

## 小快拍情况下的稳健 GPS 干扰抑制方法

龚文飞<sup>1</sup>, 孙昕<sup>1</sup>, 吴嗣亮<sup>2</sup>

(1. 北京交通大学 电子信息工程学院, 北京 100044; 2. 北京理工大学 信息与电子学院, 北京 100081)

**摘要:** 为了实现小快拍情况下 GPS 干扰的有效抑制, 研究了线性约束条件下基于自适应对角加载的降维空时自适应处理(STAP)抗干扰方法。该方法利用矩阵求逆定理推导出空时自适应处理对角加载量的范围, 进而在多级嵌套维纳滤波(MSNWF)后向迭代过程中实现对角加载。仿真结果分析表明, 相比于传统的线性约束 STAP 算法, 该方法提高了线性约束 STAP 算法在小快拍情况下的抗干扰性能, 进一步减小了 STAP 算法的计算量, 提高了算法的实时性。

**关键词:** 空时自适应处理; 线性约束; 降维; 对角加载; 多级嵌套维纳滤波

中图分类号: TN914.42

文献标识码: B

文章编号: 1000-436X(2010)8A-0143-05

## Robust GPS interference suppression method in the case of small sample size

GONG Wen-fei<sup>1</sup>, SUN Xin<sup>1</sup>, WU Si-liang<sup>2</sup>

(1. School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** To suppress GPS interferences effectively in the case of small sample size, an adaptive reduced-rank space-time adaptive processing (STAP) interference suppression method was proposed based on adaptive diagonal loading in the condition of linearly constrained minimum variance (LCMV). First, the range of diagonal loading value is given according to the matrix inversion theorem. Then the process of diagonal loading factor is realized in the backward recursion of multistage nested Wiener filter (MSNWF). Analysis and results of the experiment show that the proposed method enhances the anti-jamming performance compared to traditional STAP methods. Meanwhile, the computation of STAP can be reduced further and the real-time property can also be enhanced.

**Key words:** space-time adaptive processing; linearly constrained minimum variance; reduced-rank; diagonal loading; multistage nested Wiener filter

### 1 引言

空时自适应处理 (STAP) 技术在不增加阵元的前提下, 大大增加了阵的自由度, 被广泛应用于雷达和通信领域。2000 年 Fante 首次提出在抗干扰 GPS 接收机设计中应用空时自适应滤波(STAP)<sup>[1]</sup>, 改善了接收机的抗干扰性能。Frost 等人进一步提出了线性约束 (LCMV, linearly constrained minimum

variance) 处理器<sup>[2]</sup>, 保证了有用信号的增益为常数, 进一步提高了接收机的抗干扰性能。

但全维 STAP 需要的运算量和存储量十分惊人。在快时变的信号场景中, 由于实时性无法满足, 抗干扰性能将有所下降, 因此降维处理成为近 20 年 STAP 技术研究的热点。麻省理工学院林肯实验室的 Goldstein 于 1998 年提出的多级嵌套维纳滤波 (MSNWF) 降维<sup>[3]</sup>方法, 不需要矩阵求逆及特征

值分解, 降低了运算复杂度, 提高了空时自适应滤波的性能。

实际工作中存在的多种失配情况, 将导致 STAP 的自适应方向图主瓣畸变, 进而带来抗干扰性能下降。目前许多改善波束形成器稳健性的方法中, 应用最为普遍就是对角加载方法。由于其实现起来较为简单, 在不增加运算量的基础上大大提高算法的稳健性, 因此被广泛应用于工程实践中。对角加载算法, 也叫人工噪声注入算法<sup>[4]</sup>, 在小快拍情况下及存在阵元位置误差、阵元增益不一 $\{w_{mn}\}$ 致、阵元间互耦及导向矢量波达方向失配的情况下, 仍然具有较好的稳定性<sup>[5,6]</sup>。

本文提出了线性约束条件下基于 MSNWF 的稳健 GPS 干扰抑制方法。该方法首先利用矩阵求逆定理推导出空时自适应处理对角加载量的范围, 而后在 MSNWF 后向迭代过程中实现对角加载, 提高了 STAP 算法对低快拍的稳健性。仿真结果验证了算法的有效性。

## 2 STAP 抗干扰处理算法

空时自适应处理算法的思想是将一维的空域滤波推广到时间与空间的二维域中, 形成空时二维处理的结构。Brenan 首先提出了空时二维处理的思想<sup>[7]</sup>, 在高斯杂波背景加确知信号的模型下, 根据似然比检测理论导出了一种空时二维处理自适应处理结构, 称为“最优处理器”。

约束空时自适应算法处理结构<sup>[8]</sup>如图 1 所示。天线阵共有  $M$  个阵元, 每个阵元通道后有一个  $N$  阶 FIR 滤波器, FIR 滤波器各抽头输入信号如图 1 所示。

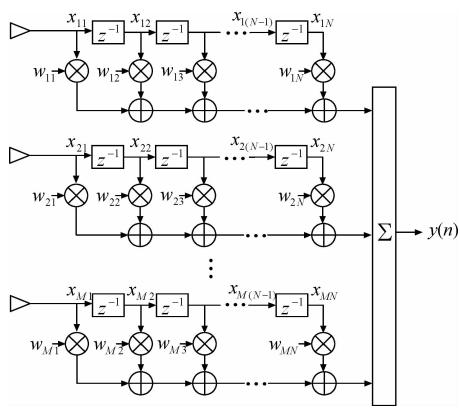


图 1 空时自适应处理结构

图 1 中,  $m=1, 2, \dots, M$ ,  $n=1, 2, \dots, N$  为空时二维权系数。用  $X$  表示输入信号矩阵为

$$X = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1N}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2N}, \dots, x_{M1}, x_{M2}, \dots, x_{MN}]^T \quad (1)$$

用  $MN \times 1$  维向量  $w$  表示处理器权矢量, 各阵元接收数据的协方差矩阵可表示为  $R = E[XX^H]$  ( $MN \times MN$  维), 由线性约束最小方差准则, 有  $K$  个线性约束的最小方差(LCMV)优化方程为<sup>[2]</sup>

$$\begin{cases} \text{Min } E\{|y(n)|^2\} = w^H R w \\ \text{s.t. } C^H w = b \end{cases} \quad (2)$$

其中, 约束矩阵  $C = [c_1, c_2, \dots, c_K]$ , 输出响应矢量  $b = [b_1, b_2, \dots, b_K]^T$ 。利用拉格朗日乘子法可以推导出多约束最小方差处理器的解为

$$w_{\text{opt}} = R^{-1} C (C^H R^{-1} C)^{-1} b \quad (3)$$

## 3 MSNWF 自适应降维 STAP 抗干扰方法

### 3.1 对角加载算法原理

对角加载算法在快拍数据的情况下, 仍然具有较好的稳健性。对角加载的目的是为了对协方差矩阵估计进行修正, 因此以估计协方差矩阵和真实协方差矩阵的误差来决定加载值的大小, 协方差矩阵的估计误差越大, 则加载值也越大。采样协方差  $\hat{R}$  和真实协方差  $R$  的关系为

$$\hat{R} = R + \varepsilon B \quad (4)$$

其中,  $B$  是均值为 0、方差为 1 的随即矩阵,  $\varepsilon$  代表采样协方差矩阵误差的常量。通过对角加载后的矩阵  $R_{dl}$  为

$$R_{dl} = R + \varepsilon B + \gamma I \quad (5)$$

假设  $\varepsilon \|B\| \cdot \|R + \gamma I\|$ , 通过矩阵求逆定理<sup>[9]</sup>, 可以得到对角加载协方差矩阵逆矩阵的近似表示为  $R_{dl}^{-1} = (R + \gamma I)^{-1}$ .

$$\left\{ I - \frac{\varepsilon}{\gamma + \sigma_n^2} B \left[ I - V(V^H V + (\gamma + \sigma_n^2) A^{-1})^{-1} V^H \right] \right\} \quad (6)$$

从上式可以看出, 第一个括号内的部分接近于  $R$ , 对角加载值应该小于协方差矩阵的对角元素:

$$\gamma < R(i,i), i=1, \dots, MN \quad (7)$$

从式(6)可以看出, 自适应波束性能的降低主要由大括号内的项引起, 如果大括号内的第二项为 0, 这时就是最优的波束形成器。因此希望  $\varepsilon < \gamma + \sigma_n^2$ , 且  $\gamma > 0$ , 可以得到对角加载值的取值范围为

$$\varepsilon \leq \gamma < R(i,i), i=1, \dots, MN \quad (8)$$

其中， $\boldsymbol{\varepsilon}$  为采样协方差矩阵和真实协方差矩阵之间的误差。真实的协方差矩阵是无法确定的，因此从表面上看  $\boldsymbol{\varepsilon}$  似乎无法确定。但是，真实协方差矩阵的对角元素是每一阵元接收信号的自相关，大小相同，而采样协方差矩阵的每一个元素都存在误差，误差矩阵  $\mathbf{B}$  的均值为 0，因此，实际协方差矩阵的对角元素值可以通过采样协方差矩阵的对角元素的平均值来进行估计<sup>[10]</sup>，即

$$\bar{\mathbf{R}}(i,i) = \text{trace}(\mathbf{R}) / MN \quad (9)$$

同时，采样协方差矩阵的误差  $\boldsymbol{\varepsilon}$  可以用协方差矩阵对角元素的标准差来进行估计<sup>[11]</sup>，即

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \text{std}(\text{diag}(\mathbf{R})) \quad (10)$$

其中， $\text{diag}$  代表矩阵的对角元素， $\text{std}$  是标准差。因此，对角加载值的选取应满足式(11)。

$$\text{std}(\text{diag}(\mathbf{R})) \leq \gamma < \text{trace}(\mathbf{R}) / MN \quad (11)$$

### 3.2 基于多级嵌套维纳滤波器的 LCMV 算法

多级嵌套维纳滤波为开环结构滤波，图 2 为线性约束条件下  $D$  阶多级嵌套维纳滤波结构框图。图中  $w_i$ 、 $d_i$  和  $\varepsilon_i$  分别表示第  $i$  级维纳滤波的权系数、期望信号和滤波误差； $\mathbf{h}_i$  表示第  $i$  级匹配滤波器，为前一级期望信号和输入数据的互相关的归一化矢量，即  $\mathbf{h}_i = \frac{\mathbf{r}_{X_{i-1}d_{i-1}}}{\sqrt{\mathbf{r}_{X_{i-1}d_{i-1}}^H \mathbf{r}_{X_{i-1}d_{i-1}}}}$ ； $\mathbf{B}_i$  为第  $i$  级阻塞矩阵，

满足  $\mathbf{B}_i \mathbf{h}_i = 0$ ，用于“阻塞”  $\mathbf{r}_{X_{i-1}d_{i-1}}$  中的信号分量，阻塞矩阵的选择方法较多，最佳选择为  $\mathbf{B}_i = \mathbf{I} - \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H$ ，此时匹配滤波器是单位正交的。

### 3.3 基于自适应对角加载的降维 STAP 算法

输入数据经过匹配滤波器后得到各级的期望信号  $d_1(k), d_2(k), \dots, d_D(k)$ ，期望信号与输入数据  $X_0(k)$  所包含的有用信息相同<sup>[11]</sup>。协方差矩阵  $\mathbf{R}_{X_0}$

与协方差矩阵  $\mathbf{R}_d$  包含的信息相同，但  $\mathbf{R}_d$  维数降维  $D \times D$ ，后续的处理可以在降维后的数据上进行处理，降低了运算量。

从降维后的数据  $d_1(k), d_2(k), \dots, d_D(k)$  中估计参考信号  $d_0(k)$  的维纳滤波器系数可表示为

$$\mathbf{w}_d^{(D)} = \mathbf{R}_d^{-1} \mathbf{r}_{dd_0} \quad (12)$$

为了降低噪声的扩散度和加载量对大特征值对  $\mathbf{w}_d^{(D)}$  影响，考虑采用与对协方差矩阵  $\mathbf{R}_{X_0}$  进行对角加载类似的处理，即在降维后的协方差矩阵  $\mathbf{R}_d$  上再加上一个对角阵，用加载后的矩阵代替加载前的协方差矩阵  $\mathbf{R}_d$ 。

由于选择了最优的阻塞矩阵  $\mathbf{B}_i = \mathbf{I} - \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H$ ，所以  $[\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{D-1} \ \mathbf{h}_D]$  标准正交向量组，从而可以利用矩阵  $\mathbf{T}_D$  对对角加载后的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{dl}$  进行三对角化为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_D^H \mathbf{R}_{dl} \mathbf{T}_D &= \mathbf{T}_D^H (\mathbf{R}_{X_0} + \gamma \mathbf{I}_{(M-1)N+1}) \mathbf{T}_D \\ &= \mathbf{R}_d + \gamma \mathbf{I}_D \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_{d_1}^2 + \gamma & \delta_2^* & & & \\ \delta_2 & \sigma_{d_2}^2 + \gamma & \delta_3^* & & \\ & \delta_3 & \sigma_{d_3}^2 + \gamma & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \delta_D^* \\ & & & \delta_D & \sigma_{d_D}^2 + \gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

即对降维后的协方差矩阵  $\mathbf{R}_d$  进行对角加载等效于对降维前的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{X_0}$  进行对角加载。

对于数据输入层次的 MSNWF 应用，可以将 LCMV 的应用转化为无约束的维纳滤波问题。令  $\mathbf{w}_q = \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C}) \mathbf{b}$ ， $\mathbf{B}$  为其阻塞矩阵， $\mathbf{B} \mathbf{w}_q = 0$ 。

对角加载算法的多级嵌套维纳滤波的整个实

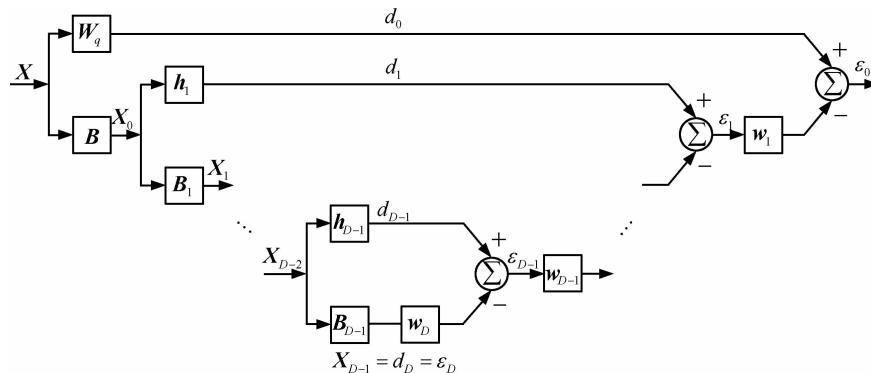


图 2 多级嵌套维纳滤波结构

现过程如下。

$$1) \text{ 迭代初始化: } d_0(k) = \mathbf{w}_q^H \mathbf{X}(k), \quad \mathbf{X}_0(k) = \mathbf{B} \mathbf{X}(k).$$

2) 前向迭代过程(分解过程):

for  $i = 1, 2, \dots, D$

$$\delta_i = \left\| \mathbf{E} \left[ d_{i-1}^*(k) \mathbf{X}_{i-1}(k) \right] \right\|$$

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{E} \left[ d_{i-1}^*(k) \mathbf{X}_{i-1}(k) \right] / \delta_i$$

$$d_i(k) = \mathbf{h}_i^H \mathbf{X}_{i-1}(k)$$

$$\mathbf{X}_i(k) = \mathbf{X}_{i-1}(k) - \mathbf{h}_i d_i(k)$$

3) 后向迭代过程(合成过程):

$$\varepsilon_D(k) = d_D(k)$$

$$\gamma_D = f(\sigma_{d_D}^2)$$

for  $i = D, D-1, \dots, 1$

$$w_i = \delta_i / \left( \mathbf{E} \left[ |\varepsilon_i(k)|^2 \right] + \gamma \right)$$

$$\varepsilon_{i-1}(k) = d_{i-1}(k) - w_i^* \varepsilon_i(k)$$

## 4 性能仿真分析

为了验证算法的有效性, 进行如下仿真。

阵元和空时处理结构设置阵元结构为 6 阵元线阵, 阵元间距  $d = \lambda/2$ ,  $\lambda$  是接收卫星信号载波频率对应的波长。空时处理结构如图 1 所示, FIR 滤波器阶数  $N=6$ 。

信号和干扰参数的设置见表 1。

表 1 仿真时设置的信号和干扰的参数

信号类型	中心频率/MHz	带宽/MHz	信号来向/度	信噪比/dB
卫星信号	15.5	20.46	0	-31
宽带干扰 1	15.5	20	20	24
宽带干扰 2	15.5	15	40	24
宽带干扰 3	15.5	10	-20	24
宽带干扰 4	15.5	5	-40	24

通常情况下, 多级嵌套维纳滤波经过  $D$  ( $D \leq MN$ ) 次迭代即可以达到满秩, 根据仿真所设置的阵列和空时处理结构以及干扰的场景, 在大快拍情况下进行满秩仿真, 发现  $D=8$  即可以达到满秩, 为了确保低快拍情况下  $D$  ( $D \leq MN$ ) 次迭代可以达到满秩, 取  $D=10$ 。

为了验证算法的有效性, 下面就算法对快拍数的稳健性进行分析比较。

输入信号如表 1 中所示, 4 个宽带压制式干扰和加性高斯白噪声的卫星导航信号, 其中取卫星信号所调制的扩频伪码为应用于 GPS 的 P 码, 码速率

为 10.23MHz。快拍数从 100 变换到 600。图 3 给出了传统线性约束空时自适应处理算法和本文算法输出信干噪比随快拍数的变化曲线。由实验结果可以看出, 本文算法总体性能上优于传统线性约束空时自适应处理算法的滤波性能。

图 4 和图 5 为快拍数等于 300 时 2 种算法形成的方向图。由图可以清楚地看出, 由于受小快拍影响, 传统线性约束空时自适应处理算法形成的方向图比较凌乱, 在干扰方向以外方向上也产生零陷, 同时在信号方向上的增益不够大。本文算法在干扰方向产生零陷的同时在信号方向上的增益最高, 提高了接收机的抗干扰性能。

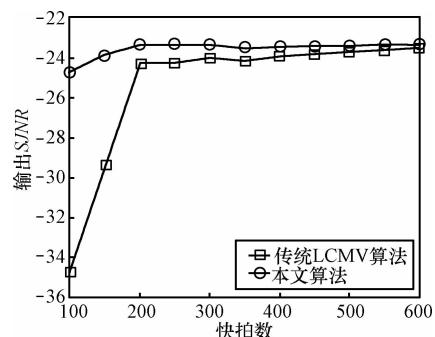


图 3 输出信噪比随快拍数变化的曲线

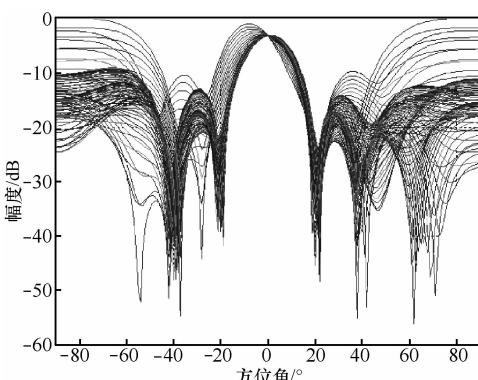
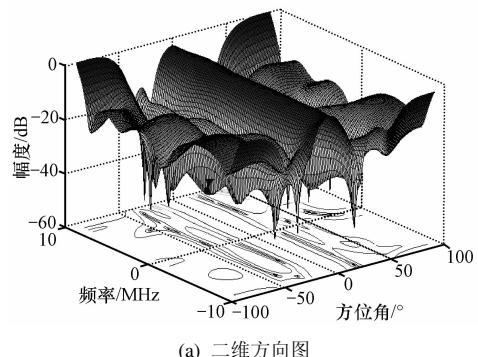


图 4 低快拍情况下传统线性约束空时自适应处理算法

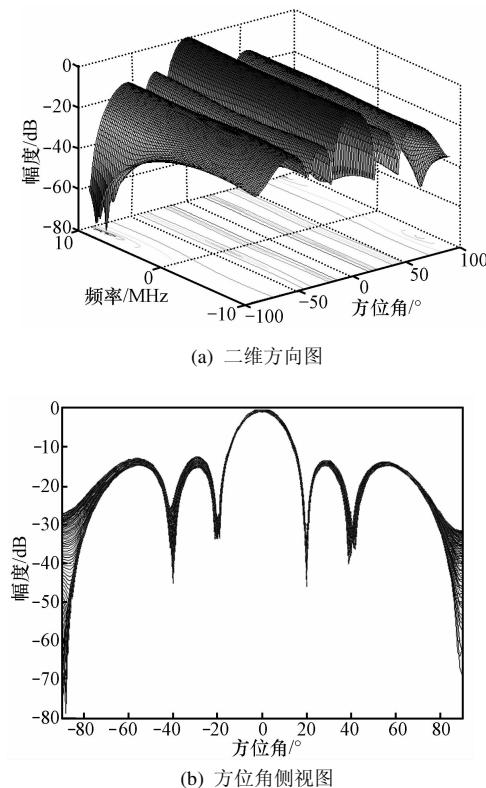


图 5 低快拍情况下本文算法方向图

## 5 结束语

本文提出的线性约束条件下基于 MSNWF 的稳健 GPS 干扰抑制方法,首先利用矩阵求逆定理推导出空时自适应处理对角加载量的范围,其次给出线性约束条件下 STAP 算法的 MSNWF 实现形式,而后通过在 MSNWF 后向迭代过程实现对角加载算法,提高了线性约束 STAP 算法的滤波性能。仿真结果表明该方法有效性。本文方法在减小运算量的同时,实现了 GPS 干扰的有效抑制,不失为一种实用的 GPS 干扰抑制方法。

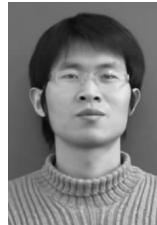
## 参考文献:

- [1] FANTE R L, VACCARO J J. Wideband cancellation of interference in a GPS receive array [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(2): 549-564.
- [2] FROST O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing[A]. Proceedings of the IEEE[C]. 1972:926-935.
- [3] GOLDSTEIN J S, REED I S, SCHARF L L. A multistage representation of the Wiener filter based on orthogonal projections [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 2943-2959.
- [4] CARLSON B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal

loading in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1988, 24(4): 397-401.

- [5] MESTRE X, LAGUNAS M A. Finite sample size effect on minimum variance beamformers: optimum diagonal loading factor for large arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(1): 69-82.
- [6] ELNASHAR A, ELNOBI S M, EI-MIKATI H A. Further study on robust adaptive beamforming with optimum diagonal loading[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2006, 54(12): 3647-3658.
- [7] BRENNAN L E, REED I S. Theory of adaptive radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(2):237-252.
- [8] 龚耀寰. 自适应滤波--时域自适应滤波和智能天线(第二版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003. 295-297.
- [9] GONG Y H. Adaptive Filter [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003. 295-297.
- [10] ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [11] MA N, GOH J T. Efficient method to determine diagonal loading value[A]. Proc ICASSP[C]. 2003:341-344.
- [12] 王永良, 丁前军, 李荣峰. 自适应阵列处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [13] WANG Y L, DING Q J, LI R F. Adaptive Array Processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.

## 作者简介:



龚文飞 (1981-), 男, 安徽亳州人, 北京交通大学博士生, 主要研究方向为卫星导航信号处理及抗干扰技术。



孙昕 (1968-), 女, 吉林通化人, 北京交通大学教授, 主要研究方向为信息论、专业移动通信以及数字信号处理等。



吴嗣亮 (1964-), 男, 安徽绩溪人, 北京理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为现代信号处理的理论与应用、扩频通信、雷达系统理论与技术、电子系统仿真与信号模拟等。