transient analysis for unsteady porous flow with start-up pressure derivative [J]. *Well Testing*, 1997, **6**(1): 1-4. (in Chinese))
- [5] 刘启国,杨旭明,等. 动边界影响的低渗双重介质油气藏试井解释模型[J]. 西南石油学院学报, 2004, **26**(5): 30-33. (LIU Qi-guo, YANG Xu-ming, et al. Study of well-test model of low permeability's dual-pore media with flowing boundary in oil and gas[J]. *Journal of Southwest Petroleum Institute*, 2004, **26**(5): 30-33. (in Chinese))
- [6] 向开理,李允. 分形油藏非牛顿幂律流体低速非达西不稳定渗流的组合数学模型[J]. 计算物理, 2002, **19**(3): 239-244. (XIANG Kai-li, LI Yun. The combined mathematical model of non-Newtonian power-law fluids with low-velocity non-Darcy flow in fractal reservoirs [J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2002, **19**(3): 239-244. (in Chinese))
- [7] Ikoku C U, Ramey H J. Transient Flow of non-Newtonian power-law fluids in porous media[J]. *Society of Petroleum Engineers Formation Evaluation*, 1979, **19**(3): 164-174.
- [8] Ikoku C U, Ramey H J. Pressure behavior during polymer flow in petroleum reservoir[J]. *Journal of Energy Resources Technology*, 1982, **104**(1): 149-156.
- [9] 侯英敏,同登科,廉培庆. 动边界低渗透双重介质分形油藏非线性流动[J]. 大庆石油地质与开发, 2008, **27**(6): 59-63. (HOU Ying-min, TONG Deng-ke, LIAN Pei-qing. Non-linear flow analysis of low-permeability dual-media fractal oil reservoir with dynamic boundary[J]. *Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing*, 2008, **27**(6): 59-63. (in Chinese))
- [10] 同登科,薛莉莉,廉培庆. 三孔单渗模型数值模拟研究

[J]. 计算力学学报, 2009, **26**(4): 500-504. (TONG Deng-ke, XUE Li-li, LIAN Pei-qing. Research on the numerical simulation of triple-porosity singular permeability model[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(4): 500-504. (in Chinese))

[11] 郭永存, 卢德唐. 低渗透油藏渗流的差分法数值模拟[J]. 水动力学研究与进展, 2004, **19**(3): 288-293. (GUO Yong-cun, LU De-tang. Numerical simulation of fluid flow in low permeability reservoir using finite difference method[J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2004, **19**(3): 288-293. (in Chinese))

Well test analysis on low velocity and non-Darcy flow in dual-porosity reservoir with dynamic boundary

CHENG Lin-song*, REN Sheng-li, LIAN Pei-qing

(School of Petroleum Engineering, China University of Petroleum(Beijing), Beijing 102249, China)

Abstract: The permeability of matrix is generally low in naturally fractured reservoirs. A large number of core test results indicate that the liquid flow and the gas flow with a certain degree of water saturation in matrix have deviated from the Darcy flow, and often show low-speed and non-Darcy characteristics. Besides, the phenomenon of threshold pressure gradient and flow boundary expanding appears. In this paper, a well test model is presented in the slightly compressible dual-porosity reservoir with low velocity and non-darcy percolation; it fully considers the impact of the threshold pressure gradient and the dynamic boundary. By discretizing time and spatial variables, this model can be solved by numerical method. Use this model, it is studied the pressure-transient characteristics and the influencing factors, the typical well test curves effected by storage capacity ratio and inter-aquifer flow factor in constant pressure external boundary reservoirs have been drawn, and the propagation rule of the dynamic boundary has been analyzed too.

Key words: dual porosity; dynamic boundary; non-Darcy; threshold pressure gradient