

文章编号: 1000-6893(2001) 02-0184-03

自动计算 NURBS 初始权因子的方法

王兴波, 李圣怡

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

AUTOMATIC CALCULATION OF INITIAL WEIGHTS FOR NURBS

WANG Xing-bo, LI Sheng-yi

(College of Mechtronic Engineering and Automation, National University
of Defense Technology, changsha 410073, China)

摘要: 通过对 NURBS 曲线权因子几何属性的深入分析, 给出了一个直观、简洁和客观计算权因子的一般方法; 在此基础上, 提出了利用线性插值法和嵌入 ANN 算法的自动计算 NURBS 权因子的具体方法。根据 NURBS 控制多边形的形状以及曲线的形状约束条件, 自动计算出 NURBS 曲线的一组初始权因子。

关键词: CAD/CAM; NURBS 权因子; 计算方法; 线性插值; 人工神经网络

中图分类号: V260.5; TP391.7 文献标识码: A

Abstract: This paper first presents a general way of calculating the weights of NURBS; the given method is of visualization, conciseness and objectivity. Then another two practical methods, in which linear interpolation and artificial neuron network (ANN) algorithms are used, are also introduced. These methods can calculate a group of initial weights of NURBS automatically according to the shape of the control polygon and the shape-constraints of the curves.

Key words: CAD/CAM; weights of NURBS; calculation algorithms; linear interpolation; ANN

NURBS 曲线曲面被 STEP 规定为 CAD / CAM 曲线曲面造型、计算机图形学等领域的标准形式。由于增加了权因子对形状的调节关系, NURBS 在比 BB 曲线曲面(Bezier, B-样条)具有更加灵活的控形手段的同时, 也给设计者带来一定的不便。这是因为设计者既要确定 NURBS 的控制顶点又面临着一个尚未彻底解决的问题——权因子的选择^[1-6]。

本文根据 NURBS 权因子对形状影响的特性, 给出了利用线性插值和嵌入 ANN 的自动计算 NURBS 权因子的方法。

1 自动求解 NURBS 权因子的原理、算法

1.1 选择 NURBS 曲线权因子的一般方法

设对于给定的控制点列 $P_i (i=0, 1, \dots, n)$ 以及节点序列 $U = \{u_0, u_1, \dots, u_m\} (m = n + p + 1)$ 所定义的 p 次 $I (I = n - p + 1)$ 段 NURBS 曲线

$$R(u) = \frac{\sum_{i=0}^n \omega_i P_i N_{i,p}(u)}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,p}(u)}$$

的权因子矢量为 $W = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n)$ 。

现在研究如何根据形状约束条件选择一组合适的初始权因子。为此不妨假定 $I = 1$ 。

设 P 为控制点列的一个顶点; w 是与 P 对应的权因子; C_B 是 $w = 0$ 的曲线; C_I 是 $w = 1$ 的曲线; C_N 是为其他情况的曲线; $D_0 D_N$ 是 C_I 的端点。根据 NURBS 的性质, 存在过 P 点的 1 条直线 PB 与 3 条曲线分别交于 N, I, B (如图 1 所示), 并且具有如下交比(Cross-ratio)性质^[4]

$$w = \frac{\overline{PI}}{\overline{IB}} \cdot \frac{\overline{PN}}{\overline{NB}} \quad (1)$$

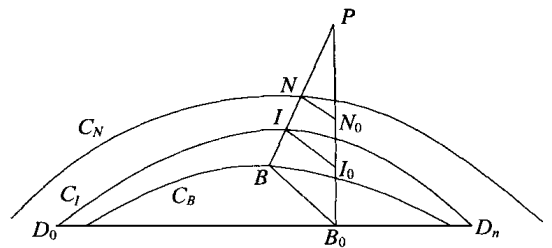


图 1 NURBS 的交比性质

Fig.1 Cross-ratio property of NURBS curves

式(1)表明权因子 w 与曲线对顶点 P 的靠近程度有关。同时也可以看出, 式(1)右边的各种几何量完全依赖于 NURBS 参数的确定, 预先计算性差, 因此一般不采用式(1)计算 NURBS 的初始权因子。下面的几何变换将 w 与一些可以预先计

算的固定量建立联系。这些固定量也能够客观地反映曲线到顶点之间的距离关系。

如图 1 所示, 作 $\overline{PB_0}$ 垂直于 $\overline{D_0D_n}$, 连接 $\overline{BB_0}$, 作 $\overline{H_0}$, $\overline{NN_0}$ 平行于 $\overline{BB_0}$; 那么利用相似三角形的性质, 变换式 (1) 得

$$w = \frac{\overline{PI_0}}{\overline{I_0B_0}} \cdot \frac{\overline{PN_0}}{\overline{N_0B_0}} = \frac{\overline{B_0N_0}}{\overline{N_0P}} \cdot \frac{\overline{PI_0}}{\overline{I_0B_0}}$$

对于给定的控制多边形而言, 上式右边的第 2 个因子是一个定数 α , 即

$$w = \alpha \frac{\overline{B_0N_0}}{\overline{N_0P}} = \alpha \left(\frac{\overline{B_0P} - \overline{N_0P}}{\overline{N_0P}} \right) \quad (2)$$

由于 α 决定于 \overline{PB} 的选择, 因此可以选取 $\alpha = 1$ 。设 $\overline{PN_0} = \lambda \overline{PB_0}$, 则式 (2) 为

$$w = (1/\lambda - 1) \quad (3)$$

不难看出, 上式的几何意义与权因子的几何意义完全一致。由于 $\overline{PB_0}$ 是可预先计算的, 即 w 也是可预先计算的, 因此可以得到计算权因子的一般算法

第 1 步 确定各个顶点 P_i 附近曲线靠近顶点的程度 $\lambda = \{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n\}$;

第 2 步 由式 (3) 计算权因子 $W = \{w_0, w_1, \dots, w_n\}$

显而易见, 这种选择方法简洁、直观、客观。

1.2 基于插值法的自动求解方法

由于在实际设计中, 设计者不可能给出每个控制点附近曲线靠近或离开的信息, 也无法采用相对距离来描述其设计意图, 因此要对上节的方法在技术上改进。考虑到一般设计者可以给定曲线与控制点之间远近变化的范围, 因此可以采用如下线性插值的方法。

设曲线离 P_i, P_j 的距离分别为 l_i, l_j , 是曲线到对应控制顶点的最大、最小距离。控制点 $P_i (i = 0, 2, \dots, n)$ 到 $\overline{D_0D_n}$ 的距离分别为 L_i (如果 P_0, P_n 在 $\overline{D_0D_n}$ 上, 则取 $l_0 = \overline{P_0D_0}, l_n = \overline{P_nD_n}$)

$$\text{令 } l(x) = \frac{x - l_j}{l_i - l_j} l_i + \frac{x - l_i}{l_j - l_i} l_j \quad x \in [l_i, l_j]$$

$$\text{取 } x_k = l_i + \frac{l_j - l_i}{n} k, k = 0, 1, \dots, n$$

$$l^k(x) = \frac{x_k - l_j}{l_i - l_j} l_i + \frac{x_k - l_i}{l_j - l_i} l_j$$

$$\text{计算 } \lambda_k = l^k / L_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{再计算 } w_k = 1/\lambda_k - 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{易知 } w_j < w_k < w_i, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

能够满足约束条件。

1.3 嵌入 ANN 的自动计算方法

艺术造型的设计者们经常希望在给定一些特殊的形状制约点之后, 其他点更加随便一些。此时规律性较强的线性插值计算可能需要反复调整才能符合设计意图。由于“设计意图”本身具有模糊的因素, 因此可以利用 ANN 在处理模糊问题优势, 采用嵌入 ANN 的方法。

假定设计者对曲线在某些控制点附近的距离给出了部分约束

$$l = \{l_j(P_k) \mid j = 1, 2, \dots, M, \\ P_k \in \{P_0, P_1, \dots, P_n\}\}$$

并且要求曲线在其他控制点附近的变化幅度在上述约束界定的范围之内。根据 ANN 算法的特点, 采用两层 BP 网络够根据约束信息将一个随机矢量 $X = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ 自动生成一组符合形状要求的权因子矢量。由于 ANN 的一般行为是先训练后利用训练好的网络处理信息以得到期望的结果, 在输出上具有相似或类别化的特点, 因而采用经典的“训练-使用”方式将会使不同的曲线得到性质相似的权因子, 不符合 CAD/CAM 实践要求。如果 ANN 的训练(迭代)计算过程作为一个中间环节嵌入到计算权因子的过程中, 就能根据每条曲线的具体约束动态地训练网络以实时计算出所需结果。这就是“嵌入 ANN”的方法。这种方法是把 ANN 的计算思想和方法引进作为一个解决模糊问题的途径, 它的本质是一种广义迭代法。该算法有 3 个主要环节。

(1) 准备阶段 完成如下计算:

① 将形状约束条件转换为距离约束。

$$l = \{l_j(P_k) \mid j = 0, 1, \dots, M, P_k \in \{P_0, P_1, \dots, P_n\}\} \Rightarrow L = \{L_0, L_1, \dots, L_M\}$$

② 计算 $l_{\min} = \min(L), l_{\max} = \max(L)$ 。

③ 计算与约束条件对应的 M 个权因子

for (i = 0; i < M; i++)

$$\{\lambda_i = L_i(P_k) / L_i(P_k); w_i = 1/\lambda_i + 1;\}$$

(2) 网络初始化 建立两层 BP 网络以准备计算余下的 $N - M$ 个权因子。主要工作是依据两层 BP 网络模型随机产生耦合系数矩阵 $M = (\mu_{ij})_{N \times N}$ 以及输入样本 $X = (x_0, x_1, \dots, x_N) (N = N - M)$; 初始化神经元的阈值。

(3) 嵌入计算

void ANNCalc(M, N, x, v, μ , w)

unsigned M, N;

float * x, * v, * μ , * w;

{ for (i = 0; i < N; i++)

for (j = 0; j < N; j++)

```

{ yi(k) =  $\sum_{j=0}^N \mu_{ij} x_i(k) + v_i$ ;
wi(k) = f(yi(k)); }
for(j= 0; j< N; j+ + )
{  $\lambda_i(k) = 1/(w_i(k) + 1)$ ;
li =  $\lambda_i(k) * L_i$ ; }
for(i= 0; i< N; i+ + )
if(fabs(lmax - lmin) > EPSILON && li < lmin
|| li > lmax)
{ ModiFy( $\mu_{ij}$ , M);
ANNCalc(M, N, x, v,  $\mu$ , w);
} else Output(w);
}

```

2 应用实例

前面给出的计算 NURBS 权因子的方法能够根据设计者给定的形状约束条件自动计算出一组初始权因子以确定 NURBS 的初始形状。设计者可以在此基础上确定是否需要进一步修形 (fairing)。笔者近年来在开发 ‘IGES 转换器及初级曲面造型系统’ 的过程中, 采用了这些的方法, 效果不错。图 2、图 3 是分别采用线性插值和嵌入 ANN 计算 NURBS 曲线权因子的实验数据, 图 4 是笔者开发的曲面造型系统所构造的一个 CAD 模型。

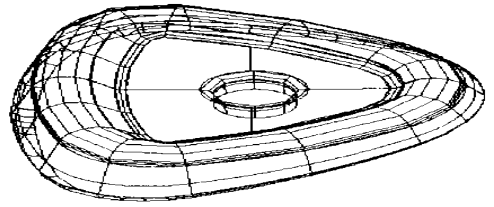


图 4 基于 NURBS 曲面的 CAD 模型

Fig. 4 A CAD model based on NURBS surface

参 考 文 献

- [1] Piegl L. A geometric investigation of the rational Bezier scheme of computer aided design[J]. Computer in Industry, 1986, (7): 401.
- [2] Piegl L. Modifying the shape of rational B-splines, part 1: surfaces[J]. CAD, 1989, 21(8): 509.
- [3] Piegl L. Modifying the shape of rational B-splines, part 2: surfaces[J]. CAD, 1989, 21(9): 538.
- [4] Piegl L. On NURBS: a survey[J]. IEEE CG & A, 1991 (1): 55.
- [5] Javier S R. A simple technique for NURBS shape modification[J]. IEEE CG&A, 1997(1-2): 52.
- [6] Juhász I. Weight-based shape modification of NURBS curves[J]. CAGD, 1999, 16(3): 377.

作者简介:



王兴波 男, 国防科技大学机电工程与自动化学院副教授, 主要从事 CAD/CAM/CAE/CAGD 等领域的研究开发工作。通讯联系: Xbwang@public.cs.hn.cn

李圣怡 教授, 国防科技大学博士生导师, 主要从事 CAD/CAM 及智能制造技术的研究开发工作

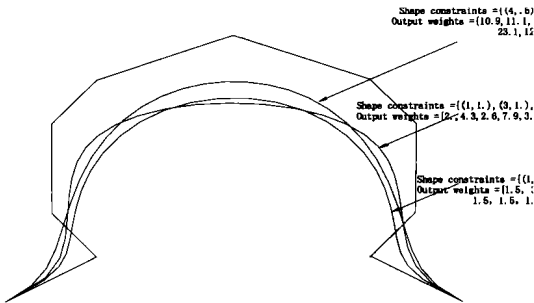


图 2 线性插补法计算权因子

Fig. 2 Computed weights by linear interpolation

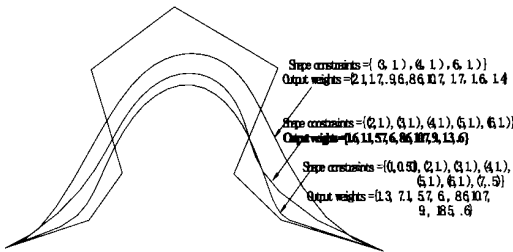


图 3 嵌入 ANN 计算权因子

Fig. 3 Computed weights by ANN-embedded method