第 34 卷 第 11 期 电 网 技 术 Vol. 34 No. 11
2010 年 11 月 Power System Technology Nov. 2010

文章编号：1000-3673（2010）11-0117-04 中图分类号：TM 76 文献标志码：A 学科代码：470·4051

# 降阶快速傅里叶变换算法在电力系统谐波分析中的应用

梅永[1]，王柏林[2]

（1. 南京信息工程大学 电子与信息工程学院，江苏省 南京市 210044；
2. 河海大学 能源与电气学院，江苏省 南京市 210098）

# Application of Order-Reducing Fourier Transform Algorithm in Power System Harmonics Analysis

MEI Yong[1], WANG Bolin[2]

(1. School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu Province, China; 2. College of Energy and Electrical, Hohai University, Nanjing 210098, Jiangsu Province, China)

**ABSTRACT:** In power system harmonic analysis, the up-to-date algorithm for harmonic measurement, which is recommended by IEC, is the standard fast Fourier transform (FFT) and it is specified that the continuous sampling of the system with frequency of 50 Hz should be performed during ten periods. To obtain satisfied accuracy, FFT algorithm demands enough sampling points, however the more the amount of sampling points, the heavier the calculation burden. Utilizing order-reduction operation of FFT, the calculation amount is reduced, and the problem that the FFT operation cannot be utilized while the number of sampling points during ten periods is not the power of 2 is solved, by the way, during asynchronous sampling including the sampling of interharmonics, the sampling precision obtained by triangle window is better than that obtained by Hanning window. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by case simulation based on Matlab.

**KEY WORDS:** harmonics; fast Fourier transform (FFT); order-reducing

**摘要：**在电力系统谐波分析中，国际 IEC 关于谐波测量的最新标准推荐算法是标准快速傅里叶变换(fast Fourier transform，FFT)，并要求对于 50 Hz 系统必须连续采样 10 周期。为了得到良好的精度，FFT 算法要求时域采样点数 $N$ 足够大，但 $N$ 越大计算量也越大。利用 FFT 降阶运算减少了计算，并解决了如果在 10 周期内采样点数不是 2 的幂无法用 FFT 运算的问题。另外失步时对于多周期多点 FFT，用三角窗比用 Hanning 窗精度高，最后运用算例进行了 Matlab 仿真验证。

**关键词：**谐波；快速傅里叶变换；降阶

基金项目：江苏省创新基金资助项目(BC2009241)；江苏省高校自然科学基金项目(08kjd470002)。

## 0 引言

随着非线性负荷的日益增多及电力电子装置在电力系统中的广泛应用，系统中谐波与间谐波的情况愈加复杂。它们的存在会对电网的环境产生较大的污染，影响通信设备，造成元器件的发热甚至损坏，还会导致波形畸变，造成继电保护误动作，甚至可能引发闪变与谐振[1-3]，因此谐波与间谐波的准确检测对提高电能质量具有重要意义。

谐波分析方法一直是学者关注的热点[1-17]，并取得了不少理论成果。平稳信号谐波分析主要采用快速傅里叶变换(fast Fourier transform，FFT)法[4]、加窗法[5]、插值法[6]、频谱校正[7]等；对于非平稳信号的谐波分析有小波变换[8]、希尔伯特黄变换(Hilbert-Huang transform，HHT) [9]、神经网络[10]、Prony 法[11]、局域均值分解(local mean decomposition，LMD)算法[12]等。

为了更好地指导工程实践，IEEE 和 IEC 分别制订了相关国际标准，即 IEEE Std.519—1992[13]和国际标准 IEC 61000-4-7[14]。在这些标准中，傅里叶分析作为建议的标准信号处理工具，取得电压和电流波形的谐波含量。为提高精度，FFT 算法要求时域采样点数 $N$ 足够大，$N$ 越大 FFT 的维数越高，计算量就越大。但在执行时遇到一个困难：如果每个周期采样点数取 2 的幂(如 256)，10 周期内的采样点数就不是 2 的幂(2 560)，用 DSP 无法编 FFT 程序；如果 10 周期采样点数取 2 的幂(如 2 048)，每个周期采样点数就不是 2 的幂(204.8)——电压、电流、有功功率、无功功率的计算不方便。

研究电力系统的谐波不难发现：$N$ 维 FFT 求出的 $N$ 个频域系数大部分是不必要的，有用的仅是其中的几十个系数，因为一般情况下电力系统谐波测量只要求 50 次以下谐波。频域点数($H$)远小于时域点数($N$)的 FFT 已经引起了研究者的关注，文献[15]论证了 $H>\log_2 N$ 时直接离散傅里叶变换(discrete Fourier transform，DFT)比标准 FFT 计算量少。修剪算法[16-17]是在标准 FFT 的计算树上修剪掉无用的分枝，从而减少计算量，不过对于数千点的 FFT，这种修剪规则比较复杂。本文提出一种降阶 FFT 算法可以解决上述问题。它规则简单，计算结果与标准 FFT 完全相同，而计算量和内存占用量少。

## 1 降阶 FFT 算法

### 1.1 DFT 的矩阵表示

可以证明，$N$ 维 DFT 可以表示成矩阵形式[7]

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F}\boldsymbol{y}/N \tag{1}$$

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(N-1)}\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}4} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(N-1)}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(N-1)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(N-1)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-1)}\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{y}=[y(0)\quad y(1)\quad \cdots\quad y(N-1)]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{X}=[X(0)\quad X(1)\quad \cdots\quad X(N-1)]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

为了提高精度，一般要求 $N$ 足够大。随着 DSP 的使用 $N$ 已经取到 1 024、2 048，甚至 4 096。相比之下，电力系统中要分析的谐波次数比 $N$ 小得多，一般只是几十次。设需要分析的谐波最高次数为 $H-1$，那么式(1)中只需要计算 $\boldsymbol{X}$ 的前 $H$ 个分量。定义 2 个正整数 $M$ 和 $K$，它们满足

$$M=N/K\geq H \tag{5}$$

显然要分析 0~$H$ 次谐波只需计算

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\bar{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{y}/N \tag{6}$$

$$\bar{\boldsymbol{F}}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(N-1)}\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}4} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(N-1)}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(M-1)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)(N-1)}\end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\left[X(0)\quad X(1)\quad \cdots\quad X(M-1)\right]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

### 1.2 降阶 FFT 算法

依次取矩阵 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 的第$(iK+1)(i=0,1,\cdots,M-1)$列构成矩阵 $\boldsymbol{F}_0$，取矩阵 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 的第$(iK+2)$列构成矩阵 $\boldsymbol{F}_1$，取矩阵 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 的第$(iK+K)$列构成矩阵 $\boldsymbol{F}_{K-1}$。$\boldsymbol{F}_k\in\mathbf{R}^{M\times M}$ $(k=0,1,2,\cdots,K-1)$。

$$\boldsymbol{F}_0=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}K} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2K} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)K}\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2K} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}4K} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(M-1)K}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)K} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(M-1)K} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)^2K}\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{F}_k=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}k} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(K+k)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(2K+k)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}[(M-1)K+k]}\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2k} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(K+k)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2(2K+k)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}2[(M-1)K+k]}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)k} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)(K+k)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)(2K+k)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}(M-1)[(M-1)K+k]}\end{bmatrix} \tag{10}$$

因为 $N=K\times M$，式(9)等价为

$$\boldsymbol{F}_0=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & \cdots & 1\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{M}} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{M}} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{M}(M-1)}\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{M}} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{8\pi}{M}} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{M}(M-1)}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{M}(M-1)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{M}(M-1)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{M}(M-1)^2}\end{bmatrix} \tag{11}$$

容易证明

$$\boldsymbol{F}_k=\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{F}_0,\quad k=0,1,2,\cdots,K-1 \tag{12}$$

$$\boldsymbol{D}_k=\begin{bmatrix}1 & & & \\ & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2k\pi}{N}} & & \\ & & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4k\pi}{N}} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2(M-1)k\pi}{N}}\end{bmatrix},k=0,1,\cdots,K-1 \tag{13}$$

依次取向量 $\boldsymbol{y}$ 的第$(iK+1)$个元素构成向量 $\boldsymbol{y}_0$，取向量 $\boldsymbol{y}$ 的第$(iK+2)$个元素构成向量 $\boldsymbol{y}_1$，取 $\boldsymbol{y}$ 的第$(iK+M)$个元素构成向量 $\boldsymbol{y}_{M-1}$。$\boldsymbol{y}_k\in\mathbf{R}^{M\times 1}$ $(k=0,1,2,\cdots,K-1)$。这样式(6)就可以写成降阶形式

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\frac{1}{N}\left[\boldsymbol{F}_0\quad \boldsymbol{F}_1\quad \cdots\quad \boldsymbol{F}_{K-1}\right]\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_0\\ \boldsymbol{y}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{y}_{K-1}\end{bmatrix}=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{K-1}\boldsymbol{F}_k\boldsymbol{y}_k=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{K-1}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{y}_k \tag{14}$$

式中每个 $\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{y}_k(k=0,1,2,\cdots,M-1)$都可以用标准 $M$ 维 FFT 来计算，而 $\boldsymbol{D}_k$ 是对角矩阵，

所以降阶 FFT 算法的计算步骤是：

1）计算 $\boldsymbol{\eta}_k=\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{y}_k$，$k=0,1,2,\cdots,K-1$。

2）计算 $\boldsymbol{\rho}_k=\boldsymbol{D}_0\boldsymbol{\eta}_k$，$k=0,1,2,\cdots,K-1$，共$(K-1)\cdot(M-1)$次复数乘法运算，$K(M-1)$次复数加法运算。

3）计算 $\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{K-1}\boldsymbol{\rho}_k$，共$(K-1)$次复数加法运算，1 次乘法运算。

降阶 FFT 的总计算量[18]是：复数乘法运算 $0.5KM\log_2 M+(K-1)(M-1)$ 次，复数加法运算 $KM\log_2 M+(K-1)M$ 次。在时域采样点数都是 $KM$ 点的前提下，标准 FFT 的总计算量是：复数乘法 $0.5KM\log_2(KM)$次，复数加法 $KM\log_2(KM)$次。一般 $K>4$ 时，降阶 FFT 的计算量会比标准 FFT 少，且前者占用的内存单元也比后者少得多。

如果 $K=M=32$，采样 1 024 个点，计算 0~31 次谐波，则标准 FFT 的总计算量[18]是：复数乘法 5 120 次，复数加法 10 240 次；降阶 FFT 的总计算量是：复数乘法 3 521 次，复数加法 6 149 次。同时降阶 FFT 在计算过程中只需暂存 32 个中间结果，而标准 FFT 在计算过程中需要暂存 1 024 个中间结果，仅此一项降阶 FFT 就节省了近 1 000 个 RAM。

### 1.3　加窗降阶 FFT 算法

非同步采样时，为了克服频谱泄漏，通常采用加窗 FFT 算法。加窗 FFT 同样可以降阶计算，以 Hanning 窗为例，典型的 Hanning 窗是

$$w(n)=\frac{1}{N}(\alpha_0+\alpha_1\cos\frac{2n\pi}{N}),\quad n=1,2,\cdots,N-1 \tag{15}$$

一般取 $\alpha_0=1$，$\alpha_1=-1$，$w(n)$称为权系数。令

$$\boldsymbol{z}=\boldsymbol{W}\boldsymbol{y} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{z}=[z(0)\quad z(1)\quad\cdots\quad z(N-1)]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{w}=\mathrm{diag}[w(0)\quad w(1)\quad\cdots\quad w(N-1)] \tag{18}$$

则加 Hanning 窗后 $\bar{\boldsymbol{X}}$ 的计算公式变成

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\bar{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{z} \tag{19}$$

依次取向量 $\boldsymbol{z}$ 的第$(iK+1)$个元素构成向量 $\boldsymbol{z}_0$，取向量 $\boldsymbol{z}$ 的第$(iK+2)$个元素构成向量 $\boldsymbol{z}_1$，取 $\boldsymbol{z}$ 的第$(iK+M)$个元素构成向量 $\boldsymbol{z}_{M-1}$，有

$$\bar{\boldsymbol{X}}=\sum_{k=0}^{K-1}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{F}_0\boldsymbol{z}_k \tag{20}$$

与前面不加窗降阶 FFT 算法相比，不同之处有：1）$\boldsymbol{y}_k$ 换成了 $z_k$(加权采样值)；2）少了因子 $1/N$(已在权系数中体现)；3）因为加 Hanning 窗的 FFT 必需采样约 2 个线周期的信号，所以要求 $M\geq 2N$。但通过仿真发现加三角窗得到的谐波分析精度更高。

## 2　仿真分析

为了进一步比较降维 FFT 和 IEC 2 种方法的性能，分别从同步采样和非同步采样进行比较(计算结果如表 1、2 所示)。采样的仿真信号模型为

$$y(t)=\sum_{m=1}^{13}c_m\cos[m(2m\pi ft+\varphi)] \tag{21}$$

假定 $c_m=1/m$、$\varphi=\pi/4$。

**仿真 1**：同步采样。同步采样 10 个线周期的 2 560 点，1 个周期采样 256 点。表 1 中第 1 行是各次谐波的真实值。首先用 $N$ 维标准 FFT 计算，计算

**表 1　同步采样的仿真结果**

**Tab. 1　Simulation results of synchronization sampling**

| 参数 | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$ | $c_6$ | $c_7$ | $c_8$ | $c_9$ | $c_{10}$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ | $c_{13}$ | $\varphi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 0 | 0.500 0 | 0.333 3 | 0.250 0 | 0.200 0 | 0.166 6 | 0.142 8 | 0.125 0 | 0.111 1 | 0.100 0 | 0.090 9 | 0.083 3 | 0.076 9 | 0.250 0 |
| 2 | 1.000 0 | 0.500 0 | 0.333 3 | 0.250 0 | 0.200 0 | 0.166 6 | 0.142 8 | 0.125 0 | 0.111 1 | 0.100 0 | 0.090 9 | 0.083 3 | 0.076 9 | 0.250 0 |
| 3 | 1.000 0 | 0.500 0 | 0.333 3 | 0.250 0 | 0.200 0 | 0.166 6 | 0.142 8 | 0.125 0 | 0.111 1 | 0.100 0 | 0.090 9 | 0.083 3 | 0.076 9 | 0.250 0 |

**表 2　非同步采样的仿真结果**

**Tab. 2　Simulation results of asynchroization sampling**

| 参数 | 真值 | 标准 FFT | 标准 FFT 相对误差/% | 降阶 FFT | 降阶 FFT 相对误差/% | 加汉宁窗降阶 FFT | 加汉宁窗降阶 FFT 相对误差/% | 加三角窗降阶 FFT | 加三角窗降阶 FFT 相对误差/% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_1$ | 1.000 0 | 1.001 8 | 0.523 6 | 1.001 8 | 0.523 6 | 0.999 7 | 0.084 0 | 0.999 9 | $3.06\times10^{-5}$ |
| $c_2$ | 0.500 0 | 0.501 2 | 0.671 8 | 0.501 2 | 0.671 8 | 0.499 7 | 0.163 5 | 0.499 9 | 0.163 |
| $c_3$ | 0.333 3 | 0.334 3 | 0.836 3 | 0.334 3 | 0.836 3 | 0.333 0 | 0.248 7 | 0.333 3 | 0.028 |
| $c_4$ | 0.250 0 | 0.250 8 | 0.963 7 | 0.250 8 | 0.963 7 | 0.249 7 | 0.338 9 | 0.249 9 | 0.050 |
| $c_5$ | 0.200 0 | 0.200 7 | 1.045 0 | 0.200 7 | 1.045 0 | 0.199 7 | 0.433 9 | 0.199 9 | 0.079 |
| $c_6$ | 0.166 6 | 0.167 3 | 1.074 0 | 0.167 3 | 1.074 0 | 0.166 4 | 0.533 8 | 0.166 6 | 0.114 |
| $c_7$ | 0.142 8 | 0.143 4 | 1.040 0 | 0.143 4 | 1.040 0 | 0.142 5 | 0.638 6 | 0.142 7 | 0.156 |
| $c_8$ | 0.125 0 | 0.125 4 | 0.937 0 | 0.125 4 | 0.937 0 | 0.124 7 | 0.748 0 | 0.124 9 | 0.204 |
| $c_9$ | 0.111 1 | 0.111 4 | 0.741 0 | 0.111 4 | 0.741 0 | 0.110 8 | 0.862 0 | 0.111 0 | 0.258 |
| $c_{10}$ | 0.100 0 | 0.100 2 | 0.423 0 | 0.100 2 | 0.423 0 | 0.099 6 | 0.980 0 | 0.099 8 | 0.319 |
| $c_{11}$ | 0.090 9 | 0.090 9 | 0.076 0 | 0.090 9 | −0.076 0 | 0.090 6 | 1.106 9 | 0.090 7 | 0.386 |
| $c_{12}$ | 0.083 3 | 0.083 1 | 0.895 0 | 0.083 1 | −0.895 0 | 0.082 9 | 1.236 2 | 0.083 2 | 0.459 |
| $c_{13}$ | 0.076 9 | 0.076 2 | 2.534 8 | 0.076 2 | −2.534 8 | 0.076 6 | 1.368 0 | 0.076 8 | 0.542 |
| $\varphi$ | 0.250 0 | 0.248 3 | 0.679 4 | 0.248 3 | −0.679 4 | 0.245 9 | 1.602 8 | 0.246 0 | 1.599 |

结果列在表 1 第 2 行(限于篇幅只列出部分幅值)。然后用降阶 FFT 计算，取 $K=M=13$，计算结果如表 1 第 3 行。2 种方法求得的谐波幅值和相角都完全相同，而降阶算法的计算量仅为标准 FFT 算法的 63%左右。

**仿真 2**：非同步采样。以 1%的同步偏差采样 10 个线周期共 2 560 点。首先用 $N$ 维标准 FFT 计算，计算结果列在表 2 第 1 行(只列出了部分幅值和相角)，然后用加窗降阶 FFT 计算，取 $M=2\times13=26$、$K=13$，计算结果如表 2 第 2 行。2 种方法求得的谐波幅值和相角完全相同，而加窗降阶算法的计算量仅为标准 FFT 算法的 66%左右。当同步误差比较大时，分别加汉宁窗和三角窗进行比较，结果也列在表 2 中。从仿真结果中可以看出，对于多周期多点 FFT，三角窗的精度要高于汉宁窗。

## 3　结论

对于频域点数远小于时域点数的电力系统谐波分析，在需要计算的频率点上，降阶 FFT 运算和标准 FFT 运算的精度相同，而降阶 FFT 的运算量要比标准 FFT 少得多。对于降阶 FFT 也可以解决每个周期采样点数不是 2 的幂不能用标准 FFT 的问题。同时发现，失步(同步误差较大时)对多周期多点 FFT，用三角窗比用 Hanning 窗精度高。

## 参考文献


[1] 林海雪．现代电能质量的基本问题[J]．电网技术，2001，25(10)：5-12．
Lin Haixue．Main problems of modern power quality[J]．Power System Technology，2001，25(10)：5-12(in Chinese)．

[2] 余涛，史军，任震．交直流并联输电系统的间谐波研究[J]．中国电机工程学报，2008，28(22)：118-123．
Yu Tao，Shi Jun，Ren Zhen．Interharmonic in AC/DC hybrid transmission system[J]．Proceedings of the CSEE，2008，28(22)：118-123(in Chinese)．

[3] 雍静，孙才新，李建波，等．间谐波导致的闪变特征及闪变限制曲线[J]．中国电机工程学报，2008，28(31)：88-92．
Yong Jing，Sun Caixin，Li Jianbo，et al．Light flicker characteristics caused by interharmonics and flicker limit curve[J]．Proceedings of the CSEE，2008，28(31)：88-92(in Chinese)．

[4] 张伏生，耿中行，葛耀中．电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法[J]．中国电机工程学报，1999，19(3)：63-66．
Zhang Fusheng，Geng Zhongxing，Ge Yaozhong．FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in power system[J]．Proceedings of the CSEE，1999，19(3)：63-66(in Chinese)．

[5] 何益宏，卓放，李红雨，等．Kaiser 窗在谐波电流检测中的应用[J]．电网技术，2003，27(1)：9-12．
He Yihong，Zhuo Fang，Li Hongyu，et al．Application of Kaiser window in harmonic current detection[J]．Power System Technology，2003，27(1)：9-12(in Chinese)．

[6] Andria G，Savin M，Trotta A．Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy[J]．IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，38(4)：856-863．

[7] 王柏林，梅永．电力系统谐波分析的近似同步法[J]．仪器仪表学报，2006，27(5)：484-488．
Wang Bolin，Mei Yong．Approximate synchronous method for harmonics analysis on power system[J]．Chinese Journal of Scientific Instrument，2006，27(5)：484-488(in Chinese)．

[8] 薛惠，杨仁刚．利用 Morlet 连续小波变换实现非整数次谐波的检测[J]．电网技术，2002，26(12)：41-44．
Xue Hui，Yang Rengang．Morlet wavelet based detection of noninteger harmonics[J]．Power System Technology，2002，26(12)：41-44(in Chinese)．

[9] 张宇辉，贺健伟，李天云，等．基于数学形态学和 HHT 的谐波和间谐波检测方法[J]．电网技术，2008，32(17)：46-51．
Zhang Yuhui，He Jianwei，Li Tianyun，et al．A new method to detect harmonics and inter-harmonics based on mathematical morphology and Hilbert-Huang transform[J]．Power System Technology，2008，32(17)：46-51(in Chinese)．

[10] 危韧勇，李志勇．基于人工神经元网络的电力系统谐波测量方法[J]．电网技术，1999，23(12)：20-23．
Wei Renyong，Li Zhiyong．Measurement of harmonics in power system based on artificial neural network[J]．Power System Technology，1999，23(12)：20-23(in Chinese)．

[11] 芦晶晶，郭剑，田芳．基于 Prony 方法的电力系统振荡模式分析及 PSS 参数设计[J]．电网技术，2004，28(15)：31-34．
Lu Jingjing，Guo Jian，Tian Fang．Power system oscillation mode analysis and parameter determination of PSS based on Prony method [J]．Power System Technology，2004，28(15)：31-34(in Chinese)．

[12] Smith J S．The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. Journal of the Royal Society Interface，2005，2(5)：443-454．

[13] IEEE Std-519—1992，Recommended practices and requirements for harmonic control in electrical power systems[S]．

[14] International Electrotechnical Commission ． IEC 61000-4-7 electromagnetic compatibility (EMC)，Part 4-7：testing and measurement techniques：general guide on harmonics and interharmonics measurement and instrumentation[S]．

[15] Proakis J G，Manolaki D K．Digital signal processing：principles，algorithms and applications[M]．Prentice Hall，1996：835-847．

[16] Soreson H V，Burrus C S. Efficient computation of the DFT with only a subset of input or output points[J]．IEEE Trans on Signal Processing，1993，41(3)：1184-1200．

[17] Soreson H V，Burrus C S. Efficient computation of the DFT with only a subset of input or output points[J]．IEEE Trans on Signal Processing，1993，41(3)：1184-1200．

[18] 王峰，王柏林，张燕姑．一种不对称 DFT 算法及其应用[J]．重庆大学学报，2008(2)：48-54．


梅永

**收稿日期**：2010-08-16。

**作者简介**：

梅永(1978)，女，博士研究生，讲师，研究方向为电能质量分析与电力参数测量，E-mail：yongmei2002@126.com；

王柏林(1948)，男，博士，教授，研究方向为电力参数的测量、谐波分析、电网配变监测数字化终端的研制、自适应控制等。

（责任编辑　王晔）