

文章编号: 1000-6893(2001)01-0061-03

GPS 载体姿态测量中的 LAMBDA 方法研究

王惠南, 应金栋

(南京航空航天大学 自控系, 江苏 南京 210016)

LAMBDA METHOD FOR RIGID BODY ATTITUDE DETERMINATION BASED ON GPS

WANG Hui-nan, YING Jin-dong

(Department of Automatic Control, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘要: 研究了采用双基线方案测量载体的姿态, 利用 GPS 载波相位干涉测量基线矢量, 引入 LAMBDA 法解算整周模糊度, 由 CPU 时间图可以看出这种方法能快速而准确地解算整周模糊度, 对于实时姿态测量 (RAD) 系统具有很好的应用价值。

关键词: GPS; 姿态测量; 整周模糊度; 最小二乘

中图分类号: V 249.3 **文献标识码:** A

Abstract: The rigid body's attitude determination is discussed using two baselines based on GPS; baseline vector coordinates are calculated with GPS carrier phase interference, and integer ambiguities are calculated with LAMBDA method. CPU time figure shows that this method calculates integer ambiguities quickly and correctly, which has good application value for real-time attitude determination systems.

Key words: GPS; attitude determination; integer ambiguity; least-square

GPS 信号本身存在诸如钟差、轨道误差、电离层、对流层、测量噪声等误差源, 相位干涉测量则由于天线间的相位差分作用消除了空间相关误差, 使相位测量精度大大提高, 从而实现载体的高精度姿态测量。本文研究采用双基线的相位干涉方法实现载体的姿态 (航向角、俯仰角、横滚角) 测量, 利用 LAMBDA 法解算整周模糊度, 得出了具有应用价值的结论。

1 姿态测量方案

沿载体 (飞机或舰船) 纵向和横向双基线天线配置如图 1 所示, 天线 1 和天线 3 构成基线向量

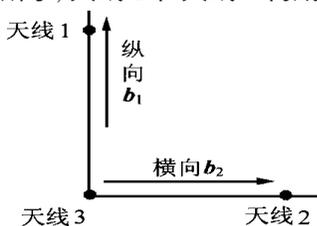


图 1 载体双基线示意图

Fig. 1 Overview diagram showing double baselines on object

b_1 , 可对载体航向角和俯仰角进行测量, 天线 2 和天线 3 构成向量 b_2 垂直于基线 b_1 , 与 b_1 基线完成

载体的横滚角测量^[1-4]。基线在地球坐标系和当地地理坐标系 (以天线 3 为原点建立的东北天坐标系) 中的坐标分别以 $b_j = (x_j, y_j, z_j)$ 和 $b_{j1} = (x_{j1}, y_{j1}, z_{j1})$ 表示 (下标 $j = 1, 2$ 代表基线序号), 则载体的航向角 Ψ 、俯仰角 θ 和横滚角 γ 可由下式求得

$$\Psi = - \arctan (x_{11}/y_{11})$$

$$\theta = \arctan (z_{11}/\sqrt{x_{11}^2 + y_{11}^2})$$

$$\gamma = - \arctan ((x_{21} \sin \Psi \sin \theta - y_{21} \cos \Psi \sin \theta + z_{21} \cos \theta) / (x_{21} \cos \Psi + y_{21} \sin \Psi)) \quad (1)$$

设载体位于地球经度 α 、纬度 β 处, 基线向量在当地地理中的坐标 b_{j1} 和在地球系中的坐标 b_j 可进行相互转换

$$b_{j1} = F b_j \quad (2a)$$

$$F = \begin{bmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\sin \beta \cos \alpha & -\sin \beta \sin \alpha & \cos \beta \\ \cos \beta \cos \alpha & -\cos \beta \sin \alpha & \sin \beta \end{bmatrix} \quad (2b)$$

因此, 只要能得到两基线在地球坐标系中的坐标 b_j , 即可由式 (1)、式 (2) 求得载体的姿态角, 而 b_j 是由 GPS 载波相位干涉测量得到的。

2 基线向量的求解

如图 2 所示, 对 GPS 卫星 k , 基线 b 的双差相位观测方程为

收稿日期: 2000-02-15; 修订日期: 2000-06-20
基金项目: 国防科技预研基金、中航总基础科技基金资助项目
文章网址: <http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2001/01/0061/>

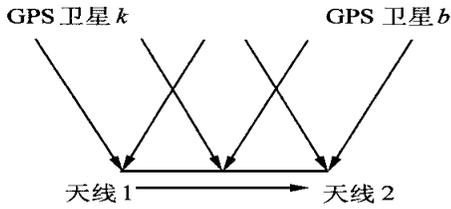


图2 基线相位干涉测量示意图

Fig 2 Overview diagram showing phase interferometry

$$\nabla \Delta \Phi_{12}^k + \nabla \Delta n_{12}^{kj} = \frac{1}{\lambda} (s^k - s^j) \cdot b \quad (3)$$

式中: $\nabla \Delta \Phi$ 为基线对卫星 k 和参考卫星 j 的双差相位观测值; $\nabla \Delta n_{12}^{kj}$ 为对应的双差整周模糊度; s^k , s^j 分别为基线向量的中点指向卫星 k 、卫星 j 的单元向量。

如果有 $n+1$ 颗卫星可以同时观测到, 则可得 n 个双差相位观测方程, 写成矩阵形式

$$D\varphi = Hb \quad (4)$$

其中:

$$D\varphi = \begin{bmatrix} \nabla \Delta \Phi_{12}^k + \nabla \Delta n_{12}^{kj} \\ \nabla \Delta \Phi_{12}^l + \nabla \Delta n_{12}^{lj} \\ \dots \\ \nabla \Delta \Phi_{12}^n + \nabla \Delta n_{12}^{nj} \end{bmatrix};$$

$$H = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} (s^1)^T - (s^j)^T \\ (s^2)^T - (s^j)^T \\ \dots \\ (s^n)^T - (s^j)^T \end{bmatrix}。$$

由上式可得到基线向量 b 的最小二乘估计

$$b = (H^T H)^{-1} H^T D\varphi \quad (5)$$

在观测过程中, $\nabla \Delta \Phi_{12}^k$ 项可以通过接收机的观测值直接作差运算得到, s^k , s^j 可通过观测站观测到的卫星 k 、卫星 j 的方位角和高度角求得。要求解 b , 关键在于 $\nabla \Delta n_{12}^{kj}$ 的确定, 本文将采用 LAMBDA 法来进行解算^[5]。

3 LAMBDA 法解算整周模糊度

(1) LAMBDA (Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment) 法的 3 个步骤:

将式(4)的解算过程分为 3 步。第 1 步, 先不考虑模糊度的整数限制, 而用 D_N 、 R 替换 D_N

$$Z^n。其中: D_N = \begin{bmatrix} \nabla \Delta n_{12}^{k1} \\ \nabla \Delta n_{12}^{k2} \\ \vdots \\ \nabla \Delta n_{12}^{kn} \end{bmatrix}。为书写方便, 以下将$$

D_N 简称为 a 。这样式(4)就变成了标准的最小二

乘问题。解算后可以得到 a 和 b 的实数值的最小二乘估计以及它们的方差、协方差矩阵

$$\begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q_{\hat{a}} & Q_{\hat{a}\hat{b}} \\ Q_{\hat{b}\hat{a}} & Q_{\hat{b}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

此解经常被称为“浮点”解。

第 2 步, 用“浮点”整周模糊度估计 \hat{a} 和它的方差矩阵 $Q_{\hat{a}}$ 来解决如下的最小化问题

$$\min_a (a - \hat{a})^T Q_{\hat{a}}^{-1} (a - \hat{a}), a \in Z^n \quad (7)$$

这里, 已将整周模糊度的整数限制考虑进去了, 其解记作 \tilde{a} 是模糊度的整数最小二乘估计。

第 3 步, 用实值最小二乘模糊度估计与整数最小二乘模糊度估计的差 $(\tilde{a} - \hat{a})$ 纠正第 1 步中的“浮点”估计 \hat{b} 。结果就获得了“确定”估计 \tilde{b} 和它的方差矩阵如下

$$\begin{aligned} \tilde{b} &= \hat{b} - Q_{\hat{b}\hat{a}} Q_{\hat{a}}^{-1} (\tilde{a} - \hat{a}) \\ Q_{\tilde{b}} &= Q_{\hat{b}} - Q_{\hat{b}\hat{a}} Q_{\hat{a}}^{-1} Q_{\hat{a}\hat{b}} \end{aligned} \quad (8)$$

(2) 搜索整数最小二乘模糊度 要解算式(7), 首先要确定一个整数向量集合, 然后从中选出一个整数向量, 计算出相应的目标函数值, 使目标函数返回最小值的整数向量是要搜索的目标。这个整数向量集合, 也就是所谓的搜索空间必须确保包含所需要的解。本文直接用式(7)的目标函数构造一个理想的搜索空间如下, 它是

$$(a - \hat{a})^T Q_{\hat{a}}^{-1} (a - \hat{a}) \leq \lambda^2 \quad (9)$$

一个以 \hat{a} 为中心的多元椭圆体。它的形状由方差矩阵 $Q_{\hat{a}}$ 决定, 大小可以通过选择 λ^2 来改变。显然, 只要能确保搜索空间包含最少一个网格点(各坐标分量都为整数的点), 它就包含所需要的解。为了确保这一点, λ^2 的值不能选得太小, 但是也不能选得太大, 以免包含大量不必要的网格点, 具体的选择办法在本文下面有较详细的介绍。

一旦选择了合适的 λ^2 的值, 就可以开始搜索了。具体搜索时先收集搜索空间内所有的网格点, 其中使 $(a - \hat{a})^T Q_{\hat{a}}^{-1} (a - \hat{a})$ 取值最小的就是所要的整数最小二乘解。

(3) 减少模糊度之间的相关性 虽然从理论上讲, 上面所述的搜索过程很不错, 可真正用于解算双差模糊度的时候, 效率却非常低, 严重时甚至会导致搜索中止。为了避免这种情形的发生, 放弃高度相关的双差模糊度, 建立新的相关程度较低的模糊度集合。新的模糊度向量用 z 表示。这个新的模糊度向量的最小二乘估计以及它相应的方差矩阵通过下式获得

$$z = Z^T a, \quad \hat{z} = Z^T \hat{a}, \quad Q_z = Z^T Q_a Z \quad (10)$$

其中: Z^T 是一个 n 维的模糊度变换矩阵。根据这个变换, 双差模糊度搜索空间(即式(9))变为

$$(\hat{z} - z)^T Q_z^{-1} (\hat{z} - z) \leq \chi^2 \quad (11)$$

为了保持模糊度的整数特性, 并使得原始的搜索空间和变换后的搜索空间有一一对应的关系。变换矩阵 Z^T 必须为整数阵。在两维的情况下, Z^T 构造自一个由下面 2 种类型的矩阵组成的序列。

$$Z_2^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z_{21} & 1 \end{bmatrix}, \quad z_1^T = \begin{bmatrix} 1 & z_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

整数 z_{12} 选为距 $-\sigma_{12}\sigma_2^{-2}$ (负的协方差除以第 2 个模糊度的方差) 最近的整数。与 z_{12} 相类似, z_{21} 选为距 $-\sigma_{21}\sigma_1^{-1}$ 最近的整数。

经过模糊度变换矩阵的变换后, 上面 2 种形式的变换结果会导致模糊度搜索空间的挤压。第 1 种变换 z_1^T 沿着横轴挤压搜索空间, 第 2 种变换 z_2^T 沿纵轴挤压搜索空间。不论哪种情况, 搜索空间的容量(两维的时候是面积)保持不变。结果, 变换后的搜索空间变得比较圆, 模糊度之间的相关性减少, 且比原始的双差模糊度更精确了。

(4) 确定搜索空间的大小 前面, 文中假定已经为搜索空间选择了合适的大小, 它既包含所

需的解, 又足够小以致不包含太多的网格点。如何做到这一点, 讨论如下:

对变换过的模糊度向量 \hat{z} 的实值最小二乘估计做如下处理: 对它每个元素取最近的整数。用得出的整数向量替换式(11)左端 $(\hat{z} - z)^T Q_z^{-1} (\hat{z} - z)$ 中的 \hat{z} , 将 χ^2 取为由此得出的结果。这种方法确保搜索空间包含最少一个网格点, 也就是四舍五入的 \hat{z}_0 。由于变换后的模糊度的高精度和低相关性, 此搜索空间包含的网格点的数目也不会太大, 如此便达到了所需要的目的。

(5) CPU 时间 图 3 给出了整周模糊度估计所耗的 CPU 时间, 时间单位为 m s, 在 CPU 为 66MHz 的 486-PC 上获得。左边为带测距码的瞬时情形; 右边为时间间隔为 10s 的其他 4 种情形(两历元)。处理过程分成了三部分: z 变换(白条), 实际搜索(黑条), 和其他运算(灰条)。在所有情况下, 总的时间是非常短的。对单频情况(6 个模糊度)通常为 3~ 4m s, 对双频情况(12 个模糊度)为 20m s。可以看出, 经过变换后, 整周模糊度搜索的效率是非常高的。

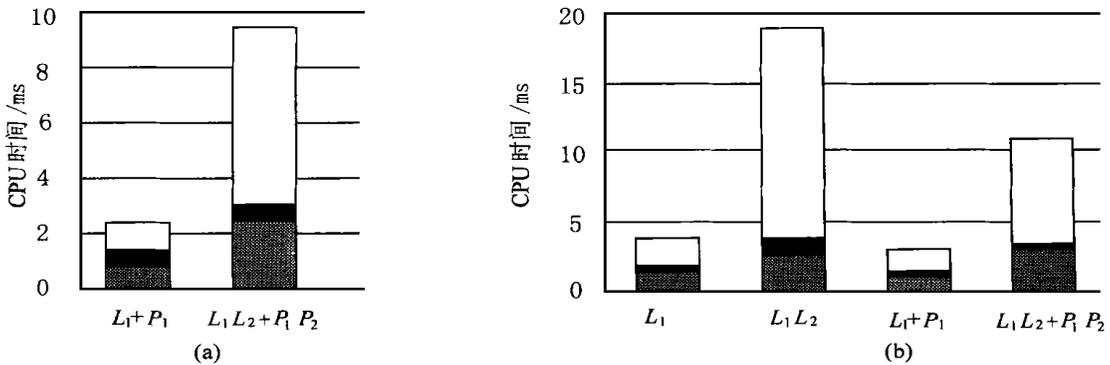


图 3 整周模糊度估计的 CPU 时间(单位: m s, (a)瞬时观测结果, (b)观测 2 个相隔 10s 的历元的情形)

Fig. 3 CPU time(m s) for integer ambiguity estimation

(a) instantaneous; (b) with 2 epochs, 10s in between

(1): 65~ 82

参 考 文 献

[1] 廖向前等. GPS 双基线载体姿态测量研究[J]. 航空学报, 1998, 19(5): 531~ 535
 [2] 陈哲. 捷联惯导系统原理[M]. 北京: 宇航出版社, 1986. 60 ~ 71.
 [3] 周忠谟等. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1995.
 [4] 王惠南, 何峰. 利用 GPS 载波相位实时测定动态飞行器姿态[K]. 空间科学学报, 1998, 18(1): 69~ 74
 [5] Teunissen P J G. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation[J]. Journal of Geodesy, 1995, 70

作者简介:



王惠南 男, 生于 1946 年, 1970 年北航空气动力学专业本科毕业, 1981 年北航数理系研究生毕业, 现在南航自控系工作。研究领域: 惯性导航, 光纤加速度计, GPS 导航等。

应金栋 年龄 24, 2000 年毕业于南京航空航天大学自动控制系惯性技术及其导航设备专业。在校期间主要从事 GPS 双基线载体姿态测量的研究。E-mail: west.wind@263.net