

亚临界雷诺数下圆柱受迫振动的数值研究

赵静^{1,2}, 吕林^{3,4}, 董国海^{*1}, 谢彬⁵, 滕斌¹

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024;

2. 中国石油集团 工程技术研究院, 天津 300451; 3. 大连理工大学 深海工程研究中心, 大连 116024;

4. 南京水利科学研究院 港口航道泥沙工程交通行业重点实验室, 南京 210024; 5. 中海石油研究中心, 北京 100027)

摘要:在 Navier-Stokes 方程和 $k-\omega$ 湍流模型的基础上, 利用流线迎风有限元方法结合 ALE 动网格技术对亚临界雷诺数下的圆柱受迫振动问题开展了数值模拟研究。本文的数值模型成功模拟了 $Re=5000$ 条件下, 圆柱发生受迫振动时尾迹区内的 2S, 2P 和 P+S 尾流模式; 对 $Re=10000$ 情况下, 无量纲振幅分别为 0.3, 0.4, 0.5 的圆柱受迫振动问题开展了数值模拟, 分析了给定振幅条件下圆柱受力随振动频率的变化关系以及受迫振动的锁定区间。以上数值计算结果与 Gopalkrishnan (1993) 的实验结果基本符合。研究结果表明, 二维数值模型能够基本正确地反映出圆柱发生受迫振动时的涡激振动特性以及有关的受力变化趋势, 为今后进一步开展三维数值分析工作奠定了基础。

关键词: Navier-Stokes 方程; 涡激振动; 流线迎风有限元; 任意拉格朗日-欧拉方法; $k-\omega$ 湍流模型

中图分类号: O35 **文献标志码:** A

1 引言

近年来, 伴随着海洋油气资源的开采逐步走向深海海域, 立管等细长柔性结构的涡激振动 VIV (Vortex Induced Vibration) 问题得到工业界和学术界的高度关注。为研究问题方便, 通常将立管的运动简化为圆柱体的受迫振动和弹性支撑振动两种基本类型, 二者都是用来研究涡激振动的简化模型。弹性支撑振动主要研究圆柱体在均匀流作用下的振动响应, 而受迫振动是指圆柱体在外力作用下, 以一定的频率和振幅在水流中进行振动, 此时主要关注作用在圆柱上的横向流体力对结构不同振动形式的依赖关系。这里的横向振动是指与水流方向垂直 (Cross-flow direction) 的运动, 而沿流向 (in line direction) 的振动一般定义为纵向运动。潘志远^[1]通过数值模拟的方法建立了圆柱体弹性支撑振动与受迫振动尾流模式之间的联系, 表明这两种情况下的流体作用力在一定条件下可以相互转化。相比而言, 受迫振动较弹性支撑振动能更多

地反映出尾涡与柱体运动之间的相互作用以及能量转移的关系, 因此, 本文主要针对圆柱体的受迫振动进行数值研究。

早期对圆柱受迫振动的研究工作主要依赖实验手段, 侧重于考虑圆柱结构的受力以及流体与结构间的能量转换关系^[2-5]。Gopalkrishnan^[6]在水槽中测量了圆柱发生横向受迫振动时的受力, 得到了不同振幅下涡激振动的锁定区间。Williamson 和 Roshko^[4]通过圆柱受迫振动实验, 观察到了共振区的一系列尾流形态。除了实验研究外, 数值模拟研究也取得了很大的进展。Sarpkaya^[7]在亚临界雷诺数范围内, 根据 Feng^[8]的实验条件, 采用离散涡方法求解了圆柱体的涡激振动问题。Meneghini 和 Bearman^[9]利用离散涡的方法, 分析了 $Re=200$ 时圆柱受迫振动问题, 给出了划分锁定区的依据。虽然离散涡方法在分析涡激振动方面发挥了重要的作用, 但是, 其只适用于二维情况。Placzek 等^[10]通过求解 Navier-Stokes 方程对 $Re=100$ 时的圆柱体横向受迫振动进行了数值模拟, 并分析了振动频率和振幅对尾流形态的影响。Anagnostopoulos^[11]利用有限元方法研究了低雷诺数下 ($Re < 150$), 弹性支撑圆柱体的流固耦合运动问题, 并与实验结果^[12]进行了比较。Guilmineau 和 Queutey^[13]利用 $k-\omega$ 模型模拟了低阻尼圆柱的涡

收稿日期: 2010-08-20; 修改稿收到日期: 2011-02-16.

基金项目: 国家 863 项目 (2006AA09A103); 南京水利科学研究院港口航道泥沙工程交通行业重点实验室开放基金资助项目.

作者简介: 董国海* (1965-), 男, 博士, 教授
(E-mail: ghdong@dlut.edu.cn).

激振动问题,并在下端分支(Lower branch)得到了较好的结果,同时对尾流场的研究再次验证了2S和2P尾涡形态的存在。Zhao等^[14,15]利用有限元法结合 $k-\omega$ 湍流模型模拟了高雷诺数下双圆柱的涡流场。何长江^[16]利用FLUENT软件建立了高雷诺数下考虑横向和纵向二维涡激振动的计算模型。徐枫^[17]利用FLUENT软件对 $Re=200$ 时,均匀流中圆柱的涡激振动问题进行了数值模拟。相对而言,有限元方法的通用性较好,便于拓展到三维情况,但由于计算量较大,全场三维有限元计算仍面临许多问题。另外,限于数值稳定性以及流动三维特征的限制,如何更好地对高雷诺数下圆柱的受迫振动进行数值分析还存在许多挑战。

本文将利用基于流线迎风有限元方法,通过求解二维雷诺平均Navier-Stokes方程,对均匀流中亚临界雷诺数下的圆柱横向受迫振动问题进行数值模拟,以雷诺数 $Re=5000$ 和 $Re=10000$ 为例,研究圆柱体在不同的振幅和振动频率下的升力、拖曳力和尾流形态的变化特征以及锁定区间,通过与数值和实验结果的对比来验证模型的可靠性,为今后开展三维数值研究奠定基础。

2 数值模型

2.1 控制方程

在ALE参考坐标系下,描述不可压缩粘性流体运动的雷诺平均Navier-Stokes方程组可表示为如下的无量纲形式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_j - u_j^m) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[p + \frac{2}{3} k \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2\nu_t S_{ij} \right] \quad (2)$$

式中,角标 i 为坐标分量(二维情况下, $i=1, 2$ 为 x 和 y 两个坐标分量), u_i 为 i 方向的流体运动速度分量, u_j^m 为 j 方向的网格结点运动速度, p 为压力, k 为湍动能, t 为时间, $S_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ 为平均应变张量, ν_t 为湍流粘性系数, $Re = u_0 d / \nu$ 为雷诺数, u_0 为均匀来流流速, d 为圆柱直径, ν 为流体的运动学粘性系数。

由于动量方程中的湍流粘性系数($\nu_t = \gamma^* k / \omega$)为未知量,本文采用Wilcox^[18,19]提出的高雷诺数 $k-\omega$ 湍流模型对基本控制方程进行封闭。

2.2 数值方法

本文采用分步方法^[9]对动量方程(2)进行求解,即通过投影过程将压力与速度解耦分别独立求解。

设 Δt 为时间步长,在 $t = n\Delta t \sim (n+1)\Delta t$ 的计算时间步内。首先,通过求解不考虑压力项的动量方程来计算 $t = (n+1)\Delta t$ 时刻的流速 \tilde{u}_i^{n+1} ,其中,扩散项采用隐格式,对流项采用显示格式:

$$\tilde{u}_i^{n+1} - \Delta t \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j^{n+1}}{\partial x_i} \right) \right] - \Delta t \phi^n = u_i^n - \Delta t \left[(u_j^n - u_j^m) \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

式中 ϕ 为人工粘性项,源于流线迎风有限元(SUPG)空间离散,该项的具体形式为

$$\phi = \tilde{k} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[u_j u_k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

式中 $\tilde{k} = \tilde{\xi} \| \mathbf{u}_e \| h_e / 2$, $\tilde{\xi} = \begin{cases} Re_h / 3, & -3 \leq Re \leq 3 \\ 1, & Re_h > 3 \end{cases}$

式中 $\| \mathbf{u}_e \|$ 为单元中心的速度绝对值, h_e 为单元的尺寸, Re_h 为网格雷诺数。

在获得 \tilde{u}_i^{n+1} 之后,利用下式求解压力:

$$\frac{\partial^2 P^{n+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \Delta t \frac{\partial \tilde{u}_j^{n+1}}{\partial x_j} \quad (5)$$

式中 $P = p + 2k/3$ 。

最后,由压力 P^{n+1} 与中间速度 \tilde{u}_i^{n+1} 结合连续方程获得 $(n+1)\Delta t$ 时刻的速度:

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} - \Delta t \frac{\partial P^{n+1}}{\partial x_i} \quad (6)$$

当得到速度 u_i^{n+1} 之后,可以计算下一时刻的 k 和 ω 值,进而可得湍流粘性系数。需要说明的是,在求解 $k-\omega$ 方程时,也采用了流线迎风的离散格式。

对于仅做横向运动的圆柱体,其振动位移 $y(t)$ 表示为

$$y(t) = A \sin(2\pi f t) \quad (7)$$

式中 f 为振动频率, A 为振动幅值,圆柱的振动速度表达式为

$$u(t) = 2\pi f A \cos(2\pi f t) \quad (8)$$

3 计算结果及分析

将对均匀流中作横向正弦受迫振动的圆柱体进行数值模拟。首先进行模型验证,之后分别考虑 $Re=5000$ 和 $Re=10000$ 两个亚临界雷诺数下的圆柱受迫振动问题,通过数值计算得到力系数历时曲线,并分析尾涡形态及变化特征。本文使用的振幅和频率等参数均为无量纲形式,即 $A = y/d$, $f = f_{ex} d / u_0$,其中, d 为圆柱直径, f_{ex} 为圆柱的自然振动频率, u_0 为均匀来流速度。

3.1 模型验证

考虑 $Re=5000$ 情况下, $A=0.3$ 和 $f=0.23$ 时圆柱受迫振动问题。计算域和边界条件的指定方法如图 1 所示。计算域的展向长度为 50 倍的圆柱直径, 其中圆柱下游部分为 40 倍直径; 计算域的横向宽度为 30 倍直径, 以圆柱中心对称分配。在来流边界指定速度的第一类边界条件, 圆柱表面按式(8)指定 y 方向速度, 而 x 方向速度恒为零。计算域侧壁采用对称边界条件, 出流边界设定速度分量的法向导数为零, 并指定相对压力为零。

为了验证模型的时间收敛性, 对时间步长为 $t=(0.0075, 0.001, 0.002, 0.003)$ 四种情况分别计算了圆柱的水平拖曳力系数和横向升力系数, 结果如图 2 所示。其中, 拖曳力系数和升力系数定义为

$$Cd = \frac{F_d}{0.5\rho u_0^2 d}, Cl = \frac{F_l}{0.5\rho u_0^2 d} \quad (9)$$

式中 F_d 和 F_l 分别为圆柱所受的拖曳力和升力, 可通过对压力和动量在圆柱表面进行积分得

$$F_d = \int_0^{2\pi} p \cos\theta R d\theta - \int_0^{2\pi} 2\omega \sin\theta R / Red\theta \quad (10)$$

$$F_l = - \int_0^{2\pi} p \sin\theta R d\theta - \int_0^{2\pi} 2\omega \cos\theta R / Red\theta \quad (11)$$

从图 2 可以看出, 本文采用的模型具有良好的时间收敛性, 四个时间步长得到的结果基本一致。因此, 本文统一选取 $\Delta t=0.002$ 作为后文开展数值计算的时间步长。

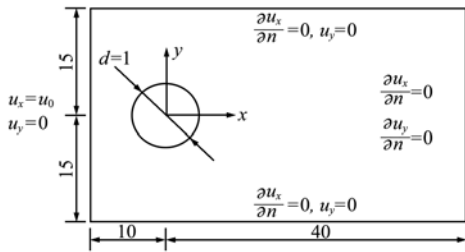


图 1 计算域示意图

Fig. 1 Sketch definition of computational domain

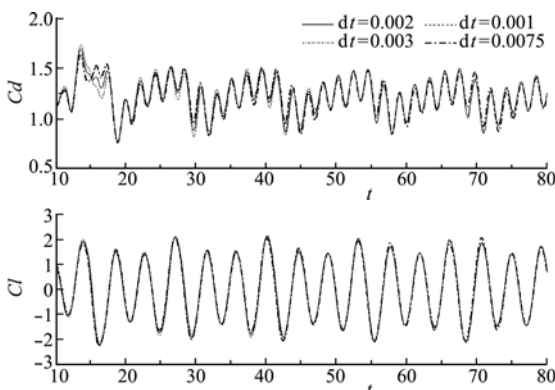


图 2 不同时间步长下的 Cd 和 Cl ($Re=5000, A=0.3, f=0.23$)
Fig. 2 Variation of drag and lift coefficients under different time step ($Re=5000, A=0.3, f=0.23$)

图 2 中 Cl 和 Cd 的计算结果与文献[1]一致, 文献[1]升力幅值约在 1.4~2.0 之间, 拖曳力均值约为 1.2, 而本文计算得到升力幅值在 1.41~2.12 之间, 拖曳力均值为 1.21。

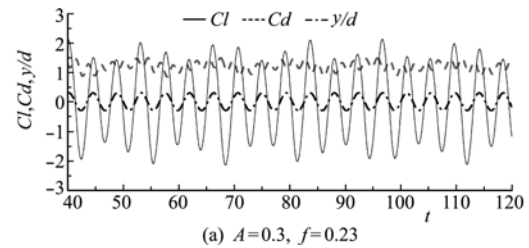
3.2 $Re=5000$ 时的计算结果

图 3(a) 给出了 $Re=5000$ 时, 在无量纲振幅 $A=0.3$ 和 $f=0.23$ 条件下, 流动达到稳定阶段后的圆柱位移和力系数历程线。从图 3(a) 可以看出, 尽管此时圆柱体进行恒定振幅的受迫振动, 但升力和拖曳力历时曲线均呈现出明显的差频变化形式, 即力系数曲线的振幅在时间上具有一定的长周期变化特征, 此时涡泄频率尚未被振动频率锁定。图 3(b) 则给出了 $Re=5000$ 情况下, $A=0.6$ 和 $f=0.15$ 时的力系数曲线和圆柱位移过程线, 其计算结果与文献[1]的对比情况见表 1。其中 Cl_{max} 和 Cd_{mean} 分别为升力幅值和拖曳力均值, 可以看出, 二者符合较好。不同于前面的情况, 此时的升力系数不再

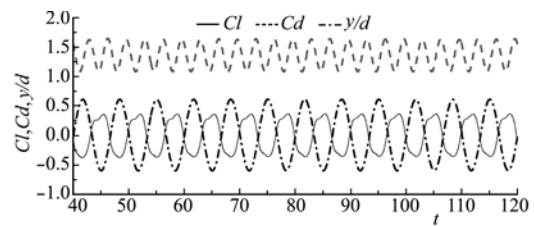
表 1 $Re=5000, A=0.6, f=0.15$ 数值计算结果对比

Tabl. 1 Numerical results at $Re=5000, A=0.6, f=0.15$

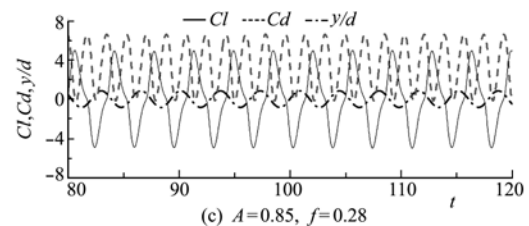
类别	Cl_{max}	Cd_{mean}
文献[1]	0.40	1.40
本文	0.35	1.38



(a) $A=0.3, f=0.23$



(b) $A=0.6, f=0.15$



(c) $A=0.85, f=0.28$

图 3 $Re=5000$, 受迫振动的圆柱位移和力系数历时曲线
Fig. 3 Displacement and force coefficients of circular cylinder under forced oscillation at $Re=5000$

具有差频特征,而是以恒定振幅进行变化。并且升力与位移之间的相位基本一致,圆柱振动发生锁定,涡泄频率被锁定在振动频率0.15。图3(c)给出了 $Re=5000, A=0.85$ 和 $f=0.28$ 时的力系数曲线和圆柱位移过程线。此时计算得到升力幅值为5,拖曳力在 $-0.2 \sim 6.62$ 之间振荡变化,而文献[1]的升力幅值约为5,拖曳力在 $-1 \sim 6$ 之间变化;二者在数值上基本符合,但由于计算条件的差异,力系数曲线的振荡形态略有不同。

图4~图6分别给出了以上三组不同振幅和频率下圆柱尾迹区的尾涡图,图4~图6分别对应 $nT, (n+1/4)T, (n+1/2)T$ 和 $(n+3/4)T$ 四个不同时刻,其中 T 为圆柱振动周期。从图4可以看出,在 $A=0.3, f=0.23$ 情况下,圆柱尾迹区内的等涡量分布图是典型的2S模式,即在圆柱的每一个振动周期内尾流区内都有两个单涡被释放,旋涡在流向方向彼此交错,与潘志远[1]给出的结果相同。此时,流体升力与圆柱体的位移相位基本一致,如图3(a)所示。图5为 $A=0.6$ 和 $f=0.15$ 时圆柱尾流等涡图,此时的尾涡在横向方向延伸,具有明显的2P特征,即每一个振动周期对应一对旋涡的脱落,且旋涡的脱落始终与圆柱的位移相位相反,这一点也可以由图3(b)力曲线中升力与位移之间的相位关系得到验证。图6给出的尾迹等涡量图与典型的2S和2P尾流模式均有所不同,即在 $A=0.85$ 和 $f=0.28$ 时,出现了P+S的混合尾流模式,每一组

涡脱落形态由一对涡与一个单涡构成。从等涡量图可以看出,圆柱由平衡位置向上运动时,圆柱下端向上释放出一个单涡,圆柱上侧另一个单涡随着圆柱达到正向最大振幅而脱落;当圆柱再次经历平衡位置而向下运动时,从圆柱上方与下方脱落的涡形成一对涡。

由前面关于 $Re=5000$ 条件下圆柱尾流形态的计算结果可知,圆柱受迫振动的尾流形态受圆柱振动幅值与振动频率的控制,并同圆柱的升力变化与振动相位密切相关。

3.3 $Re=10000$ 时的计算结果

圆柱在进行受迫振动时,当振动频率与涡脱落频率比较接近时,会发生共振响应,此时涡脱落频率和振动频率发生锁定(lock-in),导致力系数发生突变,对结构物的安全造成严重威胁。对此,将对 $Re=10000$ 和固定振幅 $A=0.3$ 情况下具有不同振动频率($f=0.15, 0.17, 0.18, 0.20, 0.24, 0.25, 0.28, 0.30, 0.32$)的圆柱受迫振动问题开展数值研究,并揭示不同频率下圆柱所受升力和拖曳力的变化。

表2 $Re=10000$ 时圆柱绕流的 St 值

Tabl.2 Comparison of St number at $Re=10000$

文献	St
Dong 和 Karniadakis ^[21] (2005)	0.203
Bishop 和 Hassan ^[2] (1964)	0.201
Gopalkrishnan ^[6] (1993)	0.193
Norberg ^[22] (2003)	0.202
本文	0.201

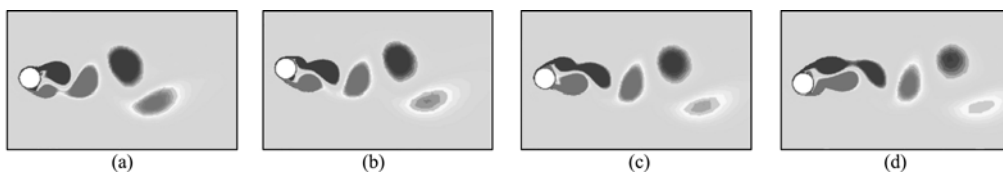


图4 $Re=5000, A=0.3, f=0.23$ 情况下的2S尾涡模式
Fig.4 2S mode at $Re=5000, A=0.3, f=0.23$

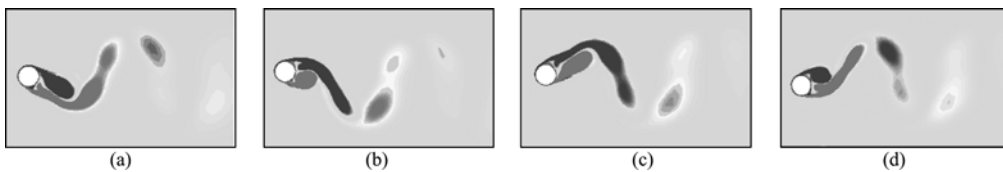


图5 $Re=5000, A=0.6, f=0.15$ 情况下的2P尾涡模式
Fig.5 2P mode at $Re=5000, A=0.6, f=0.15$

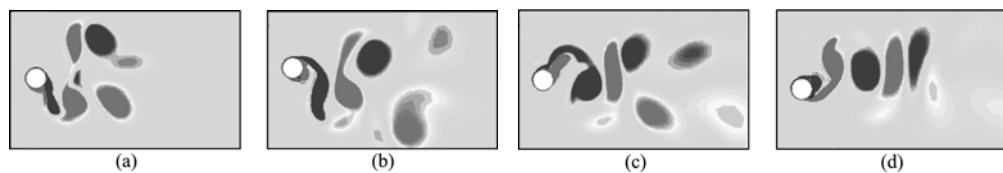


图6 $Re=5000, A=0.85, f=0.28$ 情况下的P+S尾涡模式
Fig.6 P+S mode at $Re=5000, A=0.85, f=0.28$

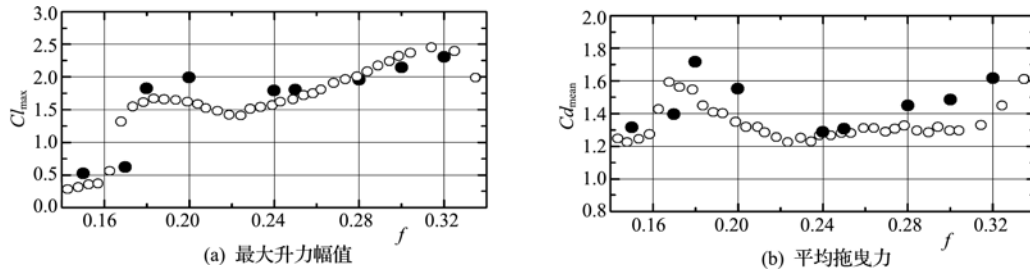


图7 $Re = 10000, \Lambda = 0.3$ 情况下, 受迫振动圆柱力系数曲线随振动频率的变化规律(○ Gopalkrishnan(1993), ● 本文)
Fig. 7 Dependence of lift and drag coefficients on oscillating frequency at $Re = 10000$ and $\Lambda = 0.3$

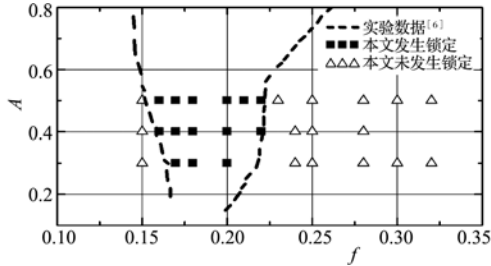


图8 受迫振动的锁定区
Fig. 8 Lock-in frequencies under forced oscillation

图7(a, b)分别给出了最大升力 $C_{l_{max}}$ 和平均拖曳力 $C_{d_{mean}}$ 随圆柱振动频率的变化规律, 并与 Gopalkrishnan^[20] 的实验结果进行了比较。从图7(a)可以看出, 本文数值计算得到的最大升力幅值在 $f = 0.15$ 时约为 0.5, 数值结果与实验数据比较接近。之后, 随着振动频率的增加, 最大升力幅值在 $f = 0.17$ 处开始发生突变, 这也与 Gopalkrishnan^[6] 的实验结果是一致的。在 $f = 0.2$ 处, 最大升力幅值达到峰值 2.0, 该频率对应着 $Re = 10000$ 情况下固定圆柱的自然涡脱落频率, 由表 2 给出的以往部分数值和实验结果中得到验证。从图7(a)还可以发现, 在 $0.2 < f < 0.25$ 的区间内, 虽然最大升力幅值依然维持在较高的水平, 但已经出现一定的下降趋势, 这是由于此时圆柱的振动频率开始逐渐远离自然涡脱落频率。而当振动频率进一步增大时, 最大升力幅值又开始稳步上升, 这是附加质量力作用的结果^[6]。在总体变化趋势上, 本文数值计算结果与 Gopalkrishnan^[20] 的实验结果基本一致。图7(b)给出了圆柱上平均拖曳力随圆柱振动频率的变化趋势。从图7(b)可以发现, 在 $f = 0.18$ 处平均拖曳力达到最大值 1.7, 该频率略低于自然泄涡频率 0.2, 可见拖曳力发生锁定的共振频率较升力有所提前。但总体而言, 拖曳力随振动频率的变化趋势与升力类似, 随振动频率的增加先发生突变达到峰

值之后缓慢下降, 进而又缓慢增加, 这反映了圆柱受力对振动频率的直接依赖关系。

由图7关于最大升力和平均拖曳力的数值计算结果可知, 本文数值模拟得到的结果与实验数据在总体上基本符合, 但也存在一定的偏差, 这主要是由本文的数值模型为二维模型, 不能真实全面地反映实际流动中的三维效应所致。

通过对升力历程线进行傅里叶变换, 可获得圆柱受迫振动的锁定频率, 通常将这种发生锁定的频率区间定义为锁定区。图8给出了 $Re = 10000$ 情况下, 振幅为 0.3, 0.4 和 0.5 时的锁定区间。从图8可以看出, 本文数值结果与 Gopalkrishnan^[6] 的受迫振动实验结果符合较好。对于受迫振动的圆柱体, 在锁定区内涡脱落频率将锁定到圆柱的实际振动频率上, 涡脱落会与圆柱一起发生周期性的有规律的变化, 并且在锁定区间内, 锁定频率实际上是变化的物理量。

4 结论

本文采用 $k-\omega$ 湍流模型, 利用流线迎风有限元结合 ALE 动网格方法对亚临界雷诺数下圆柱体的受迫振动进行了数值模拟, 分析了圆柱的受力和尾流模式及涡激振动的锁定区间等。已有实验和数值结果的比较表明, 本文采用的数值模型可以满足在当前计算条件下开展针对高雷诺数圆柱受迫振动问题的工程分析需要。但是, 由于二维模型不能考虑实际流动中的三维效应, 使结果存在一定的偏差, 因此有必要在现有工作的基础上进一步发展三维数值模型, 使计算结果更加准确。

致谢: 感谢西澳大利亚大学安宏伟博士和赵明博对本文研究工作的支持和帮助。

参考文献(References):

- [1] 潘志远. 海洋立管涡激振动机理与预报方法研究[D]. 上海交通大学, 2006. (PAN Zhi-yuan. Vortex induced vibration of marine riser and response prediction[D]. Shanghai Jiaotong University, 2006. (in Chinese))
- [2] Bisho R E D, Hassan A Y. The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid[A]. Proceedings of the Royal Society of London [C]. 1964, Series A **277**:51-75.
- [3] Sarpkaya T. Fluid forces on oscillating cylinders[J]. *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1978, **104**(4):275-290.
- [4] Williamson C H K, Roshko A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1988, **2**(4):355-381.
- [5] Carberry J, Sheridan J, Rockwell D. Controlled oscillations of a cylinder; forces and wake modes[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, **538**:31-69.
- [6] Gopalkrishnan R. Vortex-induced forces on oscillating bluff cylinders[D]. Department of Ocean Engineering, MIT, 1993.
- [7] Sarpkaya T, Shoaff R L. A discrete vortex analysis of flow about stationary and transversely oscillating circular cylinders [R]. Technical Report 1979: No. NPS-69SL79011, Naval Postgraduate School, Monterey, Cal., USA.
- [8] Feng C C. *The Measurement of Vortex Induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-section Cylinders*[M]. Department of Mechanical Engineering, Canada: University of British Columbia, 1968.
- [9] Meneghini J R, Bearman P W. Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1995, **9**(4):435-455.
- [10] Placzek A, Sigrist J F, Hamdouni A. Numerical simulation of an oscillating cylinder in a cross-flow at low Reynolds number; forced and free oscillations[J]. *Computers & Fluids* 2009, **38**(1):80-100.
- [11] Anagnostopoulos P. Numerical investigation of response and wake characteristics of a vortex-excited cylinder in a uniform stream[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1994, **8**:367-390.
- [12] Anagnostopoulos P, Bearman P W. Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low Reynolds numbers [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1992, **6**:39-50.
- [13] Guilmineau E, Queutey P. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, **19**(4):449-466.
- [14] Zhao M, Cheng L, Teng B, Dong G H. Hydrodynamic forces on dual cylinders of different diameters in steady currents [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2007, **23**:59-83.
- [15] An H W, Cheng L, Zhao M, Dong G H. Numerical simulation of oscillatory flow around two circular cylinders of different diameters [A]. Conference of OMAE [C]. 2006.
- [16] 何长江, 段忠冬. 二维圆柱涡激振动的数值模拟[J]. 海洋工程, 2008, **26**(1):58-63. (HE Chang-jiang, DUAN Zhong-dong. Numerical simulation of vortex-induced vibration on 2D circular cylinders [J]. *The Ocean Engineering*, 2008, **26**(1):58-63. (in Chinese))
- [17] 徐 枫, 欧进萍. 低雷诺数下弹性圆柱体涡激振动及影响参数分析[J]. 计算力学学报, 2009, **26**(5):613-619. (XU Feng, OU Jin-ping. Analysis of vortex-induced vibration of an elastic cylinder and influence parameters at low Reynolds number [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(5):613-619. (in Chinese))
- [18] Wilcox D C. Simulation of transition with a two-equation turbulence model [J]. *AIAA Journal*, 1994, **32**(2):247-255.
- [19] Wilcox D C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models [J]. *AIAA Journal*, 1988, **26**(11):1299-1310.
- [20] Gopalkrishnan R, Grosenbaugh M A, Triantafyllou M S. Influence of amplitude modulation on the fluid forces acting on a vibrating cylinder in cross-flow [A]. Proceedings of the First International Offshore and Polar Engineering Conference [C]. Edinburgh, United Kingdom, August 11-16, 1991:132-139.
- [21] Dong S, Karniadakis G E. DNS of flow past a stationary and oscillating cylinder at $Re=10000$ [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, **20**:519-531.
- [22] Norberg C. Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2003, **17**:57-96.

Two dimensional numerical simulation of forced oscillating cylinder at sub-critical Reynolds numbers

ZHAO Jing^{1,2}, LU Lin^{3,4}, DONG Guo-hai^{*1}, XIE Bin⁵, TENG Bin¹

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. CNPC Research Institute of Engineering Technology, Tianjin 300451, China;

3. Center for Deepwater Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

4. Nanjing Hydraulic Research Institute Key Laboratory of Port,

Waterway & Sedimentation Engineering Ministry of Transport, Nanjing 210024, China;

5. CNOOC Research Center, Beijing 100027, China)

Abstract: Based on the Navier-Stokes equations, $k-\omega$ turbulent model, SUPG Finite Element method and Arbitrary Lagrangian-Eulerian method, a numerical model is developed in this work to investigate the forced oscillation of circular cylinder in uniform flow. The 2S, 2P and P+S wake modes are simulated successfully in the wake region at $Re=5000$. The lift and drag coefficients are in good agreement with the available numerical and experimental data. The variations of fluid forces with the oscillation frequencies of circular cylinder at different non-dimensional amplitudes of 0.3, 0.4 and 0.5 at $Re=10000$ are also examined. The lock-in region is obtained and agrees well with the experimental data. It shows that the present two-dimensional model is able to predict the characteristics of VIV, but the three-dimensional viscous numerical model is necessary for the accurate numerical simulation.

Key words: Navier-Stokes equations; vortex-induced vibration; Arbitrary Lagrangian-Eulerian method; finite element method; turbulent model

~~~~~  
(上接第 48 页)

## Study of twin shear unified elastoplastic finite difference method

MA Zong-yuan<sup>\*1</sup>, LIAO Hong-jian<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. Department of Civil Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Based on the Lagrangian finite difference method, format of twin shear unified elastoplastic finite difference is established. Twin shear unified elastoplastic model loaded into software of FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) using a dynamic-link library file which developed by VC++. The progressive failure of structure under complex stress state can be simulated by twin shear unified elastoplastic finite difference method, moreover, no stiffness matrix and nonlinear iterative created in the calculation process. Thus, it has positive significance for theory and application of engineering. In this paper, the thick walled cylinder under inner pressure, tension and compression of perforated plate, limit analysis of strip footing and slope problem for SD (Strength Difference) material is analyzed. The results of numerical and slip line field method are compared, and the results of two methods are similar.

**Key words:** twin shear unified strength theory; Lagrangian finite difference; elastoplastic analysis; numerical simulation