基于模 *m* 的 *n* 方根的前向安全数字签名方案的分析与改进

刘亚丽[1,2]，秦小麟[1]，殷新春[3]，李博涵[1]

(1. 南京航空航天大学 信息科学与技术学院，江苏 南京 210016；
2. 徐州师范大学 计算机科学与技术学院，江苏 徐州 221116；3. 扬州大学 信息工程学院，江苏 扬州 225009)

摘 要：前向安全在实际应用中起着有效减少因签名密钥泄露而带来损失的重要作用，在密码学研究中成为热点。针对基于模 *m* 的 *n* 方根难题的前向安全数字签名方案进行了详细的安全性分析，发现此类方案均存在安全隐患，不具备前向安全性，并总结出前向安全数字签名方案攻击者成功伪造有效签名的本质原因。同时，根据有限域上数字签名所基于的困难性问题，通过利用与当前私钥有关的信息进行签名的方法对其中一种前向安全数字签名方案进行了改进。详细的安全性和效率分析表明，改进方案具有前向安全性和抗伪造性，有效地提高了签名的速度。改进方法也同样适用于此类基于模 *m* 的 *n* 方根难题的其他签名方案，对于进一步设计前向安全代理签名、前向安全群签名、前向安全多重签名等一些特殊数字签名方案具有指导意义。

关键词：前向安全；数字签名；模 *m* 的 *n* 方根

中图分类号：TP309 **文献标识码**：A **文章编号**：1000-436X(2010)06-0082-07

Analysis and improvement for forward security digital signature schemes based on *n-th* root module *m*

LIU Ya-li[1,2], QIN Xiao-lin[1], YIN Xin-chun[3], LI Bo-han[1]

(1. College of Information Science & Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. College of Computer Science and Technology, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221116, China;
3. College of Information and Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China)

Abstract: Forward security plays an important role in reducing the loss that aroused for the reason of secret keys exposure effectively, which has been becoming a hotspot in the researches of cryptography.It's found that these existing schemes have security omission and are lack of forward security through the detailed security analysis of forward-secure digital signature schemes based on *n-th* root module *m* hard problem. It's necessary to explain the essential reason that an adversary succeeded in forging the valid signatures based on the class of forward-secure digital signature schemes through the security analysis. In addition, according to the hard problem of digital signature scheme in the finite field, one of the signature schemes was improved by using the information about the current secret key to sign the message. The analysis of security and efficiency shows that the improved scheme has the features of forward-secure and resisting forging attack, as well as higher signing speed. The proposed method is equally applicable to such other digital signature schemes based on *n-th* root module *m* hard problem. Moreover, this improved method has guiding significance and practical application values to further optimal design of some special signature schemes such as forward-secure proxy signature scheme, forward-secure group signature scheme, and forward-secure multi-signature scheme etc.

Key words: forward-secure; digital signature; *n-th* root module *m*

收稿日期：2010-01-25；**修回日期**：2010-05-05

基金项目：国家自然科学基金资助项目（60673127）；国家高技术研究发展计划（"863"计划）基金资助项目（2007AA01Z404）；江苏省科技支撑计划基金资助项目（BE2008135）；工信部电子信息产业发展基金资助项目；南京航空航天大学青年科技创新基金资助项目（NS2010101）

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (60673127); The National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2007AA01Z404); The Science & Technology Pillar Program of Jiangsu Province (BE2008135); The Electronic Development Foundation of the Ministry of Information Industry; Youth Innovation Foundation of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics(NS2010101)

1　引言

前向安全数字签名是信息安全风险控制的措施之一，也是目前密码学研究的热点。1997 年，Ross Anderson 首次提出前向安全的概念[1]，解决了通常数字签名的一些缺陷：一旦密钥丢失(或被窃取)，由这个密钥生成的以前所有签名都变得无效。Bellare 和 Miner 第一次给出了前向安全签名的正式定义，并基于 A.Fiat 和 A.Shamir 的签名方案[2]给出了 2 个前向安全签名方案[3,4]。前向安全方法的目标是如果在某一时间段签名密钥被盗取，攻击者虽然可以伪造此时段后的签名，但无法伪造密钥被盗取时段前的签名。其思想本质是数字签名安全的风险控制，即将签名密钥被盗后对系统安全所造成的影响和损失尽可能减少到最小。

随着前向安全特性的提出，前向安全数字签名方案已成为信息安全领域的研究热点。Tal M 等提出具有无界时间段的前向安全数字签名方案[5]，ANTON K 等提出快速密钥更新的前向安全数字签名方案[6]；此外将前向安全特性和其他特殊的签名方案结合，进一步设计具有前向安全特性的特殊数字签名方案，如李如鹏等提出的高效撤销成员的前向安全群签名方案[7]，王晓明等提出的前向安全的多重数字签名方案[8]，彭华熹等提出的基于双线性映射的前向安全门限签名方案[9]等。同时前向安全的概念在电子货币系统[10]、密钥交换协议[11]等方面有着重要的应用。在特定的应用领域如何真正保证前向安全特性，从而提高整个方案的安全性是个亟待解决的问题。近年来众多学者提出的前向安全数字签名方案在密钥的进化上使用最多的是使基于模 m 的 n 方根难题[8,9]作为单向函数，实际上具有因子分解难度。如何让密钥演进与签名结合起来是个较难解决的问题，以及如何寻找更多单向密钥更新算法来构造前向安全数字签名方案，均将是今后前向安全数字签名方案值得进一步研究的问题。

基于模 m 的 n 方根难题的前向安全数字签名方案[12~18]的共同点是密钥演进均采用求密钥模 m 的 n 方根，试图为签名加上一个“时间戳”，防止签名者对先前时间段签名的抵赖。由于可以使用后继密钥的信息对当前时段的消息进行签名，虽然密钥是前向安全的，但是签名却不具备前向安全性，使得密钥的进化没有任何意义。虽然一些学者指出其中某些方案存在的安全漏洞不能抵抗攻击者的攻击，但均没有系统地总结出此类签名方案存在安全漏洞的本质原因。本文针对文献[12~18]提出的一类基于模 m 的 n 方根难题的前向安全数字签名方案中的代表方案[12~14]分别进行了详细的安全性分析，发现攻击者如果得到签名者某一签名时段的签名密钥，即可伪造任何签名时段的有效签名(包括此时段前的签名)，得出这些方案[12~18]均不具备前向安全性的结论，进而总结出对于此类前向安全数字签名方案攻击者成功伪造有效签名的本质原因。在实际中，设计前向安全数字签名方案时应注意避免出现此类安全隐患。

本文在总结此类签名方案密钥泄漏根本原因的同时对签名方案[12]进行了改进，采用将当前签名密钥隐藏且仅使用与当前密钥有关的信息进行签名的方式，构造了一种真正具备前向安全特性的新方案，其安全性基于求合数模平方根难度的密钥演进与求离散对数难题签名的结合。通过详细的安全性分析和计算复杂度分析表明新方案不仅具有前向安全性，而且和已提出的改进方案[19]相比减少了求幂运算、乘法运算和加法运算的次数，有效地提高了签名的速度，具有一定的理论意义、安全性和实用性。借鉴对文献[12]的改进方法，根据有限域上数字签名所基于的困难性问题和基于求模 m 的 n 方根难度的密钥演进进行方案的设计，使用当前密钥或与当前密钥有关的信息进行签名，将时段信息加入签名（与后继密钥无关），可改进此类基于模 m 的 n 方根难题的其他签名方案，真正实现整个签名方案的前向安全性。利用此改进方法的基本思想可以设计前向安全代理签名、前向安全群签名、前向安全多重签名等一些具有实际应用价值的签名方案。

2　前向安全数字签名方案分析

2.1　模 m 的 n 方根问题

设 $n\geqslant 2$，同余方程 $x^n \equiv a \pmod{m}$ 称为模 m 的二项同余方程。当 $(a, m)=1$ 且 $m\geqslant 2$ 时，若二项同余方程 $x^n \equiv a \pmod{m}$ 有解，则称 a 为模 m 的 n 次剩余；若无解，则称 a 为模 m 的 n 次非剩余。

特殊地，当 $n=2$ 且 $m\geqslant 2$ 时，若二项同余方程 $x^n \equiv a \pmod{m}$ 有解，则称 a 为模 m 的二次剩余；若无解，则称 a 为模 m 的二次非剩余。

模 m 的 n 次剩余问题也被称为模 m 的 n 方根问题。

2.2 基于 ElGamal 体制前向安全签名方案的安全性分析

具体签名方案请参见文献[12]。此签名方案不具备前向安全性：即若攻击者得到签名者第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 时段的签名密钥 SK_j，即可伪造任一时段 j' $(1\leqslant j'\leqslant T)$ 的有效签名(j', r, δ)。

若攻击者获得了第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$时段的签名密钥 SK_j，由于(j, r, δ)可以从公用信道获取，所以攻击者可以获知 r 和δ。签名方通过 $\delta=(H(m)-SK_j^{2^{T+1-j}}r)k^{-1} \bmod (p-1)$ 计算第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 时段的签名δ 时，根据第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 时段的密钥更新算法，由 $SK_{j+1}=SK_j^2 \bmod (p-1)$ 可以得到 $SK_j^{2^{T+1-j}}=SK_0^{2^{T+1}}=SK_{j'}^{2^{T+1-j'}}$，因此 $SK_j^{2^{T+1-j}}$ 为一个和时段 j 无关的常数。又由于 $H(m)$, r, k, p 均和时段 j 无关，所以每一个不同 $j(1\leqslant j\leqslant T)$时段求出的签名$\delta$ 也和时段 j 无关，故最终的签名(j, r, δ)中只有表示时段 j 的不同。因此攻击者一旦获得签名者某一签名时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的签名密钥 SK_j，就可以根据 $SK_j^{2^{T+1-j}}=SK_0^{2^{T+1}}=SK_{j'}^{2^{T+1-j'}}$ 且将签名时段标记换为 j'，即可成功地伪造出任一签名时段 j' $(1\leqslant j'\leqslant T)$ 的签名(j', r, δ)，这样 $j(1\leqslant j\leqslant T)$时段前的签名也可以通过这种方法伪造出来，所以此签名方案不具备前向安全性。

在文献[12]中注意到以下特点：签名公钥为 $PK=g^{SK_0^{2^{T+1}}} \bmod p$，最终签名为$(j, r, \delta)$，其中 $r=g^k \bmod p$，$\delta=(H(m)-SK_j^{2^{T+1-j}}r)k^{-1} \bmod (p-1)$，根据第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$时段的密钥更新算法 $SK_{j+1}=SK_j^2 \bmod (p-1)$，可以得到签名中的 $SK_j^{2^{T+1-j}}=SK_0^{2^{T+1}}$ 为一个常数，因此实际的签名私钥 $SK_j^{2^{T+1-j}}$ 和时段 j 无关，验证等式 $PK^r r^\delta=g^{H(m)} \bmod p$ 也和时段 j 无关。

根据以上分析可得，攻击者一旦获得签名者第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 时段的签名密钥 SK_j，就可以成功伪造任一时段 j' $(1\leqslant j'\leqslant T)$的有效签名$(j', r, \delta)$，所以此签名方案不具备前向安全性。

2.3 前向安全可证实签名方案的安全性分析

具体签名方案请参见文献[13]。此签名方案不具备前向安全性：即若攻击者得到签名者第 $i(1\leqslant i\leqslant T)$ 时段的签名密钥 x_{s_i}，即可伪造任一时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的有效签名$<j, \mathrm{SGN}(M, x_{s_i}), y_T>=<j, (c, s), y_T>$。

基于该方案的攻击和文献[12]的攻击类似。在有效签名$<i, \mathrm{SGN}(M, x_{s_i}), y_T>=<i, (c, s), y_T>$ 中，签名公钥 $y_T=g^{x_0^{2^T}}$ 是一个和时段 i 无关的不变量，签名方计算第 $i(1\leqslant i\leqslant T)$ 时段的签名$<i, (c, s), y_T>$时，根据第 $i(1\leqslant i\leqslant T)$ 时段的密钥更新算法，由 $x_i=x_{i-1}^2 \bmod N$ 可以得到 $x_0^{2^T}=x_1^{2^{T-1}}=\cdots=x_i^{2^{T-i}}$，又因为进化私钥 $x_{s_i}=x_i$，所以 $x_{s_i}^{2^{T-i}}=x_i^{2^{T-i}}=x_0^{2^T}$ 为一个和时段 i 无关的常数，根据 $g^s y_T^c=g^{k-cx_{s_i}^{2^{T-i}}}g^{cx_0^{2^T}}=g^k$ 进行的验证肯定是正确的。基于以上所述可以得知，若攻击者一旦获得第 $i(1\leqslant i\leqslant T)$ 时段的签名密钥 x_{s_i}，根据 $x_{s_i}^{2^{T-i}}=x_i^{2^{T-i}}=x_0^{2^T}=x_j^{2^{T-j}}=x_{s_j}^{2^{T-j}}$ 可以做出第 j $(1\leqslant j\leqslant i\leqslant T)$ 时段的签名，只需计算 $c=H(M\|g\|y_T\|j\|g^k)$，$s=(k-x_{s_i}^{2^{T-i}}c) \bmod N$，其中 k 从 Z_N 中随机选取，将签名时段标记换为 j，j 为[1, T]中的任一时段，此时 $g^s y_T^c=g^{k-cx_{s_i}^{2^{T-i}}}g^{cx_0^{2^T}}=g^k$ 仍然成立，故通过 $\zeta=H(M\|g\|y_T\|j\|g^s y_T{}^c)$验证此伪造签名成立。$i(1j\leqslant i\leqslant T)$时段前的签名也可以伪造，所以此签名方案不具备前向安全性。

在文献[13]中注意到以下特点：签名公钥为 $PK=\{g, N, y_T\}$，其中 $y_T=g^{x_0^{2^T}}$，最终签名为 $<i, \mathrm{SGN}(M, x_{s_i}), y_T>=<i, (c, s), y_T>$，其中 $c=H(M\|g\|y_T\|i\|g^k)$，$s=(k-x_{s_i}^{2^{T-i}}c) \bmod N$，根据第 $i(1\leqslant i\leqslant T)$ 时段的密钥更新算法 $x_i=x_{i-1}^2 \bmod N$，可得 $x_0^{2^T}=x_i^{2^{T-i}}$，又因为 $x_{s_i}=x_i$，所以签名中的 $x_{s_i}^{2^{T-i}}=x_0^{2^T}$ 为一个常数，因此实际签名私钥 $x_{s_i}^{2^{T-i}}$ 和时段 i 无关，验证等式 $H(M\|g\|y_T\|i\|g^s y_T{}^c)=H(M\|g\|y_T\|i\|g^k)$也和时段 i 无关。

根据以上分析可得，攻击者一旦获得签名者第 $i(1\leqslant i\leqslant T)$ 时段的签名密钥 x_{s_i}，就可以成功伪造任一时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的有效签名$<j, (c, s), y_T>$，所以此签名方案也不具备前向安全性。

2.4 前向安全代理签名方案的安全性分析

具体签名方案请参见文献[14]。此签名方案不具备前向安全性：即若攻击者得到原始签名者 A 的私钥 k_A 或者代理签名者 B 的私钥 k_B，即可伪造任一时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$的有效代理签名$[j, (m, s, u, \tilde{t})]$。

若攻击者获得了原始签名者 A 的私钥 k_A 或者代理签名者 B 的私钥 k_B，由于 y_A 和 y_B 分别为原始签名者 A 和代理签名者 B 的公钥，可以从公用信道获取，根据 $\sigma_0 = y_B^{k_A}$ 或者 $\sigma_0 = y_A^{k_B}$，攻击者可以获得初始时段的代理签名密钥 σ_0，进而通过代理密钥进化算法 $\sigma_j = \sigma^{2}_{j-1} \bmod n$，即可获得任一时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的代理签名密钥 σ_j。在有效签名[j, (m, s, u, $\tilde{t}$)]中，$s = \alpha_j - \beta_j e - k_B u \bmod q$，$u = h(j \| m \| r \| z \| \tilde{t})$，$r = (g^{\alpha_j})^{2^{T-j+1}} \bmod n$，$z = \sigma_j g^{\beta_j} \bmod n$，其中，$\alpha_j, \beta_j$ 由代理签名者 B 随机选取，原始签名者 A 选择一对整数(e, d)使得 ed=1 $\bmod \phi(n)$，并公布(ID_A, y_A, e)，代理签名者 B 公布(y_B, ID_B)。根据 $\sigma_j = \sigma^{2}_{j-1} \bmod n$ 可得 $\sigma_j = \sigma_0^{2^j} \bmod n$，因此签名重要参数 r, z 可以通过上式计算得到，进而签名中 u 通过散列函数即可得到，攻击者再通过获取的代理签名者 B 私钥 k_B 可以直接计算出签名 s。在验证过程中，根据 r'和 r 的公式，可得

$$\begin{aligned} r' &= (g^{s} z^{e} y_B^{u})^{2^{T+1-j}} Y (y_A^{ID_B})^{e} \bmod n \\ &= (g^{\alpha_j} g^{-\beta_j e} g^{-k_B u} \sigma_j^{e} g^{\beta_j e} g^{k_B u})^{2^{T+1-j}} \\ &\quad (\sigma_0^{2^{T+1}} y_A^{ID_B})^{-e} (y_A^{ID_B})^{e} \bmod n \\ &= (g^{\alpha_j})^{2^{T+1-j}} \bmod n = r \end{aligned}$$

即验证等式 $u = h(j \| m \| r \| z \| \tilde{t})$ 成立，所以利用代理签名密钥 σ_j 和代理签名者 B 的私钥 k_B 即可成功伪造 j 时段的有效签名[j, (m, s, u, $\tilde{t}$)]。

在文献[14]中注意到以下特点：签名公钥为 $y_A = g^{k_A}$, $y_B = g^{k_B}$ 和时段 j 无关，最终签名为[j, (m, s, u, $\tilde{t}$)]，其中 $s = \alpha_j - \beta_j e - k_B u \bmod q$，$u = h(j \| m \| r \| z \| \tilde{t})$，$r = (g^{\alpha_j})^{2^{T-j+1}} \bmod n$，$z = \sigma_j g^{\beta_j} \bmod n$，$\alpha_j, \beta_j$ 由签名者随机选取，若攻击者获取原始签名者 A 的私钥 k_A 或者代理签名者 B 的私钥 k_B，由于签名 $s = \alpha_j - \beta_j e - k_B u \bmod q$，根据代理签名密钥进化算法 $\sigma_j = \sigma^{2}_{j-1} \bmod n$ 得到 $\sigma_j = \sigma_0^{2^j} \bmod n$，可知代理签名密钥的进化在整个签名过程中实际不起作用，攻击者可以伪造任一时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的有效代理签名[j, (m, s, u, $\tilde{t}$)]。又由于 r 和 r'公式均含有时段 j，使得时段参数 j 和代理签名者 B 的身份标识 ID_B 在验证过程中不起作用，导致验证等式 $u = h(j \| m \| r \| z \| \tilde{t})$ 也和时段 j 无关。

根据以上分析可得，不论攻击者获取原始签名者 A 的私钥 k_A 还是得到代理签名者 B 的私钥 k_B，都可以成功伪造任一时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的有效代理签名[j, (m, s, u, $\tilde{t}$)]，所以此签名方案也不具备前向安全性。

由于篇幅有限，文献[15~18]安全性分析与 2.2~2.4 节分析类似，此处不再赘述。

3　密钥泄漏的根本原因分析

综上所述，此类基于模 m 的 n 方根难题的前向安全数字签名方案均存在安全隐患，密钥泄露的主要原因如下：

1) 密钥演进本质上均为基于求模 m 的 n 方根的难题作为单向函数，具有因子分解难度，保证密钥的前向安全性；

2) 在最终的签名中均采用私钥 n 次方幂的形式进行签名，根据密钥进化算法，使得实际签名的私钥变为一个和具体时段无关的常数，导致私钥的进化对于整个签名方案而言没有任何意义；

3) 验证等式均和具体时段无关，使得时段参数不是一个有效的参数。

以上导致前向安全失败的原因中，密钥泄漏最关键的是第 2 个原因。此类方案的密钥进化算法相同，均为基于求模 m 的 n 方根的难题作为单向函数，使得私钥进化是前向安全的；但是在签名过程中采用私钥 n 次方幂的形式进行签名，根据密钥进化算法，使得整个实际签名的私钥变为一个和时段 $i(1\leqslant i\leqslant T)$无关的常数，导致私钥进化没有任何意义。只要恰当地在实际签名中加入当前时段 i $(1\leqslant i\leqslant T)$的信息，使得进化的私钥真正用于签名，并且验证等式和签名公钥的形式随之改变，就可以实现整个签名方案的前向安全性。

下面从导致前向安全失败最关键的第 2 个原因入手对基于 ElGamal 体制的前向安全签名方案[12]进行改进，设计一种真正具备前向安全特性的新方案。

4　基于 ElGamal 体制的前向安全签名方案的改进

方案定义新的密钥生成算法、密钥进化算法、签名算法与验证算法对原方案[12]进行改进。通过详细的安全性分析可知，改进的新方案真正具备前向安全性，且和夏等人提出的改进方案[19]相比减少了求幂运算、乘法运算和加法运算的次数，从整体上有效地提高了签名的速度。

1) 密钥生成

① 选择一个大素数 p 和随机数 SK_0(小于 p)，g 是 GF(p)的生成元；

② 计算 $PK=SK_0^{2^T} \bmod p$；

③ 公开 p，g，T 和 PK。

2) 密钥进化

若 $j=T+1$，则 SK_j 为空串；若 $1\leqslant j\leqslant T$，则 $SK_j = SK_{j-1}^2 \bmod (p-1)$。其中 j 表示第 j 个时间段。

3) 签名算法

① 签名方选择随机数 $k\in Z_p$，计算 $r=g^k \bmod p$；

② 签名方选择随机数 $\mu \in Z_p$，计算 $\omega = SK_j g^{\mu} \bmod p$；

③ 计算 $\delta = (H(m)+2^{T-j}\mu r)k^{-1} \bmod (p-1)$，其中 m 为签名消息；

④ 发送 (j, r, ω, δ) 给验证方。

4) 验证算法

验证者验证：$(PK\omega^{-2^{T-j}})^r r^{\delta} \bmod p = g^{H(m)} \bmod p$。若等式成立，则认可签名($j, r, \omega, \delta$)有效；否则，认为($j, r, \omega, \delta$)是无效签名。

5) 安全性分析

① 有效性

根据方案中相关等式考察签名验证中的等式：

$$
\begin{aligned}
&(PK\omega^{-2^{T-j}})^r r^{\delta} \bmod p\\
&=\{SK_0^{2^T}(SK_j g^{\mu})^{-2^{T-j}}\}^r (g^k)^{\{H(m)+2^{T-j}ur\}k^{-1}} \bmod p\\
&=\{SK_0^{2^T}(SK_0^{2^j} g^{\mu})^{-2^{T-j}}\}^r g^{\{H(m)+2^{T-j}ur\}} \bmod p\\
&=(SK_0^{2^T} SK_0^{-2^T} g^{-ur2^{T-j}})^r g^{H(m)} g^{2^{T-j}ur} \bmod p\\
&=g^{-2^{T-j}\mu r} g^{H(m)} g^{2^{T-j}\mu r} \bmod p\\
&=g^{H(m)} \bmod p
\end{aligned}
$$

由上式可以得出验证等式

$$(PK\omega^{-2^{T-j}})^r r^{\delta} \bmod p = g^{H(m)} \bmod p$$

成立，因此本签名方案是正确的，(j, r, ω, δ)为有效的前向安全签名。

② 前向安全性

本方案中签名私钥 SK_j 在签名过程中根据时间段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 的不同进行更新，而签名公钥 PK 在整个签名过程中不变。由于采用的密钥进化算法 $SK_j = SK_{j-1}^2 \bmod (p-1)$ 是单向函数，若想通过此密钥进化算法求出 j 时段之前的私钥是基于求模合数平方根问题的难解性，其困难性等价于因子分解问题，因此私钥 SK_j 的进化具有前向安全性。

在本方案中将签名私钥 SK_j 在签名之初转换为随机的实际签名私钥 μ，由信息 ω 传到验证者证实，传给验证者的信息 ω 是直接与 j 时段密钥相关的信息，即使攻击者盗取了第 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 时段的签名密钥 SK_j，也最多只能通过密钥进化算法 $SK_j = SK_{j-1}^2 \bmod (p-1)$ 求出 j+1 时段的密钥 SK_{j+1}，再通过 $\delta = (H(m)+2^{T-j}\mu r)k^{-1} \bmod (p-1)$ 进而可以伪造 j+1 时段的签名，但是一定不能伪造密钥被盗取时段 $j(1\leqslant j\leqslant T)$ 前的签名，即时段 j 前的签名仍然有效。

假设 j 时段的私钥 SK_j 泄露，攻击者伪造 i ($i<j$) 时段的最终签名记为(i, r', ω', δ')，其中 ω'由攻击者随机选取的实际签名私钥 $\mu' \in Z_p$，通过 $\omega' = SK_i' g^{\mu'} \bmod p$ 计算得出(SK_i'为攻击者伪造的 i 时段私钥)。由于 $SK_i' \neq SK_i = SK_0^{2^i}$，故验证过程无法通过，详细过程见③抗伪造性分析。

因此，本方案私钥 SK_j 的进化和 j 时段的签名(j, r, ω, δ)均具有真正的前向安全性。

③ 抗伪造性

信息 ω 作为签名的重要组成部分在 j 时段公开，由 $\omega = SK_j g^{\mu} \bmod p$ 可知，若想通过 ω 得到实际签名私钥 μ (即隐藏的私钥)是基于离散对数的难题，根本不可行。由 ω 和 δ 的公式可知，如果无法知道私钥 SK_j 和 μ，则显然也无法构造 j 时段的有效签名(j, r, ω, δ)；且由验证公式可知，在不知道私钥 SK_j 和 μ 的情况下，想用一个伪造的私钥 SK_{ji}'进行签名，则验证无法通过。

假设攻击者伪造 i 时段私钥 SK_i'，随机选取实际签名私钥$\mu' \in Z_p$ 构造 $\omega' = SK_j' g^{\mu'} \bmod p$，进而伪造 i 时段的最终签名记为(i, r', ω', δ')，但是在验证过程中，由于 $SK_i' \neq SK_i = SK_0^{2^i}$，因此有

$$
\begin{aligned}
&(PK\omega'^{-2^{T-i}})^{r'} r'^{\delta'} \bmod p\\
&=\{SK_0^{2^T}(SK_i g^{\mu'})^{-2^{T-i}}\}^{r'} (g^{k'})^{\{H(m)+2^{T-i}\mu' r'\}k'^{-1}} \bmod p\\
&\neq\{SK_0^{2^T}(SK_0^{2^i} g^{\mu'})^{-2^{T-i}}\}^{r'} g^{\{H(m)+2^{T-i}\mu' r'\}} \bmod p\\
&=(SK_0^{2^T} SK_0^{-2^T} g^{-\mu' 2^{T-i}})^{r'} g^{H(m)} g^{2^{T-i}\mu' r'} \bmod p\\
&=g^{-2^{T-i}\mu' r'} g^{H(m)} g^{2^{T-i}\mu' r'} \bmod p\\
&=g^{H(m)} \bmod p
\end{aligned}
$$

因此验证无法通过，本方案具有较强的抗伪造性。

6) 方案特点

本签名方案的特点是将签名密钥 SK_j 转换为随机的实际签名密钥 μ，利用求离散对数的难题隐藏了签名密钥 SK_j 的信息，仅使用与当前密钥有关的信息进行签名，与后继密钥无关，不需要额外的存储空间，使窃密者没有任何可能由后继密钥伪造出前时段的签名信息，且验证等式在 ElGamal 原等式基础上构造的同时，恰当地加入了时段 j 的信息，签名方案的前向安全性基于离散对数问题和模合数平方根问题的难解性。这是本方案和现有的众多前向安全数字签名方案的不同特色所在，从而真正实现了一种基于模 m 的二次方根问题的新的数字签名方案的前向安全性，具有一定的理论意义、安全性和实用性。本方案所采用的方法也同样适用于此类基于模 m 的 n 方根难题的其他签名方案，由于篇幅的限制，此处不再赘述。

由以上分析可知，设计一个真正具备前向安全特性签名方案的关键在于需在实际签名中加入当前时段 j $(1\leqslant j\leqslant T)$ 的信息，使得进化的私钥真正用于签名，公钥和验证等式的形式随进化的私钥在原有的基础上构造，从而保证当前私钥和验证过程中时段参数的有效性。

7) 计算效率分析

将夏等人提出的改进方案[19]和本文构造的新方案进行比较，并将 2 种方案的计算量列入表 1 中进行对比。其中 E、M、A、I 分别代表取模意义下的求幂运算、乘法运算、加法运算以及逆运算。在签名过程中，这些运算占据大部分的计算时间。通过分析表明，新方案与改进方案[19]相比，除了密钥进化阶段运算量相同，签名过程中的其他各阶段均减少了计算量，所以新签名方案的总运算量比改进方案[19]低，有效地提高了签名的速度。

表 1　　2 种签名方案的计算量比较

方案	签名方案各阶段				总运算量
	密钥生成	密钥进化	签名	验证	
方案[19]	2E+M+I	E	3E+5M+2A+I	3E+3M	9E+9M+2A+2I
新改进方案	E	E	2E+4M+A+I	3E+2M	7E+6M+A+I

5　结束语

本文介绍了前向安全数字签名的思想本质、目标和研究现状，分析了近年来众多学者提出的一类基于模 m 的 n 方根难题的前向安全数字签名方案的安全性，进而总结出对于此类前向安全数字签名方案攻击者成功伪造签名的本质原因。在实际应用中，设计前向安全数字签名方案时应注意避免出现此安全隐患。同时根据有限域上数字签名所基于的困难性问题，对其中一种签名方案进行了改进，构造一种真正具备前向安全特性的新签名方案，并进行详细的安全性分析和计算复杂度分析。本文的改进方案和已提出的改进方案相比在签名速度上有了明显的提高。本文中改进方案所用的方法也同样适用于此类基于模 m 的 n 方根难题的其他签名方案，对于构造其他具有特殊性质的前向安全数字签名方案具有借鉴意义，在实际中具有广泛的应用价值。下一阶段的研究是设计效率更高、安全性更强的、具有实用价值的新型前向安全数字签名方案及其形式化安全性证明，并使得前向安全特性和特殊数字签名技术恰当结合，从而在电子支付系统、移动安全计算、隐私保护等方面得以更加广泛的应用。

参考文献：

[1] ROSS A. Two remarks on public key cryptology[A]. The Fourth Annual Conference on Computer and Communications Security[C]. New York, 1997. 151-160.

[2] AMOS F, ADI S. How to prove yourself: practical solutions to identification and signature problems[A]. Advances in Crytology- Crypto'86, Lecture Notes in Computer Science[C]. Santa Barbara, California, USA, 1987. 186-194.

[3] MIHIR B, SARA K M. A Forward-secure digital signature scheme[A]. Advances in Cryptology-Crypto'99, Lecture Notes in Computer Science[C]. Springer-Verlag, Santa Barbara, California, USA, 1999. 431-448.

[4] MICHEL A, LEONID R. A new forward-secure digital signature scheme[A]. Advances in Cryptology-Asiacrypt 2000, Lecture Notes in Computer Science[C]. Springer-Verlag, Kyoto, Japan, 2000. 116-129.

[5] TAL M, DANIELE M, SARA M. Efficient generic forward-secure signatures with an unbounded number of time periods[A]. Advances in Cryptology-EUROCRYPT 2002, Lecture Notes in Computer Science[C]. Springer-Verlag, Amsterdam, The Netherlands, 2002. 400-417.

[6] ANTON K, LEONID R. Forward-secure signatures with fast key update[A]. Proc of the 3rd International Conference on Security in Communication Networks[C]. Springer-Verlag, Amalfi, Italy, 2003. 241-256.

[7] 李如鹏,于佳,李国文等. 高效撤销成员的前向安全群签名方案[J]. 计算机研究与发展, 2007, 44(7): 1219-1226.
LI R P, YU J, LI G W, *et al*. Forward secure group signature schemes

with efficient revocation[J]. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44(7): 1219-1226.

[8] 王晓明, 符方伟, 张震. 前向安全的多重数字签名方案[J].计算机学报, 2004, 27(9): 1177-1181.
WANG X M, FU F W, ZHANG Z. A forward secure multisignature scheme[J]. China Journal of Computers, 2004, 27(9): 1177-1181.

[9] 彭华熹, 冯登国. 一个基于双线性映射的前向安全门限签名方案[J]. 计算机研究与发展, 2007, 44(4): 574-580.
PENG H X, FENG D G. A forward secure threshold signature scheme from bilinear pairing[J]. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44(4): 574-580.

[10] 苏云学, 祝跃飞. 一个前向安全的电子货币系统[J]. 计算机学报, 2004, 27(1): 136-139.
SU Y X, ZHU Y F. A forward-secure e-cash system[J]. China Journal of Computers, 2004, 27(1): 136-139.

[11] 吴树华, 祝跃飞. 一个前向安全的基于口令认证的三方密钥交换协议[J]. 计算机学报, 2007, 30(10): 1833-1841.
WU S H, ZHU Y F. Three-party password-based authenticated key exchange with forward-security[J]. China Journal of Computers, 2007, 30(10): 1833-1841.

[12] 吴克力, 王庆梅, 刘凤玉. 一种具有前向安全的数字签名方案[J]. 计算机工程, 2003, 29(8): 122-123.
WU K L, WANG Q M, LIU F Y. A forward security digital signature scheme[J]. Computer Engineering, 2003, 29(8): 122-123.

[13] 秦波, 王尚平, 王晓峰等. 一种新的前向安全可证实数字签名方案[J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(7): 1016-1020.
QIN B, WANG S P, WANG X F, *et al*. A new forward-secure and confirmer digital signature scheme[J]. Journal of Computer Research and Development, 2003, 40(7): 1016-1020.

[14] 王晓明, 陈火炎, 符方伟. 前向安全的代理签名方案[J]. 通信学报, 2005, 26(11): 38-42.
WANG X M, CHEN H Y, FU F W. Forward secure proxy signature scheme[J]. Journal on Communications, 2005, 26(11): 38-42.

[15] 谭作文, 刘卓军. 一个前向安全的强代理签名方案[J]. 信息与电子工程, 2003,1(4): 257-259.
TAN Z W, LIU Z J. A forward secure strong proxy signature[J]. Information and Electronic Engineering, 2003, 1(4): 257-259.

[16] 夏祥胜, 耿永军, 洪帆等. 前向安全的有代理的多重数字签名方案[J]. 小型微型计算机系统, 2009, 30(5): 854-858.
XIA X S, GENG Y J, HONG F, *et al*. Forward secure multisignature with proxy signers scheme[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2009, 30(5): 854-858.

[17] 彭仁杰, 杨小东. 基于 Euler 准测的前向安全的数字签名方案[J]. 计算机应用与软件, 2009, 26(4): 260-261.
PENG R J, YANG X D. A forward secure digital signature scheme based on Euler's criterion[J]. Computer Applications and Software, 2009, 26(4): 260-261.

[18] 王玲玲, 张国印, 马春光. 标准模型下基于双线性对的前向安全环签名方案[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(2): 448-452.
WANG L L, ZHANG G Y, MA C G. A forward-secure ring signature scheme based on bilinear pairing in standard model[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(2): 448-452.

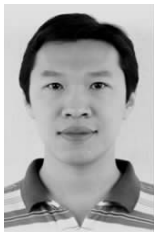
[19] 夏峰, 谢冬青, 匡华清. 一类前向安全数字签名方案的分析与改进[J]. 计算机工程, 2006, 32(16): 146-147.
XIA F, XIE D Q, KUANG H Q. Analysis and improvement for a class of forward security digital signature scheme[J]. Computer Engineering, 2006, 32(16): 146-147.

作者简介：

刘亚丽（1980-），女，江苏徐州人，南京航空航天大学博士生，徐州师范大学讲师，主要研究方向为信息安全和物联网隐私保护技术。

秦小麟（1953-），男，江苏南京人，南京航空航天大学教授、博士生导师，主要研究方向为分布式环境的数据管理与安全、信息安全等。

殷新春（1962-），男，江苏姜堰人，扬州大学教授、博士生导师，主要研究方向为并行与分布计算、信息安全等。



李博涵（1979-），男，吉林永吉人，南京航空航天大学在站博士后，主要研究方向为空间数据库和传感器网络。