

文章编号: 1000-6893(2002) 03-0265-03

# 采用 $H$ 滤波器的 GPS/INS 全组合导航系统研究

赵 伟, 袁 信, 林雪原

(南京航空航天大学 304 教研室, 江苏 南京 210016)

## RESEARCH ON COMPLETE GPS/INS INTEGRATION USING $H$ FILTER

ZHAO Wei, YUAN Xin, LIN Xue-yuan

(Faculty 304, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**摘 要:** 根据  $H$  鲁棒滤波理论, 提出了基于  $H$  滤波技术的 GPS/INS 全组合导航系统。该系统仅含有位置误差、速度误差和平台误差角 9 维状态, 并利用位置、速度和载波相位观测信息对全部状态进行观测, 组成全组合导航系统, 由  $H$  滤波来提高系统的鲁棒性。对提出的全组合系统进行了动态仿真, 仿真结果表明, 该系统结构简单, 状态估计精度高, 系统鲁棒性好, 便于工程实现。

**关键词:** 组合导航系统; GPS; 捷联惯性导航系统;  $H$  鲁棒滤波; 载波相位

中图分类号: V249.31 文献标识码: A

**Abstract:** In this paper, based on the theory of the  $H$  robust filter, a complete integrated GPS/INS system is presented using the  $H$  filter. The state variable includes the position error, velocity error and attitude error and the measurement is composed of the position, velocity and carrier phase. In order to improve the robustness of the complete integrated navigation system, the  $H$  robust filter is adopted. The dynamic simulation is carried out and the result shows that the simplified system can work with better precision and excellent robustness. The scheme in the paper can be put into practice easily.

**Key words:** integrated navigation system; GPS; strap-down INS;  $H$  robust filter; carrier phase

GPS/INS 组合导航系统最常用的方式是 Kalman 滤波, 而 Kalman 滤波器只有在系统模型和噪声统计特性精确已知的情况下才能获得最优估计。但实际的 GPS 和 INS 系统中存在着各种不确定性因素, 使得实际工作时 Kalman 滤波器估计精度大大降低, 严重时会出现滤波发散。近些年来发展起来的  $H$  鲁棒滤波对系统噪声的不确定性具有很好的鲁棒性<sup>[1]</sup>。因此, 将  $H$  鲁棒滤波技术应用于 GPS/INS 组合导航系统中, 对于保证组合系统导航精度, 提高系统的可靠性, 防止滤波发散具有重要意义。

### 1 $H$ 鲁棒滤波

一般来说, 对线性时变离散系统, 其状态方程和观测方程为<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^r$  分别为系统状态和测量输出,  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ;  $\mathbf{A}_k$ ,  $\mathbf{B}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ ,  $\mathbf{D}_k$  为相应维矩阵;  $\mathbf{w}_k$ ,  $\mathbf{v}_k$  分别为系统噪声和测量噪声。若  $\mathbf{w}_k$ ,  $\mathbf{v}_k$  在所有时间间隔内  $0 \leq k \leq N$  为有限能量信号, 即

$$\sum_{k=0}^N \mathbf{w}_k^T \mathbf{w}_k < \infty; \quad \sum_{k=0}^N \mathbf{v}_k^T \mathbf{v}_k < \infty$$

则  $H$  鲁棒滤波就是寻求一个滤波器, 对于一个给定的最小  $\gamma$ , 满足下式

$$\sup_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \frac{\sum_{k=0}^N (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k})^T (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k})}{\sum_{k=0}^N (\mathbf{w}_k^T \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k^T \mathbf{v}_k) + \mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0^T \Pi^{-1} \mathbf{x}_0} < \gamma^2 \quad (3)$$

式中:  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$  是系统状态估计量;  $\bar{\mathbf{x}}_0$  是对初始状态  $\mathbf{x}_0$  的估计;  $\Pi$  是表示初始状态不确定性的正定阵。从而可得到  $H$  滤波方程<sup>[2,3]</sup>

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k) \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_k = [\mathbf{B}_k \mathbf{D}_k^T + \mathbf{A}_k \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{C}_k^T] [\mathbf{D}_k \mathbf{D}_k^T + \mathbf{C}_k \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{C}_k^T]^{-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{P}_k^{-1} - \gamma^2 \mathbf{I} \quad (6)$$

$\mathbf{P}_k$  为满足式 (7) 的 Riccati 方程的正定矩阵

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1} &= (\mathbf{A}_k - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{H}_k^{-1} (\mathbf{A}_k - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k)^T + \\ &(\mathbf{B}_k - \mathbf{K}_k \mathbf{D}_k) (\mathbf{B}_k - \mathbf{K}_k \mathbf{D}_k)^T \\ \mathbf{P}_0 &= \mathbf{P} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式 (6) 中, 对  $\forall k$ , 若  $\gamma$  取所有满足  $\mathbf{H}_k > 0$  中的最小值, 则可以得到最优的  $H$  滤波; 当  $\gamma \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{H}_k^{-1} \rightarrow 0$ , 此时的滤波器就退化为 Kalman 滤波器。因此  $H$  滤波器可以看作是 Kalman 滤波器的扩展, Kalman 滤波是  $H$  滤波当  $\gamma \rightarrow \infty$  时特例。当  $\gamma$  取

最小值时则滤波器的鲁棒性最好,但方差不一定最小;当  $\gamma$  时则可以得到最小方差估计,但鲁棒性较差。因此,通过实验适当选择  $\gamma$  值,可以使系统既达到较小的方差又对噪声的不确定具有一定的鲁棒性,以满足实际工程的需要。

### 2 GPS/INS 全组合导航系统

(1) 状态方程 由于采用  $H$  鲁棒滤波,惯性器件的各种误差可以统一看作系统的不确定性误差,因此,组合系统的状态可仅取系统导航参数误差,这样可将系统阶次降为仅有 9 阶。导航坐标系取当地水平坐标系为“北东地”时,其误差状态方程为<sup>[4]</sup>

$$\dot{X} = FX + Gw \tag{8}$$

式中:  $X = [\phi \ \phi \ \phi_D \ \delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h]^T$  为状态变量;  $w = [w_{gx} \ w_{gy} \ w_{gz} \ w_{ax} \ w_{ay} \ w_{az}]^T$  为系统噪声;  $F$  为系统传递矩阵,  $G$  为噪声加权矩阵;  $\phi, \phi, \phi$  为平台误差角;  $\delta V_N, \delta V_E, \delta V_D$  为速度误差;  $\delta L, \delta \lambda, \delta h$  为位置误差;  $w_{gx}, w_{gy}, w_{gz}$  为陀螺漂移;  $w_{ax}, w_{ay}, w_{az}$  为加速度计误差。

(2) 组合系统观测方程 GPS/INS 组合方式有多种,本文研究的是利用  $H$  滤波进行位置、速度和载波相位的全组合方式,故其量测方程为<sup>[4]</sup>

$$Z = HX + v \tag{9}$$

其中:  $Z = [Z_C \ Z_V \ Z_P]^T$ ;  $H = \text{diag}[H_C \ H_V \ H_P]$ ;  $v = [v_C \ v_V \ v_P]^T$ ;  $Z_C, Z_V, Z_P$  分别为载波相位、速度和位置观测;  $H_C, H_V, H_P$  分别为载波相位、速度和位置观测矩阵;  $v_C, v_V, v_P$  分别为载波相位、速度和位置量测噪声,这些量测噪声对  $H$  滤波来说可以全部看作不确定性观测噪声。

### 3 组合导航系统仿真与结果

GPS/INS 全组合导航系统包括 5 个部分: 航迹仿真、GPS 仿真、捷联惯性导航系统、多天线 GPS 载波相位测量和  $H$  滤波器。为体现一般性,本文的仿真航迹包括滑跑、起飞、爬高、巡航、转弯和俯冲等过程。初始位置选为东经 118° 北纬 32° 高度为 1000m, 初始航向角 45°; 平飞速度为 300m/s, 仿真时间为 2000s; 并假设 3 个陀螺和加速度计的误差特性一致,陀螺噪声设为: 陀螺漂移

为 0.1(°/h), 陀螺时间相关漂移 0.1(°/h), 白噪声为 0.01(°/h), 加速度计零偏为  $10^{-4}g$ ; 平台初始误差角取为北向 100, 东向 100, 地向 200, 位置误差 50m, 速度误差 0.5m; GPS 伪距测量误差为偏值 10m, 随机 30m; 随机伪距率误差为 0.05m/s, 载波相位测量误差为 0.0019m。

为便于对比和分析,本文进行了在有色噪声存在下用  $H$  滤波对位置、速度组合的仿真和分别用 Kalman 滤波和  $H$  滤波对位置、速度、载波相位组合的仿真。仿真结果分别如图 1~图 3 和表 1 所示。

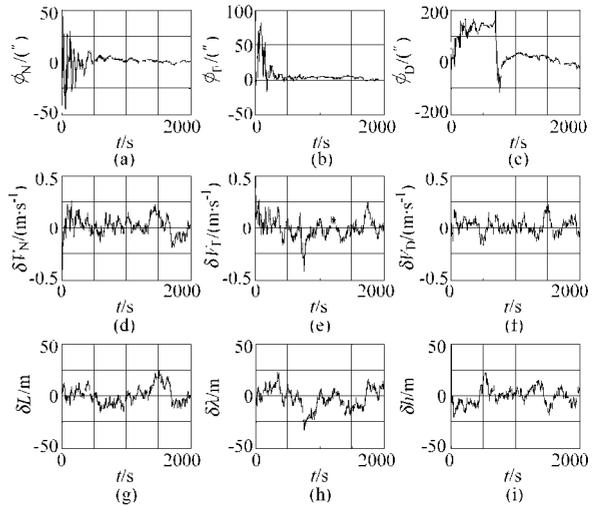


图 1 有色噪声下 GPS/INS 位置、速度组合  $H$  滤波曲线  
Fig. 1  $H$  Filter curve of GPS/INS integration with position and velocity in colored noise

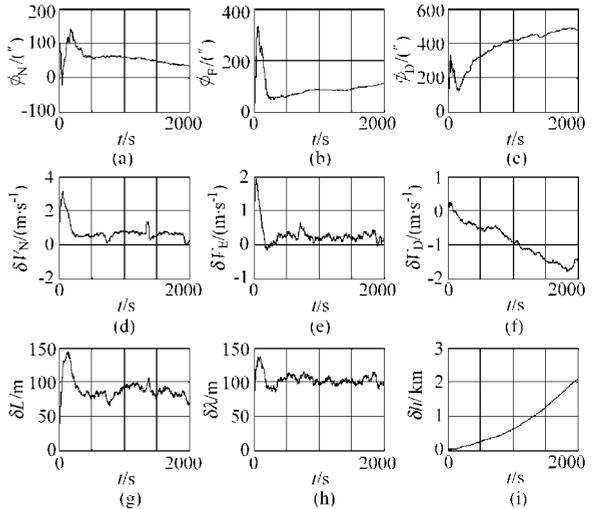


图 2 有色噪声下 GPS/INS 全组合 Kalman 滤波曲线  
Fig. 2 Kalman filter curve of GPS/INS integration with position and velocity in colored noise

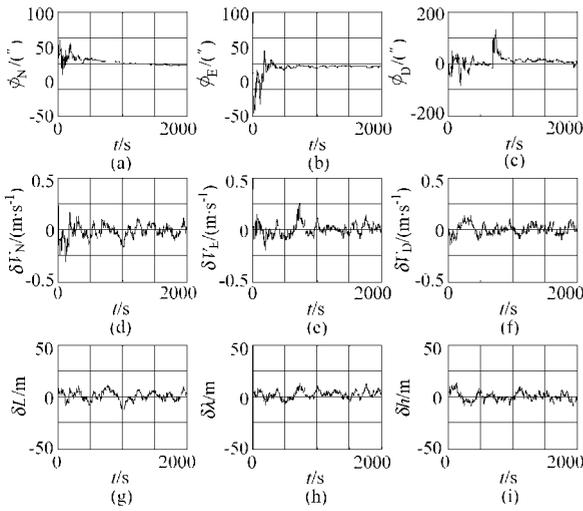


图 3 有色噪声下 GPS/INS 全组合导航系统  $H$  滤波曲线  
Fig. 3  $H$  filter curve of complete integrated GPS/INS system with colored noise

表 1  $H$  滤波 GPS/INS 全组合导航系统导航参数误差

Table 1 The complete integrated GPS/INS system error by applying the  $H$  filter

分类		标准差(1 $\sigma$ )
姿态角/( $^\circ$ )	横滚	8.07
	俯仰	15.19
	航向	22.69
速度/( $m \cdot s^{-1}$ )	北向	0.07
	东向	0.05
	地向	0.05
位置/m	经度	4.56
	纬度	4.23
	高度	4.05

由图 1 和图 2 可知,在有色噪声存在的环境下, Kalman 滤波器不能正常工作,系统状态出现了发散,而  $H$  滤波器可以可靠的工作,说明  $H$  滤波和 Kalman 滤波器相比具有很强的鲁棒性,即使输入信号中含有有色噪声,滤波器仍能收敛,而且可以保持较高的精度。

由图 1 和图 3 可知,用位置、速度和载波相位进行全组合导航时,可以有效消除仅有位置和速度组合时方位漂移的现象,同时姿态和方位的估计精度得到进一步的提高,从而使得整个捷联导航系统的位置和速度精度比仅用位置和速度的组

合时得到明显提高。

用  $H$  滤波进行 GPS/INS 组合导航,使系统状态方程可仅包含位置误差、速度误差和平台误差角状态量,无须再对陀螺仪和加速度计误差进行建模和扩充状态估计,从而降低系统的阶次,可有效提高滤波速度,有利于导航系统的实时实现。

参 考 文 献

[1] Seuo S, Yukihiro K, Akihiko I. Static carrier phase differential positioning by applying the  $H$  filter[A]. In: ION GPS-99[C]. Nashville TN, 1999. 1241- 1250.

[2] Rami S M, Brent D A, George C V. Stochastic interpretation of  $H$  and robust estimation [A]. In: Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control December [C]. Lake Buena Vista, 1994. 3943- 3948.

[3] Rami S M, Brent D A, George C V. Robust estimation for discrete linear systems [A]. In: Proceedings of American Control Conference[C]. Baltimore Maryland, 1994. 656- 661.

[4] 段志勇. GPS 航姿系统及多天线 GPS/惯性组合导航技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2000.  
(DUAN Z Y. The study on GPS heading attitude system and multi-antenna GPS/Inertial integrated technique [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2000.)

作者简介:



赵 伟(1971-) 男,山东人,南京航空航天大学博士研究生,从事惯性技术、惯性和卫星组合导航研究; Email: zwn uaa@ 263.net, 电话: 025- 4892304.



袁 信(1929-) 男,山东人,南京航空航天大学自动化学院教授,博士生导师,1953年毕业于山东工业大学电机系,主要从事惯性技术、惯性和卫星组合方面研究。



林雪原(1970-) 男,山东人,南京航空航天大学博士研究生,从事惯性技术、惯性和卫星组合导航研究。