# 参数曲线柔性加减速前瞻控制算法

王海涛 赵东标 陆永华 刘 凯 南京航空航天大学,南京,210016

摘要:针对参数曲线插补的特点,使用S形加减速和三角函数加减速相结合的柔性加减速方法对参数曲线的插补路径进行前瞻控制。在规划前瞻速度过程中,首先根据加工曲线的曲率变化自适应地将前瞻距离分为曲率上升段和曲率下降段。在对前瞻路径进行S形加减速规划时,遇到路径上曲率频繁变化段,为了减小计算量,采用三角函数加减速的方法对速度进行重新规划。这样,在满足机床加减速要求的同时降低了系统计算负荷。仿真结果和实例表明,该算法能够适应复杂曲线的变化,满足高速高精度插补的要求。

关键词:参数曲线;柔性加减速;前瞻控制;数控

中图分类号:TP319

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2012.03.011

#### Parametric Curve Look—ahead Interpolatin Algorithm with Flexible Acceleration and Deceleration Method

Wang Haitao Zhao Dongbiao Lu Yonghua Liu Kai

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016

Abstract: A parametric curve look—ahead acceleration and deceleration was planed by the look ahead algorithm with S shape method. Meanwile, at areas of the curvature radius changing frequently, the trigonometric function acceleration and deceleration method was used. By the fexible acceleration and deceleration method, the impact on the machine is greatly reduced and the computation is also reduced. At the curvature radius changing section, the look—ahead distance was self—decided according to curvature radius. The experimental results verify the feasibility and precision of the proposed interpolation algorithm.

Key words: parametric curve; felxible acclearaton and deceleraton; look — ahead interpolation; CNC

## 0 引言

目前,参数曲线(曲面)广泛应用于航空、模具 等制造领域中,复杂曲线、曲面的造型技术发展迅 猛。对于复杂参数曲线的插补,传统数控系统在 规划复杂参数曲线加工轨迹时,必须将曲线加工 刀具路径处理成大量离散的直线段来编制数控加 工程序[1-2],此种处理方法会导致编程复杂,效率 低,造成数控代码在传输过程中误码率上升,加工 状态不稳定。为了解决这一问题,很多学者采用 泰勒展开式的方法进行直接插补[3],此方法大大 简化了编程,提高了效率,但是由于速度有波动而 很难保证精度。Yong 等<sup>[4]</sup>综合了系统允许轮廓 误差条件下进给速度的变化情况,采用二分法设 计插补中加减速控制方法,保证了插补时加速度 在系统允许范围内,缺点在于这种方法只针对特 定的加减速特性曲线,不能适应曲线复杂多变的 特性。Nam 等<sup>[5]</sup>提出了加加速度限制条件下的 进给速度的加减速变化控制方法,当加速度、加加 速度超过系统性能的允许范围时,采用均匀变化 的加速度曲线来控制进给速度的突变,减少了速 度的突变对系统性能的影响,但有些情况下加工 误差仍然难以满足精度要求。Du等<sup>[6]</sup>提出了一 种自适应的前瞻插补算法,在对速度进行自适应 控制的同时进行前瞻控制,找出速度变化超过允 许范围的敏感点,提前进行加减速规划,尽量避免 速度变化过大对机床产生冲击,但是这种方法没 有对加加速度进行控制。曹宇男等<sup>[7]</sup>设计了一种 基于S形加减速的前瞻控制算法,算法中设定了 最大前瞻段数,并根据实际插补轨迹的几何特性 实现了加减速的控制。但是在对复杂曲线进行加 减速控制时,其前瞻距离的确定有一定的困难。

本文在以上研究基础上,提出了一种实时参数曲线插补的柔性加减速前瞻算法,首先根据插补精度进行速度自适应控制,通过将曲线划分为 曲率上升点和曲率下降点来对曲线进行前瞻处 理,在加减速过程中,在使用S形柔性加减速算法 的同时,在曲率频繁变化处对加减速进行重新规 划,然后通过自行开发的数控系统验证了算法的 可行性。

**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(51005122);航空科学基 金资助项目(2008ZE52049)

## 1 参数曲线的自适应插补

参数曲线的方程可以表示成如下形式<sup>[8]</sup>(以 三维曲线为例, *u* 为参变量):

$$C(u) = (x(u), y(u), z(u))$$
(1)

其中,*u* ∈ [0,1],通过泰勒展开,经过变化,可以 近似得到插补中参变量的计算方程:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{vT}{(\sqrt{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}})^2 + (\sqrt{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}})^2} + \frac{(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}^2u} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}^2u})(vT)^2}{\mathrm{d}z[(\sqrt{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}})^2 + (\sqrt{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}})^2]^2} + \varepsilon \mid_{u=u_i}$$
(2)

式中,T为插补周期;v为进给速度。

在插补过程中,限定弓高误差为δ,限定系统的最大 进给速度为 v<sub>max</sub>,插补点的实际弓高误差为ρ<sub>i</sub>,当遇到大 曲率点,以 v<sub>max</sub> 加工超过限定弓高误差时,就需要进行减 速,则相应插补点的进给速度 V(u<sub>i</sub>)为

$$V(u_{i}) = \frac{2}{T} \sqrt{\rho_{i}^{2} - (\rho_{i} - \delta)^{2}}$$
(3)

因此,进给速度 $V(u_i)$ 就随 $\delta \pi \rho_i$ 的变化自适应地调整,调整规则如下:

$$V(u_{i}) = \begin{cases} v_{\max} & \frac{2}{T} \sqrt{\rho_{i}^{2} - (\rho_{i} - \delta)^{2}} > v_{\max} \\ \frac{2}{T} \sqrt{\rho_{i}^{2} - (\rho_{i} - \delta)^{2}} \\ \frac{2}{T} \sqrt{\rho_{i}^{2} - (\rho_{i} - \delta)^{2}} \leqslant v_{\max} \end{cases}$$
(4)

但是对于曲率急剧变化的点,按照此种规则 调整就会引起速度的急剧变化,给机床带来冲击。

2 参数曲线柔性加减速前瞻控制算法

为了解决上述问题,就需要在曲率变化点对 速度进行前瞻控制,使进给速度在满足弓高误差 的同时满足柔性加减速的要求。

## 2.1 柔性加减速的速度规划

S形加减速方法作为一种数控系统插补的柔 性加减速方法,能够有效地避免速度和加速度的 突变,提高数控系统的加工精度,但是S形加减速 算法比较复杂,特别对于一些变化复杂的曲线,频 繁地加减速会加大系统的计算量,因此,本文使用 三角函数加减速方法对曲线上频繁加减速区域进 行规划。

对于频繁加减速区域的速度规划有以下两种 情况:加速+减速→加速,如图1所示;加速+减 速→减速,如图2所示。

## 2.1.1 加速+减速→加速情况

在曲率频繁变化处使用S形加减速方法规划 速度曲线如图1所示,此时速度频繁变化,S形加



图 1 参数曲线前瞻加速规划前



图 2 参数曲线前瞻减速规划前

减速方法计算复杂,容易加重系统负荷。如果采 用三角函数的加减速方法,如图3所示,则可以大 大简化加减速计算,其具体方法如下。



图 3 参数曲线前瞻加速规划后

在曲线的规划中采用的三角函数曲线为

$$f_{a}(u) = \frac{1}{2}(1 - \cos\pi u)$$
(5)

分析整个规划过程,其速度变化方程为

$$v(t) = f_{a}(t/t_{a_{a}act})(v_{i+1} - v_{i}) + v_{i} = \frac{1}{2}(1 - \cos\frac{\pi t}{t_{a_{a}act}})(v_{i+1} - v_{i}) + v_{i}$$
(6)

式中,ta\_act 为规划后实际加速时间。

• 300 •

则其加速度、加加速度为

$$a(t) = \frac{d}{dt} (v_{i+1} - v_i) f_a(\frac{t}{t_{a_act}}) = \frac{(v_{i+1} - v_i)\pi}{2t_{a_act}} \sin \frac{\pi t}{t_{a_act}}$$

$$j(t) = \frac{d^2}{dt^2} (v_{i+1} - v_i) f_a(\frac{t}{t_{a_act}}) = \frac{(v_{i+1} - v_i)\pi^2}{2t^2_{a_act}} \cos \frac{\pi t}{t_{a_act}}$$
(8)

在三角函数加速过程中,其加加速度和加速 度的最大值为

$$j_{act} = \max_{0 \le t \le t_a} \left| \frac{(v_{i+1} - v_i) \pi^2}{2t_{a_act}^2} \cos \frac{\pi t}{t_{a_act}} \right| = \frac{(v_{i+1} - v_i) \pi^2}{2t_{a_act}^2}$$
(9)  
$$a_{act} = \max_{0 \le t \le t_a} \left| \frac{d}{dt} (v_{i+1} - v_i) f_a(\frac{t}{t_{a_act}}) \right| = \frac{(v_{i+1} - v_i) \pi}{2t_{a_act}}$$
(10)

由于速度规划前和速度规划后两点间的距离 是不变的,且其速度规划两点间的距离 L<sub>i</sub> 可由规 划前的加减速方程得到,即

$$L_{i} = \int_{0}^{t_{a_{act}}} (v_{i+1} - v_{i}) f_{a}(u) du + v_{i} t_{a_{act}} = \int_{0}^{t_{a_{act}}} \frac{1}{2} (v_{i+1} - v_{i}) (1 - \cos \frac{\pi t}{t_{a_{act}}}) du + v_{i} t_{a_{act}} = \frac{1}{2} (v_{i+1} - v_{i}) t_{a_{act}} + v_{i} t_{a_{act}}$$
(11)

则可得到加速时间 t<sub>a act</sub>:

$$t_{a_{act}} = \frac{2L_i}{v_{i+1} + v_i}$$
(12)

2.1.2 加速+减速→减速情况

在加速+减速→减速的规划中,使用的三角 函数的减速特性曲线为

$$f_{\rm d}(u) = \frac{1}{2}(1 + \cos\pi u) \tag{13}$$

前瞻减速规划前参数曲线如图 2 所示,规划 后如图 4 所示。



图 4 参数曲线前瞻减速规划后

#### 2.2 参数曲线柔性加减速的前瞻控制策略

所谓前瞻,就是对要插补的参数曲线进行预 插补处理,通过预插补找出插补路径上的速度敏 感点及其对应的进给速度以及插补距离,然后对 进给速度进行规划,以便提早进行加减速处理,以 满足误差及机床的性能要求。

在前瞻的插补预处理中,将曲线分为两种情况 —— 曲率上升和曲率下降。曲率上升时说明 在插补过程中要遇到拐点,需要进行减速处理,而 曲率下降说明从拐点开始速度开始增大。因此将 前瞻的预插补分为曲率上升模块和曲率下降模 块。当前瞻开始时的速度 v<sub>start</sub> < v<sub>max</sub> 时,通过曲 率下降模块来完成预插补过程,并且根据曲率的 变化情况来设置速度需要规划的标志位;当前瞻 开始时的速度 v<sub>start</sub> = v<sub>max</sub> 时,通过曲率上升模块 来完成预插补过程。

(1) 前瞻中曲率上升模块。当前瞻的初始速 度  $v_{\text{start}} = v_{\text{max}}$  时,说明此时预插补的加工速度处 干最大阶段,在预插补的过程中有可能出现曲率 上升阶段,当曲率上升时,弓高误差变大,进给速 度就要减小,进入减速阶段;另外也有可能在预插 补过程中曲线形状不发生大的变化,进给速度也 不发生变化,因此,对于此种情况其前瞻预读距离 也根据曲线形状动态变化,如果加工速度不发生 变化,则预读距离为从 vmax 减速到 0 所需要的距 离,如果此时遇到拐点,曲率发生变化,则前瞻距 离预读至整个拐点的曲率最大处。在前瞻过程中 首先通过预插补分析各个插补点,以最大加工速 度 vmax 来计算各个插补点的位置,然后求出其弓 高误差,并且比较所得弓高误差与系统允许最大 弓高误差δ的差值,如果在允许范围内,则继续比 较下一个插补点;否则,根据式(4)确定此点的最 大加工速度,并且分析此点是否仍旧处于曲率增 大的范围,如果是,则继续分析比较下一个插补 点, 直到找到曲率最大点, 并且记录此点的位置 u, 及最大的约束速度 vend。如果在前瞻预读的从 v<sub>max</sub> 减速到 0 所需要的距离中,没有出现曲率波 动点,则记录最后前瞻插补点 u<sub>i</sub>。其具体前瞻过 程如图5所示。

(2)前瞻中的曲率下降模块。当前瞻的初始 速度 v<sub>start</sub> < v<sub>max</sub> 时,说明此时预插补初始点处于拐 点的曲率最大处,此时随着曲率的变小,弓高误差 变小,插补是个加速的过程。同时,通过弓高误差 的变化来判断加工速度是否频繁变化,如果速度频 繁变化,则设定标志位 F<sub>v\_plan</sub>,以便在实时加工过程 中重新根据上文所述对速度进行重新规划。

首先以速度  $v = v_{max}$  预插补并分析各个插补 点的弓高误差,因为此时处于曲率下降的阶段,所 以弓高误差应该是一个变小的过程,所以,通过计 算可以找到一个  $v = v_{max}$  且满足弓高误差(即 $\rho_i < \delta$ )的插补点,这样就可以把曲率下降的加工路径



图 5 参数曲线柔性加减速曲率上升前瞻模块

的速度规划出来了。但是当插补路径变化复杂, 需要频繁加减速的时候,有时弓高误差约束速度 还未达到 v<sub>max</sub>,可能又会有新的拐点出现,曲率就 会转而变大。如果出现这种情况,则找到新的敏 感点的最大曲率处,表明此段前瞻路径是速度频 繁加减速区域,设定 $F_{v plan} = 1$ ,表明此路径需要根 据上文使用三角函数加减速方法对速度进行规 划。因此,其前瞻距离的大小随曲线曲率的变化 自适应改变,具体的前瞻过程如图6所示。图5 和图 6 中, L 为前瞻预读距离, 本文中选取 S 形加 减速从 v<sub>max</sub> 减到 0 的距离; u<sub>end</sub> 为前瞻结束后寻找 到的速度敏感点,如果在此段前瞻距离上没有拐 点,则该点就是前瞻距离的最后插补点;vend 为满 足弓高误差的速度敏感点的速度;v; 为预插补点 上的进给速度;s为实际前瞻的距离;l为每个插补 周期内的位移量;ρi 为预插补点上的弓高误差;  $\rho_{\text{max}}$ 为记录的前瞻预插补过程中的最大曲率; F<sub>v plan</sub> 为速度重新规划标志,当需要对频繁加减速 区域进行重新速度规划时, $F_{v plan} = 1$ ,否则  $F_{\rm v \ plan} = 0$ .

这样,就可以得到整个前瞻路径上的曲率变 化的特征,并且据此来对速度进行规划。

3 参数曲线柔性加减速前瞻控制算法仿 真与实验

为了验证算法的可行性,仿真加工一段三次 · 302 ·



图 6 参数曲线柔性加减速曲率下降前瞻模块

有理样条曲线(图 7)。插补周期设为 4ms,最大 速度  $v_{max} = 100 \text{ mm/s}$ ,最大加速度  $a_{max} = 1 \text{ m/s}^2$ , 最大加加速度  $j_{max} = 20 \text{ m/s}^3$ ,曲线的控制顶点数 据如表 1 所示。



图 7 加工的 NURBS 曲线

表1 加工路径数据点

参数点	控制点坐标(mm)	权因子	节点矢量
1	(5,5,4)	1.00	
2	(25,40,9)	1.20	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
3	(50,70,16)	1.00	0 4531 0 5485
4	(65,75,22)	1.25	0.4001, 0.0400,
5	(77,73,30)	0.90	0.6306,1.000,1,
6	(105,57,32)	0.85	1.000,1.000)
7	(132,40,41)	1.00	

如图 8 所示,采用自适应插补方法能将弓高 误差控制在允许范围之内,但是为了控制误差,未 使用前瞻插补算法和使用前瞻插补算法,速度的 变化是不相同的。在未使用前瞻插补算法时,不 能提前知道曲线的拐点,因此无法使用 S 形加减 速算法,其速度变化如图 9a 所示,当遇到高曲率 点时其速度突然变小,因此带来了很大的加速度 变化,如图 10a 所示,其最大加速度竟然接近 10m/s<sup>2</sup>,整整超出了限定值的 9 倍多,这必然会 给机床带来很大冲击。



图 8 参数曲线加减速弓高误差变化曲线

通过图 9b 使用前瞻算法的速度变化图、图 10b 使用前瞻算法的加速度变化图和图 11 可以 看出,使用具有前瞻功能的插补算法,在良好控制 弓高误差的同时,速度、加速度、加加速度都在限 定范围内,满足了机床性能要求。





在加工过程中,使用自主研发的基于 RTlinux 的数控系统,采用 R2.5mm 的高速钢球头 铣刀,在此相同的加工参数下,图 12a 为未采用前 瞻控制算法得到的加工零件图,图 12b 为采用前 瞻控制算法得到的加工零件图。选取其中两处进 行放大比较,如图 13、图 14 所示。





(b)采用前瞻控制算法

(a)未采用前瞻控制算法

图 12 加工试件





(a)未采用前瞻控制算法(b)采用前瞻控制算法图 13 试件 1 处局部放大图





(a)未采用前瞻控制算法 (b)采用前 图 14 试件 2 处局部放大图

(b)采用前瞻控制算法 局部放大图

图 13a 和图 14a 所示为使用传统的加减速方 法加工的零件。可以看出其加工轨迹上有加工缺 陷,表面比较粗糙,并且有明显接刀痕。而采用前 瞻控制算法加工获得的试件如图 13b 和图 14b 所 示,相比传统方法而言,使用前瞻控制算法加工获 得的试件,其加工质量提高了,加工缺陷减少了, 加工表面也更加光滑了。

### 4 结语

本文提出了一种参数曲线的S形加减速和三 角函数加减速的混合型柔性加减速前瞻控制方 法,在前瞻控制中以S形加减速为基础,并在曲率 频繁变化处使用三角函数的加减速方法来简化计 算。在前瞻过程中,采用将路径根据曲率变化分 为曲率上升段和曲率下降段的方法来对前瞻路径 进行划分,这样不仅仅能适应参数曲线的复杂变 化,而且降低了计算的复杂性,满足了数控系统的 实时性要求。通过仿真和实验可知,此种前瞻方 法提高了加工质量,取得了较为理想的结果。

#### 参考文献:

- [1] 苟琪. MasterCAM 五轴加工方法[M]. 北京: 机械 工业出版社, 2005.
- [2] 吴光琳. 组合曲面实时插补关键技术研究[D]. 上海:上海交通大学,2000.

# 沿任意倾斜面的机器人力/位置控制方法研究

李正义 唐小琦 熊 烁 叶伯生 华中科技大学国家数控系统工程技术研究中心,武汉,430074

摘要:设计了沿任意倾斜面的机器人自适应阻抗控制方法,该方法解决了接触面法向方向、环境阻 尼、刚度参数未知对机器人力/位置控制的影响问题。在机器人与倾斜面碰撞接触过程中采用递归最小 二乘(RLS)算法估计环境的阻尼、刚度,根据接触力矩实际值与期望值的偏差实现机器人末端期望姿态 的调整;在机器人末端沿倾斜面滑动阶段,设计规则自调整的模糊控制器,根据机器人末端位移、接触力 误差实时调整机器人阻抗控制模型参数,以适应环境阻尼、刚度的变化。提出的控制方法具有编程实现 简单且对环境参数变化鲁棒性较强的优点,实验验证了控制方法的有效性。

关键词:机器人;阻抗控制;参数调整;模糊控制

**中图分类号**:TP242 DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2012.03.012

#### Study on Robot Force Position Control Method for Arbitrarily Inclined Plane Tracking

Li Zhengyi Tang Xiaoqi Xiong Shuo Ye Bosheng

The State Engineering Research Center of Numerical Control System,

Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074

Abstract: This paper introduced an adaptive impedance control of a robot for the arbitrarily inclined planel tracking, it overcomes the problem of force position tracking for the constraint surface with unknown normal direction and uncertainties of the environmental damping and stiffness. The proposed method used the recursive least square algorithm to estimate the environment damping and stiffness during the impact—contact, and achieved the expected attitude adjustment for the robot end —effector based on the difference between the actual and expected contact moment, During the robot end—effector sliding on the inclined plane, a rule self—adjusting fuzzy logic controller was developed to adjust the robot impedance control parameters on—line based on the robot end—effector position and force tracking errors to adapt to the variations of the environmental damping and stiffness. The designed robot force position control method is robust to the changes of the environmental parameters, but the implementation of the algorithm programming is simple. The experiments demonstrate the effectiveness of the approach.

Key words: robot; impedance control; parameter adjusting; fuzzy control

0 引言

机器人与未知环境间的力/位置控制主要研

**收稿日期:**2010—12—13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50875099,20100192);国 家科技重大专项(2009ZX04014-052)

- [3] Shpitalni M, Koren Y, Lob C C. Realtime Curve Interpolators[J]. Computer-Aided Design, 1994, 26(11): 832-838.
- [4] Yong T, Narayanasami R. A Parametric Interpolation with Confined Chord Error Acceleration and Deceleration for NC Machining[J]. Computer—Aided Design, 2003, 35(13): 1249-1259.
- [5] Nam S H, Yang M Y. A Study on a Generalized Parametric Interpolator with Real-time Jerk-limited Acceleration [J]. Computer - Aided Design, 2004, 36(1): 27-36.
- [6] Du Daoshan, Liu Yadong, Yan Cunliang, et al. An Accurate Adaptive Parametirc Curve Interpolator for NURBS Curve Interpolation [J]. Int. Adv.

究减小未知环境的几何参数和动力学参数(惯量、 阻尼、刚度)对控制系统性能的影响及如何提高机 器人力/位置控制的自适应能力等,其中关于机器 人与任意倾斜面间的力/位置控制以其环境模型 相对简单受到众多学者青睐。文献[1-2]给出了

Manuf. Technol., 2007, 32:999-1008.

- [7] 曹宇男,王田苗,陈友东,等. 插补前 S 加减速在 CNC 前瞻中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2007,33(5):594-599.
- [8] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京:高等教育出版社,2001.

(编辑 王艳丽)

作者简介:王≽涛,男,1980年生。南京航空航天大学机电学院 博士研究生。主要研究方向为机电一体化、数控技术。发表论文 4 篇。赵东标,男,1963年生。南京航空航天大学机电学院教授、 博士研究生导师。陆永华,男,1977年生。南京航空航天大学机 电学院副教授、博士。刘 凯,男,1981年生。南京航空航天大 学机电学院副教授、博士。

• 304 •