

# 基于子结构方法的PCB板支撑布局优化

刘孝保<sup>1,2</sup>, 杜平安<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学机械电子工程学院 昆明 650500; 2. 电子科技大学机械电子工程学院 成都 611731)

**【摘要】**根据PCB板结构的特点,利用自由度凝聚技术给出了元器件模型的自由度凝聚方法,并在此基础上利用子结构安装技术给出了PCB板支撑布局优化建模方法。该方法大大缩减了结构优化分析自由度的数量,并便于实现元器件计算结果的重用。提出了支撑点与PCB板节点不重合时的解决方法。利用遗传算法和ANSYS二次开发技术相结合,开发了支撑布局优化求解程序。优化算例结果表明该优化方法是有效的和可行的。

**关键词** 自由度凝聚; 动态性能; 遗传算法; 子结构方法; PCB板; 支撑布局优化

**中图分类号** TP183

**文献标识码** A **doi:**10.3969/j.issn.1001-0548.2011.05.031

## Support Position Layout Optimization Method of PCB Based on Substructure Method

LIU Xiao-bao<sup>1,2</sup> and DU Ping-an<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical & Electrical Engineering, Kunming University of Science & Technology Kunming 650500;

2. School of Mechatronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 611731)

**Abstract** By using method of condensation of degree of freedom, a condensation method of degree of freedom for parts and components is proposed, and base on this method, a new support position layout optimization method in printed circuit board structure is built up. This optimization method makes computation amount reduce greatly and reuse the condensation model easily. Additionally, by using genetic algorithm method and second-develop technique, the solving software is developed. Optimization examples show the optimization method is feasible and effective for engineering projects.

**Key words** condensation of degree of freedom; dynamical property; genetic algorithm; method of substructure; PCB; support position layout optimization

PCB板作为元器件的安装和支撑平台,是电子设备的核心部件。不同支撑布局将会影响PCB板的刚度分布,进而影响动态性能,因而支撑布局优化是提高PCB板动态性能最简便的措施。近年来,研究人员对PCB板布局优化进行了相关的研究,但主要集中在元器件布局优化<sup>[1-2]</sup>和布线优化<sup>[3]</sup>两个方面,对PCB板的支撑布局优化方面的研究较少。

本文针对PCB板支撑布局优化的特点,建立了元器件的自由度凝聚方法和PCB板支撑布局的优化方法,并提出了支撑位置和PCB板节点不重合的解决办法。在优化模型的求解上,结合ANSYS二次开发技术和遗传算法,开发了优化求解程序,并进行了支撑布局优化方法的算例验证。

### 1 元器件模型的自由度凝聚

PCB板支撑布局优化是通过改变支撑点的位置

以获取PCB板动态性能的最优,因此优化计算时元器件的结构并没有改变。如果采用传统的动态性能优化方法,每次迭代分析时都必须对所有结构重新离散和计算,因而计算量很大。

为此,本文利用动态自由度凝聚技术<sup>[4-6]</sup>,以PCB上元器件作为凝聚对象建立了元器件的可重用自由度缩减模型。下面以图1所示结构为例阐述元器件缩减模型的建立方法。

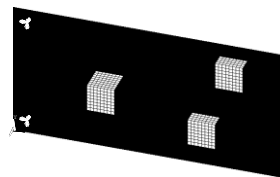


图1 PCB板组件示意图

#### 1.1 元器件的离散

首先对PCB板上的元器件进行有限元离散,离散后元器件的无阻尼振动方程为:

$$M\ddot{u} + Ku = F \quad (1)$$

式中,  $M$ 、 $K$ 、 $F$ 、 $u$  分别为元器件的质量矩阵、刚度矩阵、载荷向量和位移向量, 其中  $F$  包括外载向量和与 PCB 板之间的载荷向量。

### 1.2 元器件的自由度凝聚

将元器件自由度划分为主自由度和副自由度两部分。式(1)各矩阵可表示为:

$$\begin{cases} u = \begin{bmatrix} u^m \\ u^s \end{bmatrix} \\ M = \begin{bmatrix} M^{mm} & M^{ms} \\ M^{sm} & M^{ss} \end{bmatrix} \\ K = \begin{bmatrix} K^{mm} & K^{ms} \\ K^{sm} & K^{ss} \end{bmatrix} \\ F = \begin{bmatrix} F^m \\ F^s \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

式中, 上标  $m$  表示主自由度;  $s$  表示副自由度。

设元器件的第  $j$  阶模态特征值为  $\lambda_j$ , 则式(1)的模态方程为:

$$\begin{bmatrix} K^{mm} & K^{ms} \\ K^{sm} & K^{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^m \\ u^s \end{bmatrix} - \lambda_j \begin{bmatrix} M^{mm} & M^{ms} \\ M^{sm} & M^{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^m \\ u^s \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

通过矩阵、向量之间的运算, 式(3)等效为:

$$\begin{cases} K^{mm}u^m + K^{ms}u^s - \lambda_j(M^{mm}u^m + M^{ms}u^s) = 0 \\ K^{sm}u^m + K^{ss}u^s - \lambda_j(M^{sm}u^m + M^{ss}u^s) = 0 \end{cases}$$

由  $K^{sm}u^m + K^{ss}u^s - \lambda_j(M^{sm}u^m + M^{ss}u^s) = 0$  可得:

$$u^s = -(K^{ss} - \lambda_j M^{ss})^{-1} (K^{sm} - \lambda_j M^{sm}) u^m \quad (4)$$

对于较低的频率, 从被缩减的自由度上的惯性力和从主自由度传递过来的弹性力相比较小, 可忽略<sup>[7]</sup>。这样, 结构质量分配到元器件的主自由度上, 略去式(4)中的动力耦合量, 可得:

$$u^s = -(K^{ss})^{-1} K^{sm} u^m \quad (5)$$

因此位移向量可写成:

$$\begin{bmatrix} u^m \\ u^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -(K^{ss})^{-1} K^{sm} \end{bmatrix} u^m = \begin{bmatrix} I \\ \Phi_c \end{bmatrix} u^m \quad (6)$$

将式(6)代入式(1), 可得元器件经自由度凝聚后的无阻尼振动方程为:

$$M^G \ddot{u}^m + K^G u^m = F^m \quad (7)$$

其中, 刚度矩阵和质量矩阵分别为:

$$K^G = K^{mm} - K^{ms} (K^{ss})^{-1} K^{sm} \quad (8)$$

$$M^G = M^{mm} + (\Phi_c)^T M^{ss} \Phi_c + M^{ms} \Phi_c + (\Phi_c)^T M^{sm} \quad (9)$$

这样, 经自由度凝聚变换, 将原来共有  $n_0$  个自由度的元器件缩减到只具有  $n_m$  个自由度。由于通常只是选择很少部分的自由度作为主自由度, 因此

$n_m \ll n_0$ , 从而使元器件模型自由度数量大为降低。

## 2 PCB板支撑布局优化方法建立

本文以图1中的PCB板结构模型为例, 建立具有4个支撑位置的PCB板支撑布局优化模型, 如图2所示。PCB板上的4个可优化的支撑点分别为  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$ 。

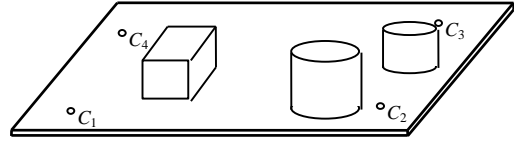


图2 PCB板组件及支撑布局示意图

### 2.1 设计变量

对于PCB板, 设计变量为支撑布局位置参数  $P(p_1, p_2, \dots)$ ,  $p_i = [x \ y]^T$ ,  $x$ 、 $y$  分别为元器件  $x$ 、 $y$  方向的位置坐标。工程中可将支撑点位置设置为对称, 从而减少独立的支撑设计变量以简化布局优化模型<sup>[8]</sup>。

### 2.2 目标优化函数模型建立方法

模态频率最能体现结构的固有特性, 且能避免共振具有良好的工程操作性<sup>[9]</sup>, 因而结构动态性能分析中通常最关心的是模态频率, 特别是低阶模态频率。为避免外界激励对结构的影响, 希望结构的模态频率较大, 因此本文用结构的一阶模态频率负值  $(-\omega(p))$  为目标函数。

### 2.3 优化结构模型组装

当元器件自由度凝聚和PCB板离散完成后, 需利用有子结构组装方法将凝聚后的模型进行组装, 从而建立目标优化模型。假设支撑点和PCB板节点重合, 组装利用连接界面的位移协调性<sup>[5-6]</sup>指定节点的约束, 即有:

$$u^B = u_{PCB}^B \quad (10)$$

式中,  $u^B$  为连接边界节点位移;  $u_{PCB}^B$  为PCB板上对应节点的位移。利用有限元“对号入座”的组装方法, 将支撑点和PCB板组件模型组装, 即得整体结构的无阻尼自由振动方程<sup>[1,9]</sup>:

$$\tilde{M}\ddot{u} + \tilde{K}u = 0 \quad (11)$$

由于PCB板没有自由度凝聚, 因此经自由度凝聚和总体结构组装后, 整体结构总体自由度为:

$$n_{total} = \sum n_m + n_{PCB} \quad (12)$$

式中,  $n_m$  为元器件凝聚后的自由度数量;  $n_{PCB}$  为PCB板的自由度数量。

通常, 选取的自由度数量远小于结构模型本身的自由度数量  $n_0$ , 即  $n_m \ll n_0$ , 且对于较复杂的PCB板和元器件组件, PCB板的自由度数量较小, 因此

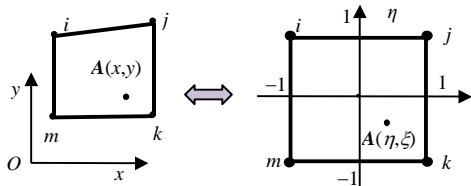
凝聚后的自由度数量为:

$$n_{\text{total}} \ll \sum n_0 + n_{\text{PCB}} \quad (13)$$

## 2.4 支撑点和PCB板节点的不重合处理方法

PCB板离散后,节点位置确定,而支撑点是连续变量,因此支撑点可能与PCB节点不重合,为此可利用形函数插值方法施加PCB板的支撑约束。由于PCB板支撑的接触部分为平面,本文以四节点平面线性单元为例介绍节点不重合的处理方法。

利用映射原理将实际离散后的四边形单元(图3a)映射为四节点平面母单元(图3b)。



a. 离散后的四边形单元 b. 映射后的四节点平面母单元

图3 PCB板组件及支撑布局示意图

该单元的形函数<sup>[10]</sup>表示为:

$$N_i = \frac{(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)}{4} \quad (14)$$

式中,  $\xi_0 = \xi_i \xi$ ;  $\eta_0 = \eta_i \eta$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ 。

因此,通过插值,该单元内部支撑点处的位移可表示为:

$$\begin{cases} u = \sum_{i=1}^4 N_i u_i \\ v = \sum_{i=1}^4 N_i v_i \end{cases} \quad (15)$$

由于支撑点是固定约束,因此该节点处的位移为零,即:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 N_i u_i = 0 \\ \sum_{i=1}^4 N_i v_i = 0 \end{cases} \quad (16)$$

式(16)即为该支撑点的约束方程。经形函数的插值方法实现了与PCB节点不重合约束点对PCB板结构的支撑约束。

## 3 基于遗传算法的优化实现方法

遗传算法是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的自适应全局概率搜索算法,它对目标函数要求较宽松<sup>[11]</sup>。结合ANSYS二次开发技术,PCB板支撑布局优化遗传算法计算流程如图4所示。

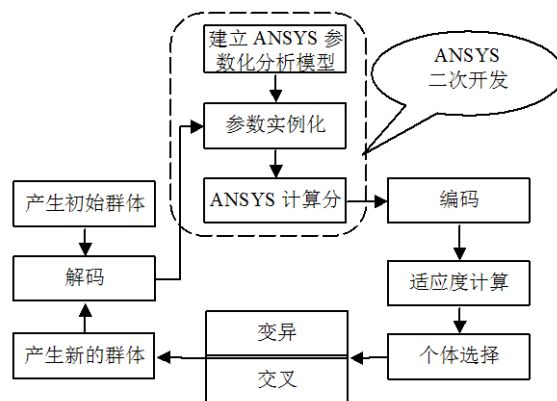


图4 结合ANSYS的遗传算法计算流程

## 4 优化分析实例

### 4.1 分析实例1

为验证支撑布局优化模型,本文以图1所示结构为例进行分析,假设支撑位置为3个,支撑位置 $C_1$ 为可优化支撑,其可优化支撑布局如图5所示。

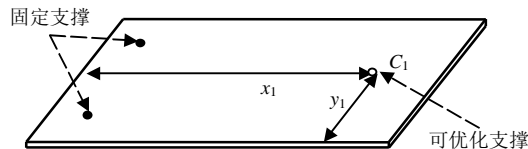


图5 支撑布局优化位置示意图

该结构由PCB板和3个元器件组成,各部分材料和尺寸如表1所示。

表1 结构材料参数

参数名称	PCB板	元器件
弹性模量 $E/\text{Pa} \times 10^{10}$	2.5	7.0
泊松比 $\nu$	0.29	0.33
密度 $\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	1 971	2 650.5

凝聚前,整体结构的自由度数量为3 402个;自由度凝聚后,整体结构的自由度数量为486个,因此通过自由度凝聚可使结构的自由度数量大为减少。

本文利用所开发的支撑布局优化程序,计算出结构的最优位置为 $x=0.15$ 、 $y=0.05$ ,模态频率大小为214.720 5 Hz,即该处为最优布局位置,使结构的模态频率最大。

为了便于结果对比,本文利用ANSYS二次开发,对结构进行离散穷举分析,结构支撑位置 $(x, y)$ 与一阶频率负值 $-f$ 的等高线关系图如图6所示。

从图6中可以看出,模态频率负值最小出现在板 $x=0.15$ 、 $y=0.05$ 处,与布局优化方法计算结果完全吻合,因此优化结果合理。

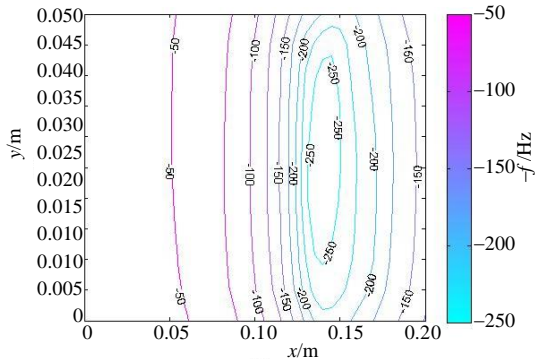


图6 支撑布局与模态频率负值 $-f$ 关系图

### 4.2 分析实例2

本文采用与实例1相同的有限元模型,同时增加一个可优化支撑点 $C_2$ ,可优化支撑布局如图7所示。

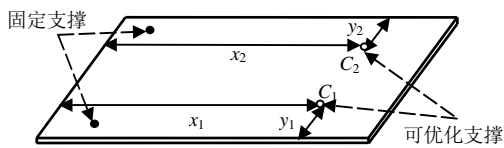


图7 支撑布局优化位置示意图

为了减少独立优化变量,设 $x_1=x_2$ ,  $y_1=y_2$ 。经离散和组装后,利用遗传算法计算获得该模型优化解为 $x_1=x_2=0.14$ ,  $y_1=y_2=0.025$ ,模态频率负值为 $-266.751$  Hz。结构支撑布局位置 $(x,y)$ 与一阶频率负值 $-f$ 的等高线关系图如图8所示。

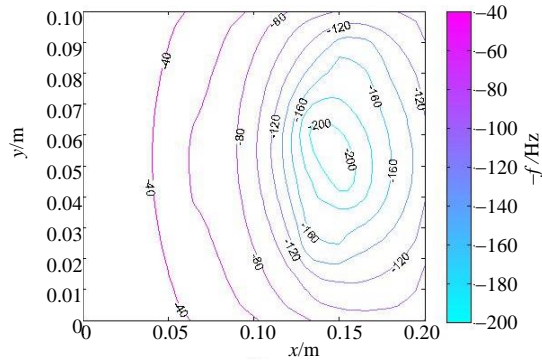


图8 支撑布局与模态频率负值 $-f$ 关系图

由图8可以看出,最优布局位置和优化程序计算结果吻合,因此优化结果合理。同时,对于同样的模型,通过增加一个约束位置,使结构的刚度增加,其最优结构一阶频率显著提高,可从 $214.720$  Hz提高到 $266.751$  Hz,说明增加支撑点的数量也是提高模态频率的有力措施。

## 5 结 论

通过PCB板支撑布局优化方法的建立过程可看

出,本文提出的优化方法利用自由度凝聚技术大大缩减了模型的自由度规模,并实现了元器件组件计算结果的重用,同时对支撑位置与PCB板节点不重合的问题提出了处理方法。在优化模型的实现上,结合遗传算法和ANSYS二次开发技术开发了优化求解程序,从而可以快速地获得优化解。由实例可看出,本文方法是PCB板结构支撑布局的实用优化方法。

### 参 考 文 献

- [1] STIVER D. Beating the heat[J]. Printed Circuit Design, 2003, 20(2): 8-10.
- [2] 李晓明, 高泽溪, 吕善伟. 电路板上电子元件位置的优化[J]. 电子学报, 1999, 27(7): 76-78.  
LI Xiao-ming, GAO Ze-xi, LÜ Shan-wei. Optimal placement of electronic components in electronic board[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(7): 76-78.
- [3] NOTEBOOM R, ALI HESHAM H. New genetic algorithm for single row routing[C]//Midwest symposium on Circuits and Systems. [S.l]: IEEE, 1995.
- [4] BIONDI B, MUSCOLINO G, SOFI A. A substructure approach for the dynamic analysis of train-track-bridge system[J]. Computers and Structures, 2005, 83(28): 2271-2281.
- [5] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices[J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 56-75.
- [6] YANG Qiu-wei, LIU Ji-ke. An improved method for structural finite element modal reduction[J]. Mechanics in Engineering, 2006, 28(2): 70-72.
- [7] 陈塑寰. 结构振动分析的矩阵摄动理论[M]. 重庆: 重庆出版社, 1991.  
CHEN Su-huan. Matrix perturbation theory in structure analysis[M]. Chongqing: Chongqing Publishing House, 1991.
- [8] CHEN Su-huan, YANG Zhi-jun. The layout optimization of stiffeners for plate-shell structures[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 48(4): 365-373.
- [9] 胡如夫, 孙庆鸿, 陈南, 等. 高精度内圆磨床结构动态优化设计研究[J]. 中国机械工程, 2002, 13(18): 1542-1544.  
HU Ru-fu, SUN Qing-hong, CHEN Nan, et al. Research on structure dynamic optimization design of high precision of internal grinder[J]. China Mechanical Engineering, 2002, 13(18): 1542-1544.
- [10] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.  
WANG Xu-cheng. Finite element method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.
- [11] SAKAIT J, CHANG G H. PCB layout design using a genetic algorithm[J]. Journal of Electronic Packaging, Transactions of the ASME, 1996, 118(1): 11-15.

编辑 黄 莘