ISSN 1673-9418 CODEN JKYTA8
Journal of Frontiers of Computer Science and Technology
1673-9418/2012/06(03)-0275-06
DOI: 10.3778/j.issn.1673-9418.2012.03.008

E-mail: fcst@vip.163.com
http://www.ceaj.org
Tel: +86-10-51616056

邻域系统分层递阶结构分析*

周君仪[1]，杨习贝[2,3,4+]，杨静宇[3]

1. 江苏科技大学 经济管理学院，江苏 镇江 212003
2. 江苏科技大学 计算机科学与工程学院，江苏 镇江 212003
3. 南京理工大学 计算机科学与技术学院，南京 210094
4. 江苏尚博信息科技有限公司，江苏 无锡 214072

Analysis of Hierarchical Structure of Neighborhood Systems*

ZHOU Junyi[1], YANG Xibei[2,3,4+], YANG Jingyu[3]

1. School of Economics and Management, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, Jiangsu 212003, China
2. School of Computer Science and Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, Jiangsu 212003, China
3. School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China
4. Jiangsu Sunboon Information Technology Co., Ltd., Wuxi, Jiangsu 214072, China

\+ Corresponding author: E-mail: yangxibei@163.com

ZHOU Junyi, YANG Xibei, YANG Jingyu. Analysis of hierarchical structure of neighborhood systems. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2012, 6(3): 275–280.

Abstract: From the viewpoint of the neighborhood system based rough set, this paper presents five axioms to describe the hierarchical structure of the neighborhood systems. Moreover, it proposes a new order relation to describe the finer relation between different neighborhood systems. Finally, it proves that the proposed preference relation satisfies the five axioms of the hierarchical structure of the neighborhood systems.

*The National Natural Science Foundation of China under Grant No. 61100116 (国家自然科学基金); the Postdoctoral Science Foundation of China under Grant No. 20100481149 (中国博士后科学基金); the Natural Science Foundation of Jiangsu Province of China under Grant No. BK2011492 (江苏省自然科学基金); the Natural Science Foundation of Jiangsu Higher Education Institutions of China under Grant No. 11KJB520004 (江苏省高校自然科学基金); the Postdoctoral Science Foundation of Jiangsu Province of China under Grant No. 1101137C (江苏省博士后科学基金).

Received 2011-05, Accepted 2011-07.

Key words: granular computing; hierarchical structure; neighborhood system; rough set

摘　要：以基于邻域系统的粗糙集模型为基础，给出了邻域系统分层递阶结构的 5 条公理；提出了一种序关系，用来描述不同邻域系统之间的粗细关系；证明了新提出的这种序关系满足邻域系统分层递阶结构的公理化形式。

关键词：粒计算；分层递阶结构；邻域系统；粗糙集
文献标识码：A　　中图分类号：TP18

1　引言

在 1996 年至 1997 年期间，美国学者 Lin 教授在 UC-Berkeley 大学 Zadeh(美国控制论专家)的重点实验室做客座教授时，Zadeh 向 Lin 建议将粒数学作为研究课题。为了进一步明确研究目标，Lin 提出了粒计算[1−3](granular computing, GrC)的概念，因而在研究的初始阶段，粒计算实际上是粒数学中的可计算部分。

粒计算改变了传统的计算观念，使信息的处理更科学、合理、经济和易操作，在人工智能、问题求解、知识发现、图像处理等众多领域有着广泛的应用前景。

在 Lin 提出粒计算的概念后，Yao[4−7]讨论了粒计算与粗糙集、商空间等数据挖掘工具之间的关系，并且通过采用逻辑决策语言来描述粒度，构建粒度世界的逻辑框架。Skowron 在文献[8]中也描述了粒语言，他将信息表上定义的逻辑公式的意义集看做信息粒，并讨论了这种信息粒的语法和语义。在此基础上，刘清等人[9]进一步讨论了粒逻辑公式的真值及其运算规则等，从而构造了一种颇为完整的粒逻辑中的演绎推理系统。张文修等人[10]从粒计算的观点对人类认知过程进行了详细的研究，结合形式背景理论给出了认知的粒化描述和新的认知模型。王国胤等人从划分[11]、覆盖[12]和模糊商空间[13]的角度出发，提出了分层递阶的知识空间链，讨论了其中的概念不确定性度量问题。苗夺谦等人[14]提出了知识粒度的定义，并将其应用于知识约简、决策树构造等问题中。钱宇华等人[15]研究了目标概念的粗糙近似组成结构，从而建立了一个基于多粒度的特征选择加速器，并将其应用于设计前向搜索的特征选择加速算法中。

为了进一步规范粒计算理论的研究，在 2009 年，粒计算的创始人 Lin 正式提出了八种形式化的粒计算模型[3]。本文主要针对第一种粒计算模型，即邻域系统粒计算模型进行讨论。邻域系统粒计算模型的表示形式是(U,β)，其中 U 是论域，β是定义在论域 U 上的一个邻域系统，这个邻域系统不同于拓扑邻域系统，因为从实际应用角度出发，前者是摒弃了后者中的公理系统而构建的。

为了建立邻域系统粒计算模型上的分层递阶结构，定义邻域系统上的序关系是关键。本文从邻域系统粗糙集模型出发，采用公理化的形式给出邻域系统上的序关系，并就其相关性质进行了讨论。

2　邻域系统与粗糙集

本章以 Lin 提出的关系粒计算模型为基础，导出邻域系统的概念。

定义 **1** (关系粒计算模型) 令：

(1) $\mathscr{U}=\{U_1,U_2,\ldots\}$为一族论域的集合；

(2) $U_i\times U_j\times\ldots\times U_k$ 为 n 个论域上的笛卡尔积，其中 $U_i,U_j,\ldots,U_k\in\mathscr{U}$ (此处下标不同并不一定代表论域也不同)；

(3) $R_n\subseteq U_i\times U_j\times\ldots\times U_k$ 称为一个 n 元关系；

(4) $\beta=\{R_n^1,R_n^2,\ldots\}$是一族 n 元关系的合集。

称二元组$(\mathscr{U},\beta)$为一个关系粒计算模型。

在关系粒计算模型中，若仅考虑一个论域，即 $\mathscr{U}=\{U\}$ 且 $n=2$，此时的关系粒计算模型就退化

为二元粒计算模型。为简便起见，二元粒计算模型中的二元关系合集记为 $\beta=\{R^1,R^2,\ldots\}$。由此可见，关系粒计算模型是二元粒计算模型的一种广义化表示形式，而二元粒计算模型则是关系粒计算模型的特殊情形。

定义 **2** 在二元粒计算模型($\mathscr{U}$,β)中，$\beta=\{R^1$, $R^2,\ldots\}$，则对于 $\forall x\in U$，有一族子集与之对应，即

$N_1(p)=\{y\in U:(x,y)\in R^1\}$

$N_2(p)=\{y\in U:(x,y)\in R^2\}$

$\cdots$

(1) $N_1(x),N_2(x),\ldots$ 称为 x 的邻域；

(2) x 的所有邻域的合集称为 x 的邻域系统，记为 $NS(x)$，即 $NS(x)=\{N_1(x),N_2(x),\ldots\}$；

(3) 集合 $\{NS(x):x\in U\}$ 称为 U 的邻域系统，记为 $NS(U)$。

Pawlak提出的粗糙集模型是建立在等价关系基础上的，对于论域中的每一个对象，有且仅有一个等价类与之对应，这个等价类可被看做此对象的邻域，这个邻域就构成了此对象的邻域系统。然而在一般情形的邻域系统中，对象有可能有两个或两个以上的邻域。借助拓扑学中内点与闭包的概念，Lin 构建了基于邻域系统的近似集模型，如定义 3 所示。

定义 **3** 在二元粒计算模型($\mathscr{U}$, β)中，$\beta=\{R^1$, $R^2,\ldots\}$，对于 $\forall X\subseteq U$，X 的下、上近似集定义如下：

$$\underline{Apr}(X)=\{x\in U:\exists N(x)\in NS(x),\; N(x)\neq\varnothing\wedge N(x)\subseteq X\}$$

$$\overline{Apr}(X)=\{x\in U\mid\forall N(x)\in NS(x),N(x)\cap X\neq\varnothing\}$$

若 $\underline{Apr}(X)=\overline{Apr}(X)$，则称 X 在邻域系统 $NS(U)$ 中是可定义的，否则称为不可定义的。

命题 **1** 在二元粒计算模型($\mathscr{U}$, β)中，$\beta=\{R^1$, $R^2,\ldots\}$，对于 $\forall X,Y\subseteq U$，有

(1) $\underline{Apr}(\varnothing)=\varnothing,\overline{Apr}(\varnothing)=\varnothing$

(2) $\underline{Apr}(X\cap Y)\subseteq\underline{Apr}(X)\cap\underline{Apr}(Y)$

$\overline{Apr}(X\cap Y)\subseteq\overline{Apr}(X)\cap\overline{Apr}(Y)$

(3) $\underline{Apr}(X\cup Y)\supseteq\underline{Apr}(X)\cup\underline{Apr}(Y)$

$\overline{Apr}(X\cup Y)\supseteq\overline{Apr}(X)\cup\overline{Apr}(Y)$

(4) $X\subseteq Y\Rightarrow\underline{Apr}(X)\subseteq\underline{Apr}(Y)$

$\overline{Apr}(X)\subseteq\overline{Apr}(Y)$

(5) $\underline{Apr}(X)={\sim}(\underline{Apr}({\sim}X))$

$\overline{Apr}(X)={\sim}(\underline{Apr}({\sim}X))$

其中，$\sim X$ 表示 X 的补集。

证明 根据定义 3，易证。 □

值得注意的是，与基于等价关系的粗糙集模型不同，在基于邻域系统的粗糙集模型中，以下公式不成立：

(1) $\underline{Apr}(U)=U,\overline{Apr}(U)=U$

(2) $\underline{Apr}(X)\subseteq X,X\subseteq\overline{Apr}(X)$

(3) $\overline{Apr}(X\cap Y)\supseteq\overline{Apr}(X)\cap\overline{Apr}(Y)$

$\overline{Apr}(X\cup Y)\subseteq\overline{Apr}(X)\cup\overline{Apr}(Y)$

(4) $\underline{Apr}(\underline{Apr}(X))=\underline{Apr}(X)$

$\overline{Apr}(\overline{Apr}(X))=\overline{Apr}(X)$

3 邻域系统上层次结构的公理化形式

根据对粒度空间粗细关系的理解，可得邻域系统空间上较细关系的 5 条公理。设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若 $NS_1(U)$ 较 $NS_2(U)$ 细，记为 $NS_1(U)\preceq NS_2(U)$。

公理 **1** 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若 $NS_1(U)\preceq NS_2(U)$，则对于 $\forall X\subseteq U$，有 $\underline{Apr_1}(X)\supseteq\underline{Apr_2}(X)$。

公理 **2** 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若 $NS_1(U)\preceq NS_2(U)$，则对于 $\forall X\subseteq U$，有 $\overline{Apr_1}(X)\subseteq\overline{Apr_2}(X)$。

公理 **3** 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若对于 $\forall X\subseteq U$，有 $\underline{Apr_1}(X)\supseteq\underline{Apr_2}(X)$，则 $NS_1(U)\preceq NS_2(U)$。

公理 **4** 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若对于 $\forall X\subseteq U$，有 $\overline{Apr_1}(X)\subseteq\overline{Apr_2}(X)$，则 $NS_1(U)\preceq NS_2(U)$。

公理 5 设 $\forall N(x)\in\bigcup NS_1(U),\bigcup NS_2(U)=\bigcup NS_1(U)-N(x)$ 且对于 $\forall x\in U$，$NS_2(x)\neq\varnothing$，则 $NS_1(U)\preceq NS_2(U)$。

公理 1 说明若邻域系统 $NS_1(U)$ 比邻域系统 $NS_2(U)$ 细，则根据邻域系统 $NS_1(U)$ 得到的下近似包含根据邻域系统 $NS_2(U)$ 得到的下近似；公理 2 说明若邻域系统 $NS_1(U)$ 比邻域系统 $NS_2(U)$ 细，则根据邻域系统 $NS_1(U)$ 得到的上近似包含于根据邻域系统 $NS_2(U)$ 得到的上近似；公理 3 说明若根据邻域系统 $NS_1(U)$ 得到的下近似包含根据邻域系统 $NS_2(U)$ 得到的下近似，则邻域系统 $NS_1(U)$ 比邻域系统 $NS_2(U)$ 细；公理4说明若根据邻域系统 $NS_1(U)$ 得到的上近似包含于根据邻域系统 $NS_2(U)$ 得到的上近似，则邻域系统 $NS_1(U)$ 比邻域系统 $NS_2(U)$ 细；公理 5 说明若从邻域系统 $NS_1(U)$ 中剔除一个邻域，则邻域系统 $NS_1(U)$ 要细于新生成的邻域系统。

若邻域系统 $NS_1(U)$ 细于邻域系统 $NS_2(U)$，且 $NS_1(U)\neq NS_2(U)$，则称邻域系统 $NS_1(U)$ 严格细于邻域系统 $NS_2(U)$，记为 $NS_1(U)\prec NS_2(U)$。

定义 4 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若对于 $\forall N(x)\in\bigcup NS_2(U)$ 且 $N(x)\neq\varnothing$，都有 $N'(x)\in\bigcup NS_1(U)$ 且 $N'(x)\neq\varnothing$，使得 $N'(x)\subseteq N(x)$，则称邻域系统 $NS_1(U)$ 比邻域系统 $NS_2(U)$ 细，记为 $NS_1(U)\ll NS_2(U)$。若 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$ 且 $NS_1(U)\neq NS_2(U)$，则称邻域系统 $NS_1(U)$ 严格细于邻域系统 $NS_2(U)$，记为 $NS_1(U)\ll NS_2(U)$。

定理 1 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$，则 $\forall X\subseteq U$，有 $\underline{Apr_1}(X)\supseteq\underline{Apr_2}(X)$。

证明 对于 $\forall x\in\underline{Apr_2}(X)$，根据定义 3，必定存在 $N(x)\in NS_2(x)$ 使得 $N(x)\neq\varnothing\wedge N(x)\subseteq X$。又因为 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$，则根据定义 4，必定存在 $N'(x)\in\bigcup NS_1(U)$ 且 $N'(x)\neq\varnothing$，使得 $N'(x)\subseteq N(x)$，此时 $N'(x)\neq\varnothing\wedge N'(x)\subseteq X$，于是 $x\in\underline{Apr_1}(X)$，即 $\underline{Apr_1}(X)\supseteq\underline{Apr_2}(X)$。 □

定理 2 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$，则 $\forall X\subseteq U$，有 $\overline{Apr_1}(X)\subseteq\overline{Apr_2}(X)$。

证明 对于 $\forall x\notin\overline{Apr_2}(X)$，根据定义 3，必定存在 $N(x)\in NS_2(x)$，使得 $N(x)\cap X=\varnothing$。又因为 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$，则根据定义 4，必定存在 $N'(x)\in\bigcup NS_1(U)$ 且 $N'(x)\neq\varnothing$，使得 $N'(x)\subseteq N(x)$。此时 $N'(x)\cap X=\varnothing$，于是 $x\notin\overline{Apr_1}(X)$，即 $\overline{Apr_1}(X)\subseteq\overline{Apr_2}(X)$。 □

定理 3 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若对于 $\forall X\subseteq U$，有 $\underline{Apr_1}(X)\supseteq\underline{Apr_2}(X)$，则 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$。

证明 对于 $\forall N(x)\in\bigcup NS_2(U)$ 且 $N(x)\neq\varnothing$，根据条件有 $\underline{Apr_1}(N(x))\supseteq\underline{Apr_2}(N(x))$，即 $x\in\underline{Apr_2}(N(x))\Rightarrow x\in\underline{Apr_1}(N(x))$，此时必定存在 $N'(x)\in\bigcup NS_1(U)$ 且 $N'(x)\neq\varnothing$，使得 $N'(x)\subseteq N(x)$，即 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$。 □

定理 4 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若对于 $\forall X\subseteq U$，有 $\overline{Apr_1}(X)\subseteq\overline{Apr_2}(X)$，则 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$。

证明 对于 $\forall N(x)\in\bigcup NS_2(U)$ 且 $N(x)\neq\varnothing$，根据条件有 $\overline{Apr_1}(\sim N(x))\subseteq\overline{Apr_2}(\sim N(x))$，因为 $N(x)\cap(\sim(N(x)))=\varnothing$，所以 $x\notin\overline{Apr_2}(\sim N(x))$，于是就有 $x\notin\overline{Apr_1}(\sim N(x))$，即存在 $N'(x)\in\bigcup NS_1(U)$，使得 $N'(x)\cap(\sim(N(x)))=\varnothing$，$N'(x)\subseteq N(x)$，即 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$。 □

定理 5 设 U 为论域，$NS_1(U)$ 和 $NS_2(U)$ 为论域上的两个邻域系统，若对于 $\forall N(x)\in\bigcup NS_1(U)$，有 $\bigcup NS_2(U)=\bigcup NS_1(U)-N(x)$，则 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$。

证明 根据条件，邻域系统 $NS_2(U)$ 是从邻域系统 $NS_1(U)$ 中剔除一个邻域 $N(x)$ 所得到的，即对于 $\forall x\in U$，有 $NS_1(x)\supseteq NS_2(x)$。对于 $\forall y\in\underline{Apr_2}(X)$，必定存在 $N(y)\in NS_2(y)$，使得 $N(y)\neq\varnothing\wedge N(y)\subseteq X$。因为 $NS_1(y)\supseteq NS_2(y)$，所以 $N(y)\in NS_1(y)$，于是可以得到 $y\in\underline{Apr_1}(X)$，即 $\underline{Apr_1}(X)\supseteq\underline{Apr_2}(X)$。再根据定理 3，可以得到 $NS_1(U)\lesssim NS_2(U)$。 □

定理 1 表明了定义 4 中所描述的序关系满足公理 1；定理 2 表明了定义 4 中所描述的序关系满足公理 2；定理 3 表明了定义 4 中所描述的序关系满

足公理 3; 定理 4 表明了定义 4 中所描述的序关系满足公理 4; 定理 5 表明了定义 4 中所描述的序关系满足公理 5。综上，定义 4 是在邻域系统中满足本文所提 5 条公理的序关系，它可以用来描述不同邻域系统之间的粗细关系。

例　令论域 $U=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$，邻域系统 $NS_1(U)$ 为：

$$NS_1(x_1)=\{\{x_1\},\{x_1,x_2\}\}$$
$$NS_1(x_2)=\{\{x_2,x_4\}\}$$
$$NS_1(x_3)=\{\{x_3\}\}$$
$$NS_1(x_4)=\{\{x_1,x_4,x_5\},\{x_1,x_2\}\}$$
$$NS_1(x_5)=\{\{x_5\}\}$$
$$NS_1(x_6)=\{\{x_2,x_6\},\{x_6\},\{x_3,x_5\}\}$$

邻域系统 $NS_2(U)$ 为：

$$NS_2(x_1)=\{\{x_1,x_2\}\}$$
$$NS_2(x_2)=\{\{x_2,x_3,x_4\},\{x_2,x_4\}\}$$
$$NS_2(x_3)=\{\{x_3,x_5\}\}$$
$$NS_2(x_4)=\{\{x_1,x_2,x_4\},\{x_4,x_6\}\}$$
$$NS_2(x_5)=\{\{x_5\}\}$$
$$NS_2(x_6)=\{\{x_3,x_5,x_6\}\}$$

根据定义 4，很明显 $NS_1(U)\ll NS_2(U)$ 成立，即邻域系统 $NS_1(U)$ 较邻域系统 $NS_2(U)$ 细。

若设 $X=\{x_2,x_3,x_4\}$，则根据上述两个不同的邻域系统，可得到如下的近似集结果：

$$\underline{Apr_1}(X)=\{x_2,x_3\}$$
$$\underline{Apr_2}(X)=\{x_2\}$$
$$\overline{Apr_1}(X)=\{x_2,x_3,x_4\}$$
$$\overline{Apr_2}(X)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_6\}$$

这个结果验证了定理 1 和定理 2 所示的粗糙近似之间的包含关系。

4　结束语

本文以邻域系统粗糙集模型为基础，给出了邻域系统分层递阶的 5 条公理。在此基础上，提出了一种新的序关系，并证明了这种序关系满足邻域系统分层递阶的公理化形式。

在本文工作的基础上，下一步将对邻域系统中的知识粒度及不确定性度量等问题进行讨论。

References:

[1] Lin T Y. Granular computing on binary relations I: data mining and neighborhood systems[M]//Skowron A, Polkowski L. Rough Sets and Knowledge Discovery. [S.l.]: Physica-Verlag, 1998: 107−121.

[2] Lin T Y. Granular computing on binary relations II: rough set representations and belief functions[M]//Skowron A, Polkowski L. Rough Sets and Knowledge Discovery. [S.l.]: Physica-Verlag,1998: 122−140.

[3] Lin T Y. Granular computing: practices, theories, and future directions[M]//Encyclopedia on Complexity of Systems Science. [S.l.]: Springer, 2009: 4339−4355.

[4] Yao Y Y. Stratified rough sets and granular computing[C]//Proceedings of the 18th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), New York, NY, USA, 1999: 800−804.

[5] Yao Y Y. Granular computing: basic issues and possible solutions[C]//Proceedings of the 5th Joint Conference on Information Sciences, Atlantic, USA, 2000: 186−189.

[6] Yao Y Y, Yao J T. Granular computing as a basis for consistent classification problems[C]//Proceedings of PAKDD ’02 (Pacific-Asia Conference on Knowledge Discovery and Data Mining) Workshop on Foundations of Data Mining, Taiwan, China, 2002: 101−106.

[7] Yao Y Y. Perspectives of granular computing[C]//Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Granular Computing, 2005: 85−90.

[8] Skowron A. Toward intelligent systems: calculi of information granules[J]. Bulletin of International Rough Set Society, 2001, 5(1/2): 9−30.

[9] Liu Qing, Liu Qun. Granules and applications of granular computing in logical reasoning[J]. Journal of Computer Research and Development, 2004, 41(4): 546−551.

[10] Zhang Wenxiu, Xu Weihua. Cognitive model based on granular computing[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2007, 24(6): 957−971.

[11] Wang Guoyin, Zhang Qinghua. Uncertainty of rough sets

in different knowledge granularities[J]. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(9): 1588–1598.

[12] Hu Jun, Wang Guoyin. Hierarchical model of covering granular space[J]. Journal of Nanjing University: Natural Sciences, 2008, 44(5): 551–558.

[13] Zhang Qinghua, Wang Guoyin, Liu Xianquan. Hierarchical structure analysis of fuzzy quotient space[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2008, 21(5): 627–634.

[14] Miao Duoqian, Wang Guoyin, Liu Qing, et al. Granular computing: past, present and future[M]. Beijing: Science Press, 2007.

[15] Qian Yuhua, Liang Jiye, Pedrycz W, et al. Positive approximation: an accelerator for attribute reduction in rough set theory[J]. Artificial Intelligence, 2010, 174(9/10): 597–618.

附中文参考文献：

[9] 刘清，刘群．粒及粒计算在逻辑推理中的应用[J]．计算机研究与发展, 2004, 41(4): 546–551.

[10] 张文修，徐伟华．基于粒计算的认知模型[J]．工程数学学报, 2007, 24(6): 957–971.

[11] 王国胤，张清华．不同知识粒度下粗糙集的不确定性研究[J]．计算机学报, 2008, 31(9): 1588–1598.

[12] 胡军，王国胤．覆盖粒度空间的层次模型[J]．南京大学学报：自然科学版, 2008, 44(5): 551–558.

[13] 张清华，王国胤，刘显全．分层递阶的模糊商空间结构分析[J]．模式识别与人工智能, 2008, 21(5): 627–634.

[14] 苗夺谦，王国胤，刘清，等．粒计算：过去、现在与展望[M]．北京：科学出版社, 2007.

ZHOU Junyi was born in 1983. She is a master candidate at Jiangsu University of Science and Technology. Her research interest is rough set.

周君仪(1983—)，女，江苏镇江人，江苏科技大学硕士研究生，主要研究领域为粗糙集理论。

YANG Xibei was born in 1980. He received his Ph.D. degree in computer applications from Nanjing University of Science and Technology in 2010. Now he is a post doctorate at Nanjing University of Science and Technology. He is also a lecturer at Jiangsu University of Science and Technology. His research interests include granular computing and intelligence information processing, etc.

杨习贝(1980—)，男，江苏镇江人，2010 年于南京理工大学计算机应用专业获得博士学位，现为南京理工大学博士后，江苏科技大学讲师，主要研究领域为粒计算，智能信息处理等。发表论文 50 余篇，其中 SCI 检索 11 篇, EI 检索 20 余篇，出版英文专著 1 本，主持国家自然科学基金、中国博士后科学基金等项目。

YANG Jingyu was born in 1941. He is a professor and Ph.D. supervisor at Nanjing University of Science and Technology. His research interests include computer vision, pattern recognition and artificial intelligence, etc.

杨静宇(1941—)，男，河北秦皇岛人，南京理工大学教授、博士生导师，主要研究领域为计算机视觉，模式识别，人工智能等。发表论文 400 余篇，出版专著 7 本，主持国家自然科学基金、国家“863”计划、总装备部和国防科技预先研究与基础研究等项目。