

文章编号: 1000-6893(2001) 02-0163-05

## 飞机地面运行的动力学模型

顾宏斌

(南京航空航天大学 民航学院, 江苏 南京 210016)

### DYNAMIC MODEL OF AIRCRAFT GROUND HANDLING

GU Hong-bin

(Civil Aviation College, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**摘 要:** 建立的飞机地面运动数学模型是“可操纵的”, 机体有 6 个自由度。该模型只要给定操纵信号, 就能求出前轮和飞机的运动及其相互作用。飞机地面运动模型采用无滑动轮胎模型, 不再引入任何人为的运动学假设, 不要事先给定前轮转角, 不依赖于需要复杂测定的侧向力函数, 考虑了轮胎的滚动特性。对飞机的地面运动一直沿用瞬时转动中心等价于质心轨迹的曲率中心的假设。研究表明, 飞机的瞬时转动中心与质心轨迹的曲率中心只在飞机稳定转弯时重合。

**关键词:** 飞机; 地面车辆; 数学模型; 动力学; 前轮操纵转向

中图分类号: V227+.5 文献标识码: A

**Abstract:** The model of aircraft's ground motion is "operational", where the airframe has six degrees of freedom. As long as the pilot's command, the paddle's displacement, for example, is given, the model can find out the motion of both the airframe and nose-wheel, and the interaction between them. The non-sliding model of tires is applied but no assumption of airframe's motion is adopted. The turning angle of the nose-wheel is not given in advance. The functions of tire force versus nose-wheel's turning angle are no longer needed while the tire rolling coefficients are employed. There are assumptions about aircraft's ground motion; one of those widely used is "the center of simultaneous turning of the airframe is the same as the center of curvature of the mass center's track". The research in this paper reveals that this is true only when the aircraft is in a steady state turning.

**Key words:** aircraft; ground vehicles; mathematical models; dynamics; steering

以往在飞机研制过程中总是很重视飞机的空中运动特性(即飞行运动特性)。但是, 现代飞机对地面运行特性的要求日益提高, 同时也希望飞机能在条件更为苛刻的场地运行。例如, 为了适应未来战场条件, 军用飞机要求能在简单修复或泥土道面起降<sup>[1, 2]</sup>; 为了减少对跑道的占用, 要求现代民用飞机能高速滑离跑道并转入滑行道<sup>[3]</sup> (High-Speed Rollout and Turnoff, 简称 ROTO)。另一方面, 不少飞机在研制和使用过程中也出现过地面运行方面的问题。因此, 研究飞机的地面特性已变得越来越重要。

现有对飞机地面特性的研究主要集中在飞机的垂直运动状态<sup>[4, 5]</sup> (着陆缓冲、滑行减震) 和前轮摆振稳定性、滑跑稳定性等方面<sup>[6, 7]</sup>。而对飞机的 6 自由度地面运动, 特别是偏航和侧向运动的研究明显不足。现代歼击机常采用八字配置的机身式起落架。这种布局的飞机 6 个运动自由度之间

的相互耦合更为强烈, 尤其需要全面考察飞机的地面运动。

仔细分析现有工作可以发现, 目前的模型还存在几个方面的不足: ①大多数模型不能同时考虑 6 个自由度<sup>[3, 8]</sup>, 因此不便于考察各自由度之间的耦合、缺乏通用性; ②大多数模型的未知数个数大于方程个数<sup>[9, 10]</sup>, 因此只适用于给定运动求力或给定力求运动; ③不少模型引入几何或速度关系假设或根据机轮偏角求轮胎侧向力<sup>[8-10]</sup>的经验公式。在假设的合理性或数据的易得性方面尚不能令人满意; ④所有研究都是针对外部激励的。即使是研究操纵系统设计问题也是给定机轮偏角<sup>[3, 8-10]</sup> (把机轮偏角作为操纵系统输出)。实际上, 对于自由偏转的前轮, 机轮偏角是由机轮和飞机运动状态决定的。对于可操纵前轮, 操纵系统的原始输出是作动筒或液压马达等对前轮回转体的驱动力矩, 机轮偏角是由机轮、驱动力矩和飞机运动状态共同作用的结果。如果给定一个操纵信号, 如脚踏位移, 飞机怎样运动, 现有模型还不能很好地回答这个问题。

本文试图建立较为完善的飞机地面运行数学模型,并论证其可信度。

### 1 基本假设

为考察飞机地面运动的基本特性,本文引入如下基本假设:①飞机可视为刚体;②起落架支柱的轴向运动具有线性阻尼,即支柱轴向阻尼力与支柱伸缩速度成线性函数关系。也即支柱相当于空气弹簧加线性阻尼;③起落架支柱为完全刚性,即起落架支柱的侧向、纵向和扭转变形均为零;④前轮回转体的质量可以忽略,但需考虑转动惯量。

引入机体和支柱的刚性假设,主要是考虑到相比而言,轮胎的柔性要大得多,因此忽略机体和支柱的弹性不致给飞机的基本运动参数带来太大误差。但有关的影响还有待进一步研究。

### 2 基本动力学方程

选择机体坐标系为活动坐标系,飞机质心动力学方程为<sup>[11]</sup>

$$m \left\{ \frac{dV_x}{dt} + \omega V_z - \omega V_y \right\} = F_x \quad (1)$$

$$m \left\{ \frac{dV_y}{dt} + \omega V_x - \omega V_z \right\} = F_y \quad (2)$$

$$m \left\{ \frac{dV_z}{dt} + \omega V_y - \omega V_x \right\} = F_z \quad (3)$$

考虑机体关于  $OXY$  平面对称,则机体绕质心转动的动力学方程为

$$I_x \frac{d\omega}{dt} + (I_z - I_y) \omega \omega + I_{xy} \left( \omega \omega - \frac{d\omega}{dt} \right) = M_x \quad (4)$$

$$I_y \frac{d\omega}{dt} + (I_x - I_z) \omega \omega - I_{xy} \left( \omega \omega + \frac{d\omega}{dt} \right) = M_y \quad (5)$$

$$I_z \frac{d\omega}{dt} + (I_y - I_x) \omega \omega - I_{xy} (\omega^2 - \dot{\omega}^2) = M_z \quad (6)$$

式中:  $F_x, F_y, F_z$  分别为作用在机体上的外力总矢量  $F$  在机体坐标系  $X, Y, Z$  轴上的投影。其余符号均与文献[11]相同。由机体受力分析(按机体水平姿态考虑),结合图1,外力及外力矩如下

$$F_x = T + R_x - (Q_{m1} + Q_{m2}) \quad (7)$$

$$F_y = N_{m1} + N_{m2} - N_n - mg \quad (8)$$

$$F_z = F_{m1} + F_{m2} + R_z \quad (9)$$

$$M_x = \frac{1}{2} B_m (N_{m1} - N_{m2}) - H_g (F_{m1} + F_{m2}) - R_z H_g \quad (10)$$

$$M_y = L_m (F_{m1} + F_{m2}) + \frac{1}{2} B_m (Q_{m1} - Q_{m2}) - L_n R_z - T_y + M_{m1} + M_{m2} \quad (11)$$

$$M_z = L_n N_n - L_m (N_{m1} + N_{m2}) - H_g (Q_{m1} + Q_{m2}) + H_g R_z \quad (12)$$

再由前轮回转部分动力学方程,有

$$R_z = F_n \cos \theta_L + Q_n \sin \theta_L \quad (13)$$

$$R_x = F_n \sin \theta_L - Q_n \cos \theta_L \quad (14)$$

$$J \frac{d\omega_l}{dt} = T_y + F_n l_q + M_n \quad (15)$$

式(7)~(15)中各符号的意义是: $N$ 为机轮地面垂直支反力; $F$ 为机轮侧向力; $M$ 为轮胎的扭转力矩; $Q$ (带脚标时)为机轮滚动阻力;脚标 $n$ 表示前轮; $m1$ 表示左侧主轮; $m2$ 表示右侧主轮; $T$ 为发动机推力; $R_x$ 和 $R_z$ 分别为前轮对机体反力在轴和轴方向的分力; $l_q$ 为前轮稳定距; $J$ 为前轮回转体转动惯量; $\omega_l$ 为前轮回转体绝对转动角速度; $\theta_L$ 为前轮回转体相对机体的转角; $T_y$ 为机体对前轮回转体的力矩; $Q$ 为前轮回转轴与机体 $X$ 轴的交点; $B_m, L_n, L_m$ 和 $H_g$ 如图1,其中: $N_n, N_{m1}, N_{m2}$ 根据起落架支柱压缩量和支柱轴向速度计算; $Q_n, Q_{m1}, Q_{m2}$ 则根据 $N_n, N_{m1}, N_{m2}$ 和滚动摩擦系数 $\xi$ 计算。

将式(7)~式(14)代入式(1)~式(6)即得机

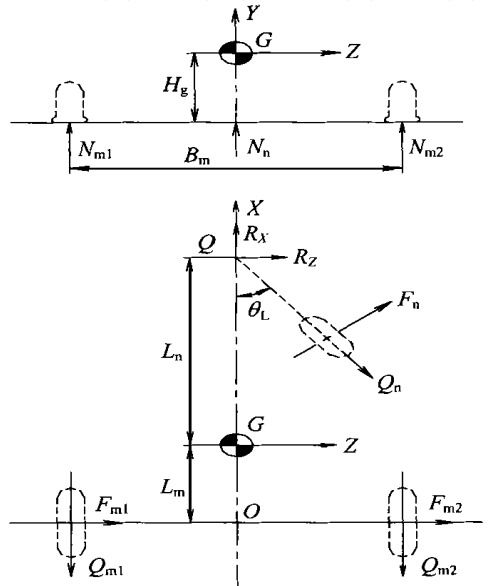


图1 飞机受力图

体 6 自由度运动的微分方程。结合式 (15), 共 7 个方程构成飞机地面运行的基本微分方程组。其中共有 13 个独立未知量, 即:  $F_n, F_{m1}, F_{m2}, M_n, M_{m1}, M_{m2}, dV_x/dt, dV_y/dt, dV_z/dt, d\omega/dt, d\Omega/dt, d\omega/dt, d\Omega/dt$ 。为此需要补充 6 个方程。如果忽略 3 个轮胎扭矩, 则还有 10 个独立未知量, 需要补充 3 个方程。如果进一步只考虑主轮侧向力的合力  $F_m = F_{m1} + F_{m2}$ , 则至少需要补充 2 个方程。

### 3 补充方程

现有研究对基本方程组的处理有两类: 一类是不补充方程; 另一类是补充运动学或力学方程。不补充方程时, 通常是给定前轮转角  $\theta$  (这时实际上是删除了  $d\omega/dt$  及其方程), 然后再给定机体的运动求力, 或给定力求运动。

目前, 引入补充方程时有两种做法: ①引入几何或速度关系等运动学假设。如, 引入刚性无侧滑轮胎假设, 则此时轮心速度位于机轮平面内, 有一系列飞机运动的几何关系。利用这种几何关系对时间求导就可得到速度和加速度关系, 这种关系可作为补充方程。②常用的运动学假设是, 认为飞机运动的瞬时速度中心(速度瞬心)就是飞机质心轨迹的曲率中心。从这一假设出发可建立加速度之间的关系, 也可作为补充方程。文献[12]指出这一假设可能带来误差。从本文的研究可知, 这些假设在过渡过程中与实际情况差别较大。因此, 本文不再引用这类假设。第 2 种引入补充方程的做法是, 引入轮胎侧向力与机轮偏角或侧滑角的关系。文献[8~10]都采用了这一做法。文献[13](P338)也介绍了这一做法, 但是该文作者提到“由于可用的侧向力数据很少, 因此这种计算精度稍有降低”。在目前所有根据轮胎特性求轮胎力的模型中, 都没有应用轮胎的滚动特性。为了全面考虑轮胎的特性, 同时考虑数据的易得性, 本文引入如下轮胎方程作为补充方程。

(1) 轮胎的力学特性 根据简化的轮胎理论(文献[6], P35), 轮胎作用力和变形间的关系完全由静态刚度特性决定。用公式表示为

$$F = a\lambda \quad (16)$$

$$M = b\varphi \quad (17)$$

式中:  $F$  为轮胎侧向力;  $a$  为轮胎侧向刚度;  $\lambda$  为轮胎的侧向变形(向右为正);  $M$  为轮胎扭矩;  $b$  为轮胎扭转刚度;  $\varphi$  为轮胎扭转变形(逆时针为正)。

(2) 轮胎的滚动特性 如图 2, 引入轮胎触地中心的轨迹坐标系  $SOY$ 。设前轮转向轴与地面交

点的速度矢为  $V_c$ ,  $S$  轴与  $V_c$  重合,  $Y$  轴如图。轮胎的滚动特性可以用其触地中心轨迹的切线方向和曲率描述为<sup>[6]</sup>(参看图 3)

$$\frac{dy}{ds} = -(\theta + \varphi) \quad (18)$$

$$-\frac{d^2y}{ds^2} = \frac{d(\theta + \varphi)}{ds} = \alpha\lambda - \beta\varphi \quad (19)$$

式中:  $y$  为轨迹的侧向坐标;  $\theta$  为机轮在轨迹坐标系中的转角;  $s$  为轨迹的纵向坐标, 即滑跑路程;  $\alpha$  为轮胎侧向滚动系数;  $\beta$  为轮胎的扭转滚动系数。

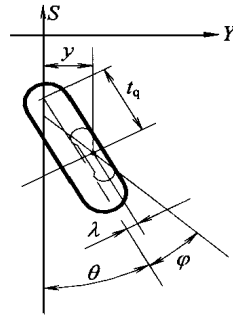


图 2 轮胎变形图

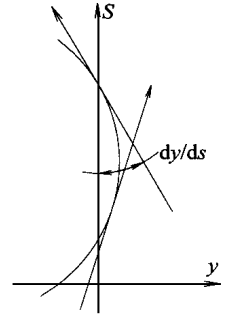


图 3 触地中心轨迹

Fig. 2 Tire variables Fig. 3 Tire footprint center

如图 2, 在刚性垂直支柱假设下

$$y = t_q \sin\theta + \lambda \cos\theta \quad (20)$$

将式(20)代入式(18), 并注意到  $ds = V_c dt$ , 可得

$$t_q \cos\theta \frac{d\theta}{dt} + \cos\theta \frac{d\lambda}{dt} - \lambda \sin\theta \frac{d\theta}{dt} = -V_c(\theta + \varphi) \quad (21)$$

对于前轮,  $V_c$  可近似认为是  $Q$  点的速度, 即  $V_c = V_Q$ 。对于主轮, 通常可认为稳定距为零,  $V_c$  则可用轮心处的速度代替。

利用  $ds = V_c dt$ , 式(19)也可化为

$$\frac{d(\theta + \varphi)}{dt} = V_c(\alpha\lambda - \beta\varphi) \quad (22)$$

(3) 机轮转角及其角速度的求解 上述诸式中的  $\theta$  和  $d\theta/dt$  可如下求解。其中应用了刚体上任一点的速度计算公式。为简单起见, 运动关系只按飞机在水平面内运动考虑。

①  $\theta$  的求解 对于主轮, 机轮在机体坐标系中的转角始终为零。所以, 机轮在轨迹坐标系中的转角  $\theta$  就是轮胎触地中心的速度方向与机体之间的夹角, 此夹角可由速度分量计算。即

$$\theta_{n1} = \arctan\left(\frac{V_{mz1}}{V_{mx1}}\right) = \arctan\left(\frac{V_z + \omega L_m}{V_x - \omega B_m/2}\right) \quad (23)$$

$$\theta_{n2} = \arctan\left(\frac{V_{mz2}}{V_{mx2}}\right) = \arctan\left(\frac{V_z + \omega L_m}{V_x + \omega B_m/2}\right) \quad (24)$$

式中:  $\theta_{n1}$ 和  $\theta_{n2}$ 分别为左、右主轮在轨迹坐标系中的转角。

对于前轮, 机轮可以相对机体偏转, 其在轨迹坐标系中的转角是

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 \quad (25)$$

其中:  $\theta_1$ 为  $Q$ 点的速度方向与机体  $X$ 轴的夹角, 逆时针为正。  $\theta_1$ 可由运动学关系求解

$$\theta_1 = \arctan \left[ - \frac{V_z - L_n \omega}{V_x} \right] \quad (26)$$

②  $d\theta/dt$ 的求解 对于前轮, 由式(25)

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_1}{dt} - \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_1 - \frac{d\theta_2}{dt} \quad (27)$$

其中:  $\omega_1 = \omega_1 - \omega$ ,  $d\theta/dt$ 可由式(26)求导得到。对于左、右侧主轮,  $d\theta_{n1}/dt$ 和  $d\theta_{n2}/dt$ 可分别由式(23)和式(24)求导得到。

式(16)、式(17)、式(21)、式(22)组成一个轮胎方程组。由此方程组可见, 每一个轮胎可列出4个方程, 可以求解  $F, M, \lambda$ 和  $\varphi$ 4个未知量, 其中的  $\theta$ 和  $d\theta/dt$ 则为已知量。与基本动力学方程组比较可知, 每增加一个轮胎方程组只增加2个未知量  $\lambda$ 和  $\varphi$  因此, 每增加一个轮胎方程组就可以给基本动力学方程组补充2个方程。这样, 若对前轮和2个主轮都引入轮胎方程组, 则它们与基本动力学方程组一起构成地面运行动力学方程组。此时, 共有19个方程, 相应地有19个未知量。

### 4 操纵或阻尼力矩

在上述动力学方程组中, 作用于前轮回转体的力矩  $T_y$  可以由前轮操纵系统提供的驱动力矩, 也可以是减摆器提供的阻尼力矩, 还可以等于零(即自由偏转)。本文考虑操纵力矩的情况。参照目前常用的系统形式, 采用电液伺服系统作为前轮操纵系统, 并将其特性结合到飞机地面运行的动力学方程组中。这样, 只要给定前轮操纵的输入信号, 就可求得全机及操纵系统的动态响应, 还能考察前轮操纵系统与飞机之间的相互影响。为简便起见, 采用简化的电液伺服系统模型<sup>[14]</sup>(细节可参考文章网址)。

### 5 模型校验

对全机地面运动进行实测校验要遇到轮胎特性的精确测定、飞机重量与转动惯量的精确测定、结构弹性的精确测定、全机运动参数的精确测量等一系列困难。有待于今后逐步创造条件。因此, 本文采用稳态或极限情况作为检验条件。具体来

说, 本文先基于动力学方程组得到的结果, 运用运动学条件推导若干运动参数的计算公式。然后, 引入刚性无侧滑轮胎的假设和稳定转弯状态等条件推导相应的运动参数计算公式。最后将各组公式的结果进行比较。为方便起见, 运动学条件均按平面运动考虑。以下结果中, 飞机初始滑跑速度25km/h, 前轮操纵角15°。

设  $\psi$ 为质心速度方向与机体  $X$ 轴的夹角, 逆时针为正。选用J7的数据, 令轮胎参数逐渐增大, 可以观察到基于动力学模型计算得到的  $\psi$ 逐渐接近按刚性无侧滑轮胎条件得到的  $\psi$ 。如图4, 从下到上, 曲线依次为弹性轮胎原始刚度、2倍刚度、15倍刚度、50倍刚度、刚性轮胎和稳定转弯的  $\psi$ 。当轮胎的参数扩大50倍时, 3种算法得到的  $\psi$ 已十分接近。同时, 刚性无侧滑轮胎条件得到的  $\psi$ 与稳定转弯且  $t_{q1} = 0$ 的结果始终十分接近。

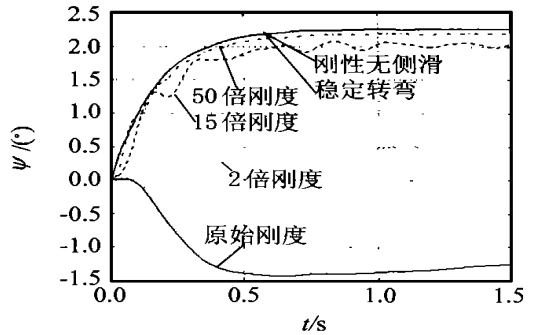


图4 质心速度方向的比较

Fig.4 Direction of cg's velocity

图5是轮胎取原始参数倍时质心轨迹曲率半径、弹性轮胎和刚性轮胎假设下瞬时转动半径的比较。图中, 按曲线的起始段看, 自左往右依次为瞬时转动半径、刚性无侧滑轮胎和质心轨迹曲率半径。由图可见, 当运动基本进入稳态后, 质心轨迹曲率半径与弹性轮胎假设下的瞬时转动半径就基本一致了, 而弹性轮胎模型与刚性轮胎模型的瞬时转动半径始终有所差别。另据观察, 如果将轮

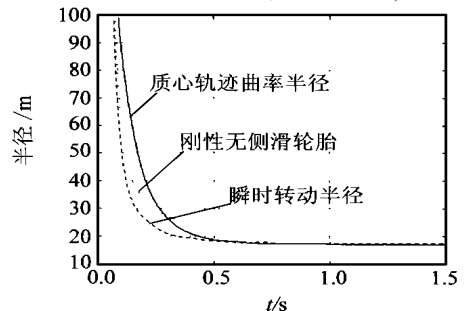


图5 曲率半径与瞬时半径

Fig.5 Radius of turning and of curvature

胎参数扩大 50 倍, 则弹性轮胎与刚性轮胎的差别就消失。从图 5 也可看到, 在过渡过程中瞬时转动半径与严格按数学公式计算的质心轨迹曲率半径有较大差别。因此, 对于动态问题, 引入瞬心即质心轨迹曲率中心的假设是不适宜的。

图 6 中给出了质心  $G$  与  $Q$  点的轨迹、若干轨迹曲率中心及曲率半径, 由此可以验证曲率半径的合理性。图中外圈为  $Q$  点轨迹。由图也可看出, 当进入稳态后, 飞机的转弯可以看成是定点转动。图 7 给出了前轮对飞机的侧向力随时间变化的历程, 说明本文的模型可以考察前轮和机体之间的相互作用。

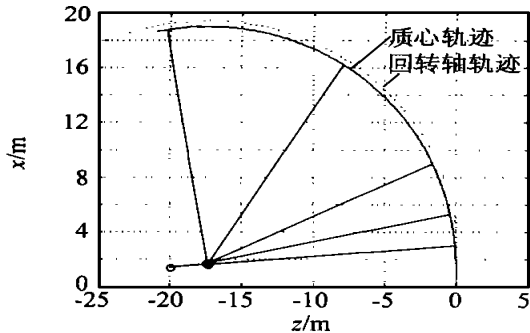


图 6 飞机的转向运动轨迹

Fig. 6 Tracks

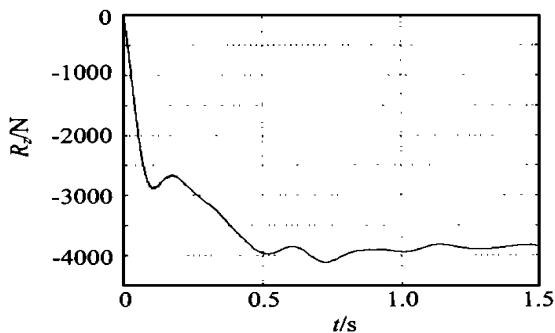


图 7 前轮对飞机的侧向力

Fig. 7 Strut lateral force

## 参 考 文 献

[1] Borowski R A. Have Bounce[J]. Society of Experimental

Test Pilots. Technical Review, 1979, 14: 61 ~ 67.

- [2] Pollack H M, Urch R E. Landing gear design requirements for bomb-damaged runway operations [R]. SAE Paper, 911199, 1991.
- [3] Goldthorpe S H, Danganan R D, Dwyer J P, et al. Guidance and control design for high-speed rollout and turnoff (ROTO) [R]. NASA-CR-201602, 1996.
- [4] Doyle G R Jr. A review of computer simulations for aircraft-surface dynamics [J]. Journal of aircraft, 1986, 23 (4): 257 ~ 265.
- [5] Pi W S, Yamane J R, Smith M J C. Generic aircraft ground operation simulation [R]. AIAA Paper 86-0989, 1986.
- [6] 诸德培. 摆振理论及防摆措施 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1984. 235 ~ 279.
- [7] 刘锐深, 苏开鑫, 邵永起, 等. 飞机起落架强度设计指南 [M]. 成都: 四川科学技术出版社, 1989. 623 ~ 770.
- [8] Yu Ssu-hsin, Moskwa J. Global approach to vehicle control: coordination of four wheel steering and wheel torques [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1994, 116(4): 659 ~ 667.
- [9] Allen R W, Rosenthal T J, Szostak H T. Steady state and transient analysis of ground vehicle handling [R]. SAE Paper 870495, 1987.
- [10] Allen R W, Szostak H T, Rosenthal T J, et al. Characteristics influencing ground vehicle lateral/directional dynamic stability [R]. SAE Paper: 910234, 1991.
- [11] 肖业伦. 飞行器运动方程 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1987. 9 ~ 25.
- [12] 诸德培. 飞机前轮摆振及减摆器的若干问题 [J]. 航空学报, 1987, 8(12): B557 ~ B562.
- [13] 诺曼·斯·柯里. 起落架设计手册 [M]. 北京: 航空工业部, 1982. 338.
- [14] 顾宏斌, 高泽迥, 刘西琴, 等. 某机前轮转向系统初步设计与仿真研究报告 [R]. 南京: 南京航空航天大学 NHJB-92-7299, 1992.

作者简介:



顾宏斌 1957 生, 男, 江苏常州人, 南京航空航天大学副教授, 博士, 1997 年受国家留学基金资助赴美国高访进修一年。主要研究方向: 飞机起落架与系统设计、数字仿真与 CAD 二次开发, E-mail: njghbzfh@jlonline.com, 联系电话: 025-4893501。