【武器装备】

基于 Kriging 插值的弹上扰动引力快速计算

李夕杰,舒健生,陈摩西,黄俊华

(第二炮兵工程学院　603 教研室,西安　710025)

摘要:为了克服导弹扰动引力计算模型复杂、计算量大、不容易在弹上实时计算的缺点,建立了用 Kriging 插值实现弹上扰动引力快速计算的数学模型。结合一种远程弹道式导弹的飞行弹道进行了仿真计算,探讨了其插值精度、计算速度和需存数据量问题。结果表明:采用 Kriging 插值计算扰动引力,可以满足弹载计算机的要求,并可达到很高的精度。

关键词:扰动引力;Kriging 插值;快速计算

中图分类号:V412.1　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1006－0707(2010)11－0043－03

对于射程数千公里以上的远程弹道导弹,地球重力场误差越来越成为急待解决的瓶颈。目前,一般都是先在地面用高精度的司托克斯法或点质量法计算标准弹道附近点的扰动引力,实际弹道的扰动引力通过插值或逼近算法计算,扰动引力逼近所采用的方法主要有 B－样条函数方法和有限元方法[1-2],计算复杂,计算速度慢,为此本文提出采用 Kriging 插值来实现扰动引力的逼近。Kriging 插值模型是一种估计方差最小的无偏估计模型,它的插值精度非常高,表 1 列出了其与其他几种常用空间插值方法的对比[3]。从表中可看出,其计算速度较慢,但用于弹道导弹扰动引力的逼近时,绝大部分计算可在地面诸元计算时完成,弹上适时计算时间短,可以实现弹上计算,本文将研究 Kriging 插值方法在弹道导弹扰动引力逼近上的应用。

1　Kriging 逼近算法

1.1　Kriging 方法基本思想

Kriging 方法是一种无偏、方差最小的空间估值方法,以空间结构分析为基础进行估值,假定空间随机变量具有二阶平稳性或者满足空间统计的本征假设,距离较近的采样点比距离远的采样点更相似,相似的程度或空间协方差的大小,是通过点对的平均方差度量的。样本点与点之间差异的方差大小只与采样点间的距离有关,与它们的绝对位置无关。非观测点的值是根据观测点属性值的加权函数来表示的,在插值过程中可以反映空间场的各向异性,并且充分利用数据点之间的空间相关性。Kriging 在某一点进行模拟要借助于在这一点周围的已知变量的信息,即通过对这一点一定范围内的信息加权的线性组合来估计这一点未知信息。加权选择则是通过最小化估计值的误差方差来确定。

表 1　几种插值方法的对比

方法	性质			
	逼近程度	外推能力	运算速度	使用范围
趋势面法	不高	强	很快	不宜做精确的等值线
距离反比加权法	分布均匀时好	很差	快	分布均匀
最近邻点插值法	不高	强	很快	分布均匀
三角网线性插值法	高	差	慢	分布均匀
样条函数法	不高	强	快	分布密集的情况下
kriging 法	高	很强	慢	均可,使用性广

1.2　Kriging 插值模型

Kriging 模型假设系统的响应值与自变量间的关系可表示为[4]

$$f(x) = g(x) + z(x) \tag{1}$$

其中:$g(x)$是确定性部分,称为确定性漂移,一般用多项式表示;$z(x)$称为涨落,其统计特性为

收稿日期:2010－08－31

作者简介:李夕杰(1983—),硕士研究生,主要从事飞行器设计研究。

$$E[z(x)]=0$$
$$Var[z(x)]=\sigma^2$$
$$Cov[z(x_i),z(x_k)]=\sigma^2 R(c,x_i,x_k)$$

式中：$R(c,x_i,x_k)$是以 c 为参数的相关函数；$R(x_x,x_k)=\prod_{j=1}^{p} r(d_j)$。而 $R(c,x_i,x_k)$中常用的核函数有

$$\text{EXP}: r(d_j)=\exp(-\frac{|d_j|}{c_j}) \quad (2)$$

$$\text{Gauss}: r(d_j)=\exp(-\frac{d_j^2}{c_j}) \quad (3)$$

其中：d_j 是表征待测点与样本点之间距离关系的量，$d_j=x_{ij}-x_{kj}$，$(j=1,2\cdots p;i=1,2\cdots n)$，$x_{ij}$为第 i 个样本点在第 j 个方向的坐标，x_{kj}为第 k 个样本点在该方向的坐标；c_j是核函数在样本点第 j 个方向的常数参量，各个方向 c_j的值可以相同，也可以不同。

从 $z(x)$的统计特性可以得到 $E[f(x)]=g(x)$，利用样本点 X_i 的响应值 y_i 的线性加权叠加插值来计算待测点 X 的响应值[5]，可以得到

$$\hat{f}(x)=w(x)^{\mathrm{T}}Y \quad (4)$$

其中：$w(x)=\{w_1,w_2,\cdots,w_n\}^{\mathrm{T}}$是待求权系数向量；$Y=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}^{\mathrm{T}}$。由于要满足无偏要求。所以，有

$$E[\hat{f}(x)-f(x)]=0$$

即

$$E[w^{\mathrm{T}}Y-f]=w^{\mathrm{T}}G-g=0$$

从而可得

$$G^{\mathrm{T}}w(x)=g(x)$$
$$G^{\mathrm{T}}=(g(x_1),g(x_2)\cdots g(x_p))$$

此时产生的预测方差为

$$\varphi(x)=E[(\hat{f}(x)-f(x))^2]=$$
$$E[(w^{\mathrm{T}}Z-z)^2]=\sigma^2(1+w^{\mathrm{T}}Rw-2w^{\mathrm{T}}r)$$

其中：$R=[R_{ik}]=[R(c,x_i,x_k)]$，$(i,k=1,2\cdots n)$；$r=(R(c,x,x_1),\cdots,R(c,x,x_n))^{\mathrm{T}}$。

由于 Kriging 模型要求模型的预测方差最小，所以求解权系数 w 的问题则化为求解预测方差在无偏要求等式 $G^{\mathrm{T}}w(x)=g(x)$约束下的极值问题。利用拉格朗日乘子法求解得到最终结果为

$$w(x)=R^{-1}\cdot A \quad (5)$$
$$A=(r(x)-G(G^{\mathrm{T}}R^{-1}G)^{-1}(G^{\mathrm{T}}R^{-1}r(x)-g(x)))$$

即：$\hat{f}(x)=g(x)\hat{\beta}+r(x)^{\mathrm{T}}\hat{\gamma}$

其中：$\hat{\beta}=(G^{\mathrm{T}}R^{-1}G)^{-1}G^{\mathrm{T}}R^{-1}Y$；$\hat{\gamma}=R^{-1}(Y-G\hat{\beta})$。

该式就是 Kriging 模型的表达式[6]。

在相关函数的作用下，Kriging 方法具有局部估计的特点，这使其在解决非线性程度较高的问题时比较容易取得理想的拟合效果。另外由于输入矢量各方向的核函数的参数 c_j 可以取不同值，所以 Kriging 方法既可以用来解决各向同性问题也可以用来解决各向异性问题。

2 Kriging 方法在导弹扰动引力逼近上的应用

应用 Kriging 方法逼近弹道导弹扰动引力，在构建 Kriging 模型时需要确定模型的确定性漂移函数 $g(x)$和核函数 $R(x)$及参数 c。取确定性漂移函数为

$$g(x)=[\varphi,\lambda,r] \quad (6)$$

式中：φ 为导弹飞行中的地心纬度；λ 为导弹飞行中的地心经度；r 为导弹飞行中的地心矢径。

核函数 $R(x)$取 Guass 模型，参数 c 的取值为(0.1,0.1,10 000)。

取标准弹道上各位置对应的扰动引力分量数据作为 Kriging 模型的样本点。在样本点一定的情况下，向量 $\hat{\beta}$ 和向量 $\hat{\gamma}$ 的值是固定不变的，在 Kriging 模型表达式中只有待求点与样本点数据相关向量 $r=(R(c,x,x_1),\cdots,R(c,x,x_n))^{\mathrm{T}}$需要在弹上实时计算。其他量如样本点相关矩阵 R、向量 $\hat{\beta}$ 和向量 $\hat{\gamma}$ 的计算可在地面诸元计算时完成，减小弹上的计算量。

3 仿真算例及分析

基于射程约为 7 000 km 的一种远程弹道式导弹的标准弹道和地球重力场模型 GEM94 进行仿真计算，用球谐函数展开法计算标准弹道上点的扰动引力值作为 Kriging 插值的样本点数据，用 Kriging 插值模型进行扰动引力的仿真计算。沿标准弹道主动段每隔 5 s 取一组数据，为了减少弹上的计算量，分 2 段进行插值，一级段取定 27 组数据作为样本点；二级段取定 29 组数据作为样本点。取与标准弹道落点射向偏差约为 5 120 m，横向偏差约为 254 m 的干扰弹道作为实际弹道，先用球谐函数展开法计算实际弹道每隔 0.05 s 的扰动引力分量数据作为基准数据。然后用 Kriging 插值模型依据样本点数据计算出沿实际弹道每隔 0.05 s 的扰动引力分量数据，与基准数据进行比较。

经仿真计算，扰动引力在北东天坐标系下 3 个分量偏差随时间的变化图如图 1 所示。由图 1(a)、(b)、(c) 可知一级段偏差标准差为(0.012 16, 0.009 77,0.001 23)毫伽；由图 1(d)、(e)、(f) 可知二级段偏差标准差为(0.121 75, 0.691 74,0.047 24) 毫伽，与有限元方法的计算精度相差不大。扰动引力 Kriging 插值计算相对于球谐函数展开法计算引起的落点偏差为：纵向约为 0.001 8 m、横向约为 0.003 64 m。Kriging 插值地面诸元计算时间不超过 11 ms，弹上插值计算时间不超过 0.07 ms，弹上计算比有限元法快得多。Kriging 插值弹上所需的诸元量有：一级段 3 维数组 $\hat{\beta}$,27 维数组 $\hat{\gamma}$,27 组(r,φ,λ)；二级段 3 维数组 $\hat{\beta}$,29 维数组 $\hat{\gamma}$,29 组(r,φ,λ)。比有限元法弹上所需的诸元量少得多。可见 Kriging 方法用于弹道导弹扰动引力的逼近是可行的。

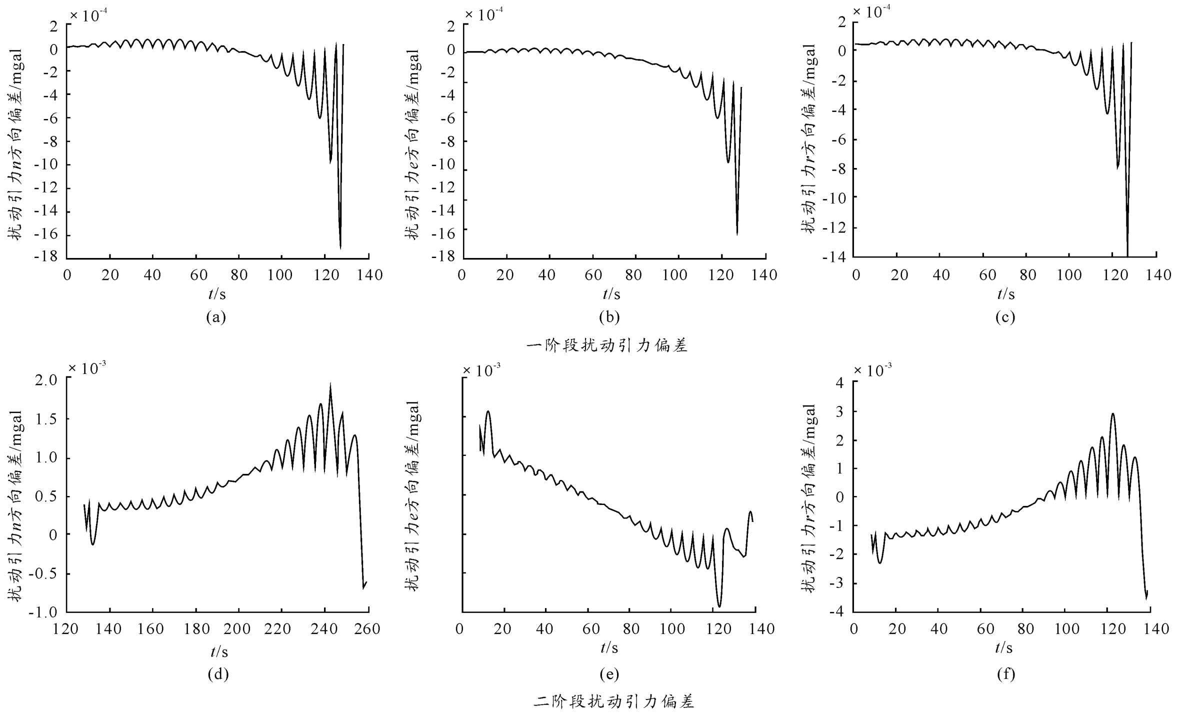

图 1　扰动引力偏差

4　结束语

Kriging 方法能够快速、精确、可靠地逼近弹道导弹扰动引力,提高弹道导弹的射击精度。而且计算量小,对现役导弹完全能够满足弹载计算机的计算能力要求。Kriging 插值逼近模型计算精度高,计算时间短,需要存贮在弹载计算机上的数据量小,尤其预测点偏离标准弹道时仍有很高的逼近精度,该方法完全满足导弹实际飞行导航计算中对引力异常的计算和补偿。

参考文献:

[1]　赵东明,吴晓平. 利用有限元方法逼近飞行器轨道主动段扰动引力[J]. 宇航学报,2003,24(3):309－313.

[2]　赵东明. 弹道导弹扰动引力快速逼近的算法研究[D]. 郑州:中国人民解放军信息工程大学,2001:37－56.

[3]　颜慧敏. 空间插值技术的开发与实现[D]. 南充:西南石油学院,2005:1－10.

[4]　殷弘. Kriging 方法在定量的分子结构与分子化学属性之间关系的建模研究[D]. 武汉:武汉大学, 2005:37－56.

[5]　游海龙,贾新章,张小波,等. Kriging 插值与拉丁超立方试验相结合构造电路元模型[J]. 系统仿真学报,2005,17(11):2752－2754.

[6]　Wim C M van beers, Jack P C Kleijnen. Kriging interpolation in simulation: A survey[C]//Simulation Conference 2004. Proceedings of the 2004 Winter. [S. l.]: [s. n.], 2004:107－115.

(**责任编辑**　陈　松)