

文章编号: 1000-6893(2000)01-0056-04

飞机机翼结构载荷测量试验力学模型与数据处理

阎楚良, 张书明, 卓宁生, 高镇同

(北京航空航天大学 固体力学研究所, 北京 100083)

MECHANICAL MODEL AND DATA PROCESSING OF LOAD

MEASUREMENT TEST FOR THE AIRPLANE'S WING STRUCTURE

YAN Chu-liang, ZHANG Shu-ming, ZHOU Ning-sheng, GAO Zhen-tong

(Institute of Solid Mechanics, Beijing Univ. of Aero. and Astro., Beijing 100083, China)

摘要: 以运七飞机为例, 探讨了大型飞机机翼结构部件载荷测量试验力学模型, 应变桥路设计和标定加载试验过程, 通过对试验数据多元回归分析, 建立了飞机机翼、尾翼结构部件载荷输入与应变输出关系方程, 以此来获得飞机机翼、尾翼测量截面在实际飞行过程中的载荷-时间历程。

关键词: 机翼; 载荷试验; 模型; 载荷方程

中图分类号: O 348 2 **文献标识码:** A

Abstract The structure is often directly designed and processed into a sensor measurement system to realize single independent loading measurement when load measurement test is done. The relation equation regarding the strain-output of electrical bridge versus the load-input is established through indoor calibration test. Thereby the load-time history of structural members in the actual service is obtained. But in the real situation, it is difficult or not permitted to design and process a lot of large-sized structural members into sensors. The mechanical model of the load measurement test for the large-sized structural members of airplane wing is investigated where an Yun-7 airplane is taken for example. The relation equation of the load-input and strain-output for the structural members of the airplane wing is created by using multiple linear regression. And, based on this, the load-time course for the measurement-cross-section of the airplane wing and tail in the actual flying is obtained.

Key words: wings; load tests; models; load equation

在载荷测量试验时, 通常将结构直接设计、加工成为传感器测量系统, 实现单向载荷独立加载测量, 通过室内标定试验, 建立载荷输入与应变桥路输出关系式, 从而得到结构部件在实际使用过程中的载荷-时间历程^[1,2]。但在实际工作中, 有相当多的大型结构部件, 很难做到或者不允许将其结构直接设计加工成为传感器, 实现单向独立加载测量。如飞机机翼、尾翼、航空发动机传动部件等。本文以运七飞机为例, 将机翼、尾翼直接作为传感器, 经过受力分析和载荷桥路优化设计成为多点协调加载测量系统; 通过现场多点协调加载标定试验和对标定试验数据的多元回归分析, 建立载荷输入与应变桥路输出关系方程, 以此获得飞机机翼、尾翼测量截面在实际飞行过程中的弯矩 M 、剪力 Q 和扭矩 T 载荷-时间历程。

1 机翼结构载荷测量试验力学模型

飞机在飞行过程中, 机翼结构主要承受弯矩 M 、剪力 Q 及扭矩 T 的作用, 如图 1 所示。在外载作用下, 结构将产生相应的内力——正应力 σ 和剪应力 τ 。为了便于工程计算, 对主要受力部分作适当简化, 形成图 2 所示的计算模型^[3]。

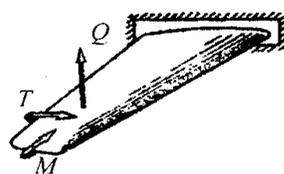


图 1 机翼结构受力简化模型

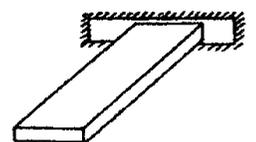


图 2 机翼结构计算简化模型

以运七飞机为例, 载荷测量试验时, 坐标系规定为: 原点为机身构造线与 o 框的交点; y 轴在对称面内, 向上为正; x 轴为机身构造水平线, 向后为正; z 轴指向左翼。在标定试验中, 通过控制剪力 Q 大小和作用点位置, 可直接得到 Q, M, T , 从而获得被测截面上的弯矩 M 、剪力 Q 和扭矩 T 应变桥路的输出响应。根据所施加载荷 Q 的大小和作用点位置坐标计算出作用在该测量截面上弯

矩 M 和扭矩 T 的大小。图 3 为运七飞机右机翼载荷标定试验时受力分析模型。

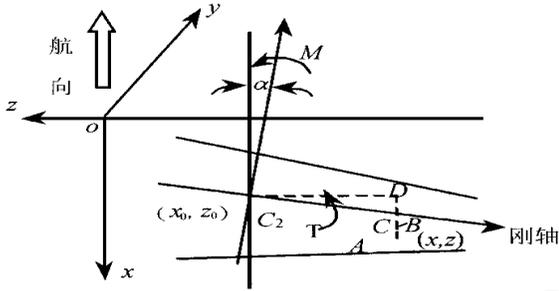


图 3 右机翼二截面载荷标定试验受力分析模型

图中: x, z 为标定载荷 Q 的压心坐标, 用 A 已表示; x_0, z_0 为被测截面的刚心坐标, 用 C_2 表示; α 为被测量截面后掠角, 顺时针为负; B 点为由 A 点向刚轴引垂线的交点; D 点为由 A 点向通过 C_2 且平行于 z 轴直线引垂线的交点; C 为 AD 与刚轴的交点。

由图 3 可得到

$$M = Q [(z_0 - z) \cos \alpha + (x_0 - x) \sin \alpha] \quad (1)$$

$$T = Q [(z_0 - z) \sin \alpha - (x_0 - x) \cos \alpha] \quad (2)$$

同样推导证明, 左机翼和左右平尾载荷测量截面刚心的弯矩 M 和扭矩 T 的计算公式与右机翼相同。

同理可得垂尾测量截面刚心的弯矩 M 、扭矩 T 的计算式

$$M = - Q [(y_0 - y) \cos \alpha + (x_0 - x) \sin \alpha] \quad (3)$$

$$T = - Q [(y_0 - y) \sin \alpha - (x_0 - x) \cos \alpha] \quad (4)$$

有了式 (1)~ 式 (4), 便可得到它们间的载荷输入与应变输出关系方程。

2 应变桥路设计

由于飞机结构复杂, 粘贴面上的应变片所感受到的拉或压应变, 往往是多种载荷综合作用的结果。为了得到单一载荷作用下的应变值, 应变片的粘贴位置选择要合理, 桥路设计要正确, 尽可能把其它载荷造成的干扰信号排除在外, 如在测量机翼截面弯矩 M 时, 可直接避开 M_y, M_z, P_x, P_z 的干扰, 只对 P_y 与 M_x 形成的 M 敏感。图 4 为运七飞机右机翼 II 测量截面弯、剪、扭应变片粘贴位置和桥路设计图。图中 L 为贴片位置到肋的距离。

由图 4 可知, 输出应变和桥路中各个应变计应变的关系分别为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \epsilon_{r1} - \epsilon_{r2} + \epsilon_{r3} - \epsilon_{r4} \\ \epsilon_Q &= \epsilon_{Q1} - \epsilon_{Q2} + \epsilon_{Q3} - \epsilon_{Q4} \\ \epsilon_T &= \epsilon_{T1} - \epsilon_{T2} + \epsilon_{T3} - \epsilon_{T4} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

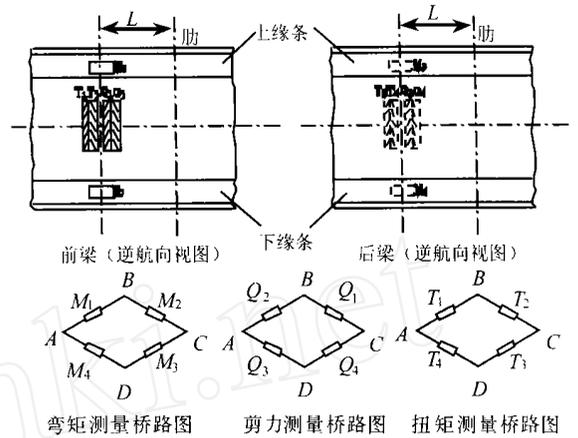


图 4 运七飞机右机翼 II 测量截面应变片粘贴位置和桥路设计图

3 载荷方程

结构所承受的外载一般为空间 6 个分力。对于飞机机翼 (包括尾翼) 如图 1 所示, y 向载荷分量为剪力 Q , 绕 x 轴的载荷分量为弯矩 M 和绕 z 轴的载荷分量为扭矩 T 的影响是主要的, 而其余 3 个载荷分量相对很小, 可以略去, 即把 M, Q, T 作为输入量, 相应的测试应变 $\epsilon_r, \epsilon_Q, \epsilon_T$ 作为输出量。

试验表明各截面的电桥输出应变的大小与该截面所施加的载荷, 为一线性关系, 可用方程表示为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= a_{11}M + a_{12}Q + a_{13}T \\ \epsilon_Q &= a_{21}M + a_{22}Q + a_{23}T \\ \epsilon_T &= a_{31}M + a_{32}Q + a_{33}T \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $a_{11} \sim a_{33}$ 为回归系数, 即单位载荷引起的应变电桥输出应变的大小。

$$\text{令 } L = \begin{bmatrix} M \\ Q \\ T \end{bmatrix}, \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_Q \\ \epsilon_T \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

这时, 式 (6) 可改写为

$$\epsilon = aL \quad (7)$$

在保证独立应变计数量不少于载荷参数的总数的条件下, 系数矩阵是可逆的, 则式 (7) 两边左乘 a^{-1} 可得

$$L = a^{-1}\epsilon \quad (8)$$

有系数 a 之后, 可根据式 (8), 由各电桥空测应变值计算出飞机各截面的弯矩、剪力和扭矩的载荷,

从而求出各种飞行状态下飞机任意结构部位载荷合力作用位置及 M, Q, T 。

4 多元回归优化计算及其结果检验

经过多点、分级、三次重复加载试验后得到的各个电桥载荷输入与应变输出数据,通过多元回归分析进行优化计算,得到的回归系数即为载荷方程中的系数逆阵,同时对载荷方程进行检验,给出各数据点相对误差。

如令 Y 为 $\mathcal{G}_l, \mathcal{Q}, \mathcal{E}$ 其中之一, $X_i(i=1, 2, 3)$ 分别为 M, Q, T ,即有随机变量 Y 随自变量 X_1, X_2, X_3 的变化关系。更广义上讲,若设随机变量 Y 随自变量 X_1, X_2, \dots, X_n 变化,有 m 组观测数据 $(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}, Y_t), t=1, 2, \dots, m$ 。若要确定随机变量 Y 与各个变量 X_1, X_2, \dots, X_n 有线性关系,则有

$$Y = k_1X_1 + k_2X_2 + \dots + k_nX_n \quad (9)$$

将以上 m 组 X_1, X_2, \dots, X_n 的观测数据代入式(9),可以得到 m 个 Y 的计算值 \hat{Y} ,用该 m 个计算值 \hat{Y} 与 m 个观测值 Y 求差的平方和,并使之最小,来确定 k_1, k_2, \dots, k_n ,以下式表示为

$$V = \sum_{t=1}^m (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \min \quad (10)$$

由数学分析的极值原理知,要使式(10)成立, k_i 应满足以下方程组

$$\frac{\partial V}{\partial k_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

则 k_i 就是使 V 最小时所求得各个回归系数。

取 $i=1, 2, \dots, n$ 代入式(11),即得 n 个联立方程组,求解此线性方程组可将诸 k_i 求出。

对于以上所采用的多元回归与方差分析是要分别计算出 Y, U 和 V 统计量,并对其进行检验。

Y 的回归平方和与残差平方和分别定义如下:

回归平方和

$$U = \sum_{t=1}^m (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2 = \sum_{t=1}^m \left[\left[\sum_{i=1}^n a_i X_{it} \right] - \bar{Y} \right]^2 \quad (12)$$

残差平方和

$$V = \sum_{t=1}^m (Y_t - \hat{Y}_t)^2 \quad (13)$$

回归平方和 U 和残差平方和 V 之和称作 Y 的离差平方和,用 S_{yy} 表示

$$S_{yy} = U + V$$

由此可得

$$S_{yy} = \sum_{t=1}^m (Y_t - \bar{Y})^2 = \sum_{t=1}^m Y_t^2 - \frac{1}{m} \left[\sum_{t=1}^m Y_t \right]^2 \quad (14)$$

$$U = \sum_{t=1}^m \left[\left[\sum_{i=1}^n a_i X_{it} \right] - \bar{Y} \right]^2 \quad (15)$$

这时 V 的计算公式为

$$V = S_{yy} - U \quad (16)$$

由 U, V 的定义和线性回归理论知 U 愈大(或 Q 愈小)则表示 Y 与这些自变量的线性关系愈密切,回归的规律性愈强,回归出的结果可信度越高。

为了表征这一特点,定义复相关系数 R 为

$$R = \sqrt{\frac{U}{S_{yy}}} = \sqrt{\frac{S_{yy} - V}{S_{yy}}} = \sqrt{1 - \frac{V}{S_{yy}}} \quad (17)$$

显然 $0 < R < 1, R$ 越接近于1,表明 Y 与 X_1, X_2, \dots, X_n 的线性关系越密切。除用 R 进行线性检验外,还要利用 F 值对整个回归方程进行显著性检验。 F 值如下定义

$$F = \frac{U/k}{V/(n-k-1)} \quad (18)$$

式(18)给出的 F 也服从自由度为 $k, n-k-1$ 的 F 分布,如令 $\alpha=0.05$,将由式(18)算出的 F 值跟相应的临界值作比较,如 F 大于临界值,则证明所建立的方程是良好的。

有了以上有关回归的数学理论分析之后,对机翼、平尾、垂尾的标定数据进行处理时,数字模型为

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G}_l \\ \mathcal{Q} \\ \mathcal{E}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ Q \\ T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_M \\ e_Q \\ e_T \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中: e_M, e_Q, e_T 为随机误差项,认为服从标准正态分布^[4]; $a_{ij}(i, j=1, 2, 3)$ 为实际标定系数。当 $i=j$ 时为主标定系数, $i \neq j$ 时为影响系数,表示第 j 个载荷对第 i 个电桥输出的影响,当 $a_{ij}=0$ 时,表示第 j 个载荷不是第 i 个电桥输出的回归变量。

在回归分析中,变量的选择是非常重要的,把尽可能所有的影响因素都考虑进回归方程。各种载荷因素对电桥输出的影响,受结构部件形状的复杂性和试验过程中各种随机因素的影响,在没有对试验数据经过详细分析之前,很难断定输入载荷是如何影响电桥输出的。考虑到工程实际,本文采用逐步回归分析中的后退法作为变量筛选的主要依据。以弯矩的输出 \mathcal{G}_l 为例证明变量筛选的过程,即

$$\mathbf{G}_i = a_{11}M + a_{12}Q + a_{13}T + e_{M_i} \quad (20)$$

进行 n 次试验, $n = 3$, 即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{i1} \\ \mathbf{G}_{i2} \\ \vdots \\ \mathbf{G}_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & Q_1 & T_1 \\ M_2 & Q_2 & T_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M_n & Q_n & T_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{M1} \\ e_{M2} \\ \vdots \\ e_{Mn} \end{bmatrix} \quad (21)$$

简写为

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{L} \mathbf{a}_1 + e_{M_i} \quad (22)$$

式(22)两边同时左乘 \mathbf{L}^T , 再左乘 $(\mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1}$, 得

$$\mathbf{a}_1 = (\mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{G}_i \quad (23)$$

$$\hat{e}_{M_i} = \frac{1}{n-3} \mathbf{G}_i^T \mathbf{A} \mathbf{G}_i \quad (24)$$

其中: $\mathbf{A} = \mathbf{I} - \mathbf{L}(\mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T$.

求出 \mathbf{a}_1 的最小二乘估计 $\hat{\mathbf{a}}_1$ 和 e_{M_i} 的最小二乘估计 \hat{e}_{M_i} 后, 应变 \mathbf{G}_i 的估计式为

$$\hat{\mathbf{G}}_i = \hat{\mathbf{a}}_1 \mathbf{L}_M \quad (25)$$

残差平方和为

$$V_e = \sum_{i=1}^n (\mathbf{G}_{i_i} - \hat{\mathbf{G}}_{i_i})^2 \quad (26)$$

记之为 $V_e(M, Q, T)$.

选弯矩和剪力为回归变量, 计算其残差平方和, 记为 $V_e(M, Q)$; 选弯矩和扭矩为回归变量, 计算其残差平方和, 记为 $V_e(M, T)$; 只选弯矩作为回归变量, 计算其残差平方和, 记为 $V_e(M)$.

这时残差平方和为

$$P_Q^2 = V_e(M, T) - V_e(M, Q, T)$$

$$P_T^2 = V_e(M, Q) - V_e(M, Q, T)$$

若 $P_Q^2 < P_T^2$, 则认为剪力对弯矩桥输出的影响最小, 则将它剔除, 再比较 3 种回归变量 (M, Q, T) , (M, T) , (M) 何种为最优。

5 实例

以运七飞机右机翼 II 截面测量试验数据为例, 经过上述的逐步回归分析之后, 其最优回归方程为

$$\begin{bmatrix} M \\ Q \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 102 & 80 & 38 & 10 & 10 & 59 \\ - & 2 & 98 & 48 & 83 & 11 & 11 \\ 2 & 31 & 3 & 90 & 55 & 77 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_i \\ \mathbf{G}_Q \\ \mathbf{G}_T \end{bmatrix}$$

根据式(15)~式(18)算得相关系数 $R_M = 0.9996$, $F_M = 3224.67$; $R_Q = 0.9998$, $F_Q = 6160.69$; $R_T = 0.9998$, $F_T = 4492.17$ 。 F 的计算值远远大于其临界值, 证明载荷输入与应变输出之间有

良好的线性关系。采用校验点的数据进行校验, 经过回归计算, 实测得到的载荷值与试验加载值相对误差均控制在 5% 以内, 90% 以上校验点数据的误差实际上是控制在 3% 以下。

6 结论

(1) 将飞机机翼(尾翼)直接作为传感器, 经过受力分析和载荷桥路优化设计, 再经过多点协调加载和多元回归分析, 计算, 实测得到的载荷值与载荷校验加载值相对误差均控制在 5% 以内, 得到了令人满意的结果。

(2) 本文给出的载荷方程, 可由空测的应变数据直接得到飞机在飞行过程中的各实测截面的弯矩、剪力和扭矩载荷-时间历程。

(3) 把多元回归及逐步回归分析的理论引入该模型, 能大大提高标定试验数据处理的精度, 同时也给出了误差的定量值, 更为直观可靠。

参 考 文 献

- [1] 高镇同 疲劳应用统计学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986. 17~55.
- [2] 克利亚奇科 (苏). 飞机强度飞行试验(静载荷)[M]. 汤吉晨译. 西安: 航空航天部《ASST》系统工程办公室, 1992. 8~18.
- [3] 姜炳光, 等. 结构力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1980. 171~202.
- [4] 方开泰. 实用多元分析[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1989. 76~125.

作者简介:

阎楚良 见本刊 1999 年第 20 卷第 6 期 517 页



张书明 男, 1970 年 9 月生人。北京航空航天大学固体力学博士研究生, 1995 年吉林工业大学计算力学硕士研究生, 获工学硕士学位。专长有限元计算和疲劳可靠性设计。电话: (010) 64882655(O)。



卓宁生 男, 1952 年 2 月生人。北京航空航天大学固体力学博士研究生。现任陕西飞机工业公司设计所强度室主任, 高级工程师, 专长飞机结构强度。电话: (0916) 2202033 转 6578(O)。

高镇同 见本刊 1999 年第 20 卷第 6 期 517 页