文章编号：1000-3673（2010）06-0023-04　　中图分类号：TM 15　　文献标志码：A　　学科代码：470·4014

水平导线上交变电流产生的电场强度计算方法

赵鹏，崔鼎新，瞿雪弟
（中国电力科学研究院，北京市 海淀区 100192）

An Approach to Calculate Electric Field Strength Resulting From AC Currents Flowing Through Horizontal Infinite Line

ZHAO Peng, CUI Ding-xin, QU Xue-di
(China Electric Power Research Institute, Haidian District, Beijing 100192, China)

ABSTRACT: The AC currents flowing through power transmission line, such as power frequency current, harmonic currents, corona current and carrier current, produce a resultant alternative electromagnetic field in surrounding space, and this field electromagnetically affects on adjacent electrical equipments, one of the key topics in the research on the electromagnetic affect is the electric field strength. To research the alternative electromagnetic field in surrounding space, which is produced by AC current flowing through the conductors of transmission line, firstly the alternative electromagnetic filed produced by single conductor-ground circuit is taken as the basic model; then the alternative electromagnetic field produced by multi-conductors is the resultant of electromagnetic fields produced by all conductors. The method to calculate the horizontal component of electric field strength produced by alternative current flowing through single horizontal conductor is presented; then based on Sommerfeld's theory of horizontal dipole field, the vertical component of the electric field strength is derived, and the first-order Bessel function of the second kind and the first-order Struve function are utilized to express the Sommerfeld-type integration, therefore, the expression ways of horizontal component and vertical component of electric field strength are unified theoretically, and the result of this research offers a method of numerical evaluation that is available for reference to engineering calculation of electric field strength.

KEY WORDS: horizontal dipole; electric field strength; Struve function; transmission conductor; electromagnetic environment

摘要：输电线路导线上传输工频电流、谐波电流、电晕电流和载波电流时，这些交变电流在周围空间产生交变电磁场，可能会对附近电气设施构成电磁影响，而电磁影响研究的关键之一是电场强度。研究输电线路导线上交变电流在周围空间产生交变电磁场，首先将“单导线–大地”回路产生的交变电磁场作为基本模型，多根导线产生的交变电磁场即为各单根导线产生交变电磁场的合成。基于此，介绍了水平单导线上交变电流产生的电场强度水平分量的计算方法，进而在索末菲尔德(Sommerfeld)水平偶极子场理论基础上，推导了电场强度的垂直分量，采用第 2 类 1 阶贝塞尔函数和 1 阶斯特鲁夫函数来表达索末菲尔德型积分，这既在理论上统一了电场强度水平分量和垂直分量的表示方式，也为数值计算提供了方法，可供工程计算参考。

关键词：水平偶极子；电场强度；斯特鲁夫函数；输电导线；电磁环境

0　引言

输电导线上传输工频电流，也存在谐波电流，在超/特高压输电导线上存在电晕电流，有载波通信和高频保护的输电导线上传输载波电流，这些交变电流在周围空间产生交变电磁场，可能会对附近低压电力设施、弱电设施和无线电台等构成电磁影响。避免电磁影响的主要措施是控制电场强度，研究电磁影响须重点研究电场强度[1-6]。本文着重研究输电线路水平导线上交变电流在周围空间产生的交变电磁场，首先研究“单导线–大地”回路产生的交变电磁场，作为研究的基本模型，多根导线产生的交变电磁场是各单根导线产生交变电磁场的合成。本文首先介绍水平单导线上交变电流在周围空间产生电场强度的水平分量，进而在索末菲尔德(Sommerfeld)水平偶极子场理论的基础上，用第 2 类 1 阶贝塞尔(Bessel)函数和 1 阶斯特鲁夫(Struve)函数来表达 Sommerfeld 型积分，推导电场强度垂直分量，为数值计算提供了一种参考方法。

1　电场强度的水平分量

1.1　任意距离

若水平单导线上的交变电流为 I，该电流在周

围空间产生电磁场，其电场强度的水平分量(单位为V/m)依据参考文献[7-8]可得

$$E_x=-\mathrm{j}\omega I\frac{\mu_0}{4\pi}\{2\ln\sqrt{\frac{y^2+(h+z)^2}{y^2+(h-z)^2}}-\frac{4\mathrm{j}[y^2-(h+z)^2]}{\alpha^2[y^2+(h+z)^2]^2}-\pi[\frac{Y_1(v_1)-S_1(v_1)}{v_1}+\frac{Y_1(v_2)-S_1(v_2)}{v_2}]\} \quad (1)$$

式中：$Y_1(v)$为第 2 类 1 阶贝塞尔或 1 阶纽曼(Neumann)函数；$S_1(v)$为 1 阶斯特鲁夫函数；$v_1=\mathrm{j}^{1/2}\alpha(h+z+\mathrm{j}y)$；$v_2=\mathrm{j}^{1/2}\alpha(h+z-\mathrm{j}y)$；$y$ 为导线对地投影到观测点的距离，m；h 为导线对地平均架设高度，m；z 为观测点对地高度，m；$\alpha=\sqrt{\omega\mu_0\sigma}$，$\sigma$为大地视在电导率，S/m；$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m；$\omega=2\pi f$。

当 $y>>z+h$ 时，式(1)可简化为

$$E_x=-\mathrm{j}\omega I\frac{\mu_0}{4\pi}\{-\mathrm{j}\frac{4}{(\alpha y)^2}+\mathrm{j}^{1/2}\frac{\pi}{\alpha y}[Y_1(\mathrm{j}^{3/2}\alpha y)-S_1(\mathrm{j}^{3/2}\alpha y)-Y_1(-\mathrm{j}^{3/2}\alpha y)+S_1(-\mathrm{j}^{3/2}\alpha y)]\} \quad (2)$$

依据有关文献[9-12]，可得如下情况下的近似计算公式。

1.2 近距离

当$\alpha\sqrt{y^2+(z+h)^2}\le 0.5$时，电场强度的水平分量为

$$E_x=-\mathrm{j}\omega I[\frac{\mu_0}{4\pi}(2\ln\frac{2}{1.7811\sqrt{\omega\mu_0\sigma d}}+1-\mathrm{j}\frac{\pi}{2})] \quad (3)$$

或写为

$$E_x=-\mathrm{j}\omega I[\frac{\mu_0}{2\pi}(\ln\frac{D}{d}-\mathrm{j}\frac{\pi}{4})] \quad (4)$$

式中：$d=\sqrt{y^2+(z-h)^2}$；$D=660/\sqrt{f\sigma}$。

1.3 中距离

当$\alpha y\ge 0.5$，$\alpha(h+z)<0.1$ 时，电场强度的水平分量为

$$E_x\approx-\mathrm{j}\omega I\frac{\mu_0}{4\pi}[-\mathrm{j}\frac{4}{(\alpha y)^2}-\frac{4}{\alpha y}K_1(\mathrm{j}^{1/2}\alpha y)] \quad (5)$$

式中 $K_1(\mathrm{j}^{1/2}\alpha y)$为第 2 类 1 阶修正贝塞尔函数。

1.4 远距离

当$\alpha y>10$ 时，电场强度的水平分量为

$$E_x\approx-\mathrm{j}\omega I\frac{\mu_0}{4\pi}[-\mathrm{j}\frac{4}{(\alpha y)^2}] \quad (6)$$

2 电场强度垂直分量

若只考虑感性耦合，根据文献[13-14]，水平偶极子的电场强度垂直分量为

$$e_z=-\gamma^2\Pi_{0z} \quad (7)$$

式中 Π_{0z}为赫兹矢量的垂直分量，其表达式为

$$\Pi_{0z}=\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I\mathrm{d}x}{4\pi\gamma_0^2}2\cos\varphi(\gamma_0^2-\gamma_1^2)\cdot\int_0^\infty\frac{\mathrm{e}^{-\beta_0(h+z)}u^2J_1(ru)}{(\beta_0\gamma_1^2+\beta_1\gamma_0^2)(\beta_0+\beta_1)}\mathrm{d}u=\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I\mathrm{d}x}{4\pi\gamma_0^2}2\cos\varphi\cdot\int_0^\infty\frac{\beta_0-\beta_1}{\beta_0\gamma_1^2+\beta_1\gamma_0^2}u^2J_1(ru)\mathrm{e}^{-\beta_0(h+z)}\mathrm{d}u \quad (8)$$

式中：$\beta_0=\sqrt{u^2+\gamma_0^2}$；$\beta_1=\sqrt{u^2+\gamma_1^2}$；$\cos\varphi=x/r$；$r=\sqrt{x^2+y^2}$；$J_1()$为第 1 类 1 阶贝塞尔函数；$\gamma_0$为空气传播常数；$\gamma_1$为大地传播常数；$u$ 为特征参数。

无限长单导线上的交变电流所产生的电场强度垂直分量，可视为无限个水平偶极子电场强度垂直分量的叠加。从式(7)(8)可得

$$E_z=-\gamma_0^2\int_0^\infty\Pi_{0z}\mathrm{d}x=-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}2\int_0^\infty\cos\varphi\cdot\int_0^\infty\frac{\beta_0-\beta_1}{\beta_0\gamma_1^2+\beta_1\gamma_0^2}u^2J_1(ru)\mathrm{e}^{-\beta_0(h+z)}\mathrm{d}u\mathrm{d}x \quad (9)$$

式中 $\int_0^\infty\cos\varphi J_1(ru)\mathrm{d}x=\int_0^\infty\frac{x}{r}J_1(ru)\mathrm{d}x=\int_0^\infty\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\cdot J_1(u\sqrt{x^2+y^2})\mathrm{d}x$。

由文献[15]可得

$$\int_0^\infty\frac{x^{2\mu+1}}{(x^2+t^2)^{(1/2)v}}J_v(a\sqrt{x^2+t^2})\mathrm{d}x=\frac{2^\mu\Gamma(\mu+1)}{a^{\mu+1}t^{v-\mu-1}}J_{v-\mu-1}(at)$$

式中：$\Gamma()$ 为 Gamma 函数；v为阶数；μ, a 为任意实数，当 $v=1$，$\mu=0$ 时，则得

$$\int_0^\infty\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}J_1(u\sqrt{x^2+y^2})\mathrm{d}x=\frac{1}{u}J_0(uy)$$

式中 $J_0()$为第 1 类 0 阶贝赛尔函数，将该式代入式(9)得

$$E_z=-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}2\int_0^\infty\frac{\beta_0-\beta_1}{\beta_0\gamma_1^2+\beta_1\gamma_0^2}uJ_0(uy)\mathrm{e}^{-\beta_0(h+z)}\mathrm{d}u$$

若$\gamma_0\to 0$，该式变为

$$E_z\approx-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}2\int_0^\infty\frac{(u-\beta_1)}{u\gamma_1^2}uJ_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}\frac{2}{\gamma_1^2}\int_0^\infty(u-\beta_1)J_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u \quad (10)$$

式中第 1 个积分为 Lipschitz 型积分，即

$$\int_0^\infty J_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\frac{1}{\sqrt{y^2+(h+z)^2}}$$

则有

$$\int_0^\infty uJ_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=-\frac{\partial}{\partial(h+z)}\int_0^\infty J_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=-\frac{\partial}{\partial(h+z)}\frac{1}{\sqrt{y^2+(h+z)^2}}=\frac{h+z}{[y^2+(h+z)^2]^{3/2}}$$

由于第 1 类 0 阶贝赛尔函数可展开为

$$J_0(x)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(x/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}$$

将上式代入式(10)第 2 个积分可得

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}J_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(y/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}\int_0^{\infty}u^{2m}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(y/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}[(-1)^{2m}\frac{\partial^{2m}}{\partial(h+z)^{2m}}\cdot\\&\int_0^{\infty}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u]\end{aligned}$$

该式积分为 Watson 型积分[15-16]，即

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}(\tau^2+\alpha^2)^{n-1/2}\mathrm{e}^{-\beta\tau}\mathrm{d}\tau=\\&2^{n-1}(\frac{\alpha}{\beta})^n\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(n+\frac{1}{2})[S_n(\alpha\beta)-Y_n(\alpha\beta)]\end{aligned}\qquad(11)$$

式中：$S_n()$对应斯特鲁夫函数；$Y_n()$对应贝赛尔函数。

当 $n=1$ 时，式(11)变为

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}(\tau^2+\alpha^2)^{1/2}\mathrm{e}^{-\beta\tau}\mathrm{d}\tau=\frac{\alpha}{\beta}\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{3}{2})[S_1(\alpha\beta)-Y_1(\alpha\beta)]=\\&\pi\alpha[S_1(\alpha\beta)-Y_1(\alpha\beta)]/(2\beta)\end{aligned}$$

则得

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&\frac{\pi}{2}\frac{\gamma_1}{h+z}\{S_1[\gamma_1(h+z)]-Y_1[\gamma_1(h+z)]\}\end{aligned}\qquad(12)$$

将式(12)代入式(10)第 2 个积分可得

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}J_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(y/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}\int_0^{\infty}u^{2m}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(y/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}[(-1)^{2m}\frac{\partial^{2m}}{\partial(h+z)^{2m}}\cdot\\&\int_0^{\infty}\sqrt{u^2+\gamma_1^2}\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u]=\\&\frac{\pi\gamma_1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(y/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}(-1)^{2m}\frac{\partial^{2m}}{\partial(h+z)^{2m}}\cdot\\&(h+z)^{-1}\{S_1[\gamma_1(h+z)]-Y_1[\gamma_1(h+z)]\}\end{aligned}\qquad(13)$$

可用下列关系逐次求偏导数

$$\frac{\partial}{\partial z}[z^{-\nu}Y_\nu(z)]=-z^{-\nu}Y_{\nu+1}(z)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}[z^{-\nu}S_\nu(z)]=1/2^\nu\sqrt{\pi}\Gamma(\nu+3/2)-z^{-\nu}S_{\nu+1}(z)$$

当 $\nu=1$ 时

$$\frac{\partial}{\partial z}[z^{-1}Y_1(z)]=-z^{-1}Y_2(z)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}[z^{-1}S_1(z)]=1/[2\sqrt{\pi}\Gamma(1+3/2)]-z^{-1}S_2(z)$$

最后可得电场强度垂直分量的表达式，即

$$\begin{aligned}&E_z\approx-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}2\int_0^{\infty}\frac{(u-\beta_1)}{u\gamma_1^2}uJ_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}\frac{2}{\gamma_1^2}\int_0^{\infty}(u-\beta_1)J_0(uy)\mathrm{e}^{-u(h+z)}\mathrm{d}u=\\&-\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0 I}{4\pi}\frac{2}{\gamma_1^2}\{\frac{h+z}{[y^2+(h+z)^2]^{3/2}}-\frac{\pi\gamma_1}{2}\cdot\\&\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^{3m}(y/2)^{2m}}{m!\Gamma(m+1)}\frac{\partial^{2m}}{\partial(h+z)^{2m}}(h+z)^{-1}\cdot\\&\{S_1[\gamma_1(h+z)]-Y_1[\gamma_1(h+z)]\}\}\end{aligned}\qquad(14)$$

3 结论

水平导线上交变电流在周围空间产生的电场强度水平分量的计算方法，已在国际电报电话咨询委员会(Consultative Committee for International Telegraph and Telephone，CCITT)《防护导则》等文献[17-20]中给出，其垂直分量计算方法也在文献[21]中导出。本文依据索末菲尔德水平偶极子场理论，建立了电场强度基本计算模型，推导出水平导线上交变电流在周围空间产生电场强度垂直分量的表达式，采用第 2 类 1 阶贝赛尔和斯特鲁夫函数来表达索末菲尔德型积分，统一了电场强度水平分量和垂直分量的表达方法。

水平导线上交变电流在周围空间产生的电场强度的特殊函数解析表达式，可清楚地表达各参量间的关系和作用，也为工程数值计算提供了一种方法。

参考文献

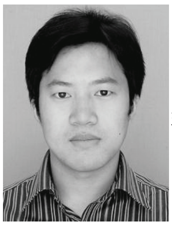
[1] 周康，李永双，赵宇明．± 800kV 级直流输电线路对地距离及交叉跨越研究[J]．电网技术，2009，33(5)：8-13．
Zhou Kang，Li Yongshuang，Zhao Yuming．Research on clearance to ground and other crossed facilities of DC transmission lines at ±800kV voltage level[J]．Power System Technology，2009，33(5)：8-13(in Chinese)．

[2] 冯桂宏，张炳义，王晓晖，等．500kV 同塔四回路生态环境影响分析[J]．电网技术，2007，31(23)：13-17．
Feng Guihong，Zhang Bingyi，Wang Xiaohui，et al．Analysis on impact of 500 kV transmission line adopting four circuit on the same tower on ecological environment[J]．Power System Technology，2007，31(23)：13-17(in Chinese)．

[3] 杨文翰，吕英华．用模拟电荷法求解高压输电线附近电磁场[J]．电网技术，2008，32(2)：15-19．
Yang Wenhan，Lü Yinghua．Application of emulation charge method in calculation of electromagnetic environment near to HV transmission lines[J]．Power System Technology，2008，32(2)：15-19(in Chinese)．

[4] 张文亮，于永清，李光范，等．特高压直流技术研究[J]．中国电机工程学报，2007，27(22)：1-6．
Zhang Wenliang，Yu Yongqing，Li Guangfan，et al．Researches on UHVDC technology[J]．Proceedings of the CSEE，2007，27(22)：

1-6(in Chinese).
[5] 张文亮，陆家榆，鞠勇，等．± 800kV 直流输电线路的导线选型研究[J]．中国电机工程学报，2007，27(27)：1-6．
Zhang Wenliang，Lu Jiayu，Ju Yong，et al．Design consideration of conductor bundles of ±800kV DC transmission lines[J]．Proceedings of the CSEE，2007，27(27)：1-6(in Chinese)．
[6] 舒印彪，张文亮．特高压输电若干关键技术研究[J]．中国电机工程学报，2007，27(31)：1-7．
Shu Yinbiao，Zhang Wenliang．Research of key technologies for UHV transmission[J]．Proceedings of the CSEE，2007，27(31)：1-7(in Chinese)．
[7] Consultative Committee for International Telegraph and Telephone．CCITT K.29 Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electricity lines[S]．ITU：Consultative Committee for International Telegraph and Telephone，1987．
[8] 庞廷智，崔鼎新，孙鼎，等．电力线路对电信线路的影响和保护[M]．北京：水利电力出版社，1986：40-58．
[9] Pollaczek F．Über das feld einer unendlich langen Wechselstrom durchflossenen Einfachleitung[J]．Elektrische Nachrichtentechnik，1926(3)：339-395．
[10] Carson J R．Wave propagation in overhead wires with ground return [J]．Bell System Technical Journal，1926(5)：539-554．
[11] Haberland G．Theorie der leitung von Wechselstrom durch die Erde[J]．Elektrische Nachrichtentechnik，1927(48)：456-460．
[12] 中国电机工程学会电磁干专业委员会．电力线路电磁环境：研讨班讲义[C]．中国电机工程学会电磁干专业委员会 1999 年年会，北京，1999．
[13] Sommerfeld A．Partial differential equations in physics[M]．New York：Academic Press Inc.，1949：236-265．
[14] Sunde E D．Earth conduction effects in transmission systems[M]．New York：Dover Publications，1967：98-139．
[15] 金玉明．实用积分表[M]．合肥：中国科学技术大学出版社，2006：316．
[16] Kao I K．Некоторые применения Бесселевых Функций в Технике Защиты линий связи[J]．Электросвязь，1959(11)：50-57．
[17] 崔鼎新．在电力线路电磁影响下管线上对地电压和电流分布[J]．电网技术，1977，11(1)：89-96．
Cui Dingxin．Voltage and current distribution on pipeline from electromagnetic influence of power lines[J]．Power System Technology，1977，11(1)：89-96(in Chinese)．
[18] IEEE．IEEE Std 367—1996 Recommended practice for determining the electric power station ground potential rise and induced voltage from power fault[S]．New York：IEEE，1996．
[19] 崔鼎新，李寒非．两条平行单导线之间的低频互感系数[J]．中国电机工程学报，1984，4(1)：35-45．
Cui Dingxin，Li Hanfei．Low frequency mutual induction between two parallel lines[J]．Proceedings of the CSEE，1984，4(1)：35-45(in China)．
[20] 崔鼎新，瞿雪弟，于泓．架空电力线与地下电信电缆间的互感系数[J]．电网技术，2008，32(2)：42-46．
Cui Dingxin，Qu Xuedi，Yu Hong．Mutual inductance coefficient between overhead power line and underground communication cable [J]．Power System Technology，2008，32(2)：42-46(in Chinese)．
[21] 于永清．超高压输电线路电晕对无线电干扰的场强计算[D]．北京：中国电力科学研究院，1985．


赵鹏

收稿日期：2010-04-12。

作者简介：
赵鹏(1982—)，男，工学硕士，研究方向为电磁环境，E-mail：zhaopeng@epri.sgcc.com.cn。

（责任编辑　马晓华）