

文章编号:1000-6893(2009)12-2335-07

# 压力载荷下的结构拓扑-形状协同优化

张卫红, 杨军刚, 朱继宏

(西北工业大学 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 陕西 西安 710072)

## Simultaneous Topology and Shape Optimization of Pressure Loaded Structures

Zhang Weihong, Yang Jungang, Zhu Jihong

(Key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology,  
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**摘要:** 压力载荷作用下的结构轻量化设计是工程中的常见问题, 由于压力加载面的可设计性, 现有以固定载荷为基础的拓扑优化技术不能很好地处理这类问题。直接采用 CAD 参数化样条或 B 样条曲线描述压力加载面, 通过拓扑和形状变量的联合优化满足了工程实际对结构轻量化与边界的功能性与光滑性设计要求。同时, 为了避免结构边界形状变化时有限元网格刷新引起的定义拓扑伪密度变量的困难, 用所提出的背景网格和密度点技术实现了每一步单元密度设计迭代结果的自动传递, 并采用网格变形技术实现了形状设计变量灵敏度分析。采用 4 个数值算例验证了方法的有效性, 其中发动机承力框架的设计结果充分说明该方法在航空结构设计中的重要应用价值。

**关键词:** 拓扑优化; 形状优化; 压力载荷; 轻量化设计; 背景网格

**中图分类号:** V214.19 **文献标识码:** A

**Abstract:** It is common practice in engineering design to carry out lightweight structural optimization under pressure load. As the loaded boundary is designable, existing topology optimization techniques related to fixed loads are unable to deal with this kind of problem. In this article, CAD parametric splines or B-splines are used directly to represent the pressure loaded surface. A simultaneous topology and shape optimization method is proposed to ensure that the structure achieves lightweight, functionality and smoothness of the boundary shape needed in practice. Likewise, background grid and density point techniques are developed to favor the definition of topology pseudo density variables when the mesh updating is made along with the boundary variation of the structure. This makes it possible to ensure an automatic transfer of material density results from one mesh to another after each iteration. Meanwhile, shape sensitivity analysis is made available using the mesh morphing scheme. Four numerical examples are presented to demonstrate the validity of the proposed method. The design solution of an aero-engine support highlights the importance of the method in aeronautical applications.

**Key words:** topology optimization; shape optimization; pressure load; lightweight design; background grid

众所周知, 现有绝大多数拓扑优化技术仍局限于求解固定载荷下具有确定边界与设计域的设计问题。而压力载荷下的结构轻量化设计是一类典型的工程问题, 如承受气动压力的发动机涡轮盘结构件、承受内压的压力容器、承受水压的潜艇结构、大坝以及承受风载或雪载的建筑设计等, 由于压力随结构加载面形状的变化而变化, 与一般拓扑优化问题的不同点在于必须同时优化设计加载面与结构内部拓扑构形。

目前主要处理方法有: N. Olhoff 等<sup>[1-3]</sup> 提出

的基于单元伪密度定义压力加载边界的方法, 首先将单元伪密度数值换算到单元节点上, 然后根据经验选择一个合适的阈值定义压力加载面插值曲线。该方法的缺点在于插值点密度值的选取依赖于经验, 所得到的插值曲线未必能有效地定义压力加载面并保证边界的光滑性, 尤其是在优化达到收敛之前, 压力加载面的定义很难获得清晰的 0-1 材料分布。为了克服这一问题, M. B. Fuchs 等<sup>[4]</sup> 提出了描述静水压力加载面形状的参数化曲线定义方式, 同时以固定网格为前提, 采用单元伪密度定义材料的拓扑布局变量。对于位于结构压力加载曲线以外的水域, 则通过合理弱化单元网格弹性模量以及人工构造材料刚度渐进过渡的方式消除固体材料的影响。此外, B. C. Chen<sup>[5]</sup> 和

收稿日期: 2008-10-06; 修订日期: 2009-03-26

基金项目: 国家自然科学基金 (50775184, 10921252, 90916027);  
航空科学基金 (2008ZA53007); 国家“973”计划  
(2006CB601205)

通讯作者: 张卫红 E-mail: zhangwh@nwpu.edu.cn

O. Sigmund<sup>[6]</sup>等提出沿着压力加载面把设计域分为两部分,分别看做是固体相和流体相,前者包括实体材料和孔洞,后者定义为不可压缩流体,并提出专门的算法来追踪两者的交界面。压力则由流体直接施加在两相交界面上,从而把问题转化为多相材料的拓扑优化问题。然而该类方法涉及多场耦合的有限元分析,灵敏度推导比较复杂。

基于以上工作,本文所提出的结构拓扑-形状协同优化新方法具有以下主要特点:采用CAD参数化曲线定义压力边界,采用几何背景网格与密度点技术控制网格刷新与边界变化对结构布局构形的影响并同时优化两类设计变量。与文献[4]的工作相比,新方法不仅动态刷新设计区域内的有限元网格,实现了网格与几何边界变化的相互匹配,而且消除了处理压力边界以外区域的工作,在一定程度上减小了有限元计算规模。最后通过所给出的算例验证说明本方法的有效性与工程应用价值。

## 1 压力载荷下的拓扑优化设计问题描述

图1所示的连续体结构,结构的设计域 $\Omega$ 由孔洞( $\Omega_{\text{void}}$ )和实体区域( $\Omega_{\text{mat}}$ )组成。在边界 $\Gamma_u$ 上定义固定边界条件,边界 $\Gamma_p$ 上作用有均布压力载荷 $Q$ 。

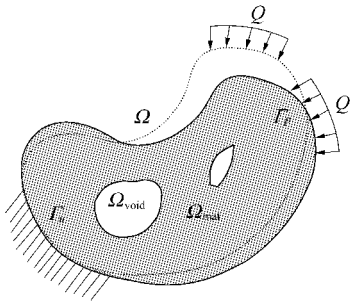


图1 压力作用下的连续体结构示意图

Fig. 1 Illustration of pressure loaded structure

图中虚线示意了边界变化后的压力载荷分布,可见随着 $\Gamma_p$ 的变化,均布压力荷载 $Q$ 也随之变化。而传统的拓扑优化仅单纯考虑在给定的材料用量下,如何在设计域 $\Omega$ 内寻找最佳的材料分布以使结构的性能(如结构刚度)达到最优,并不考虑压力加载边界的形状优化。其求解策略一般是将结构设计域 $\Omega$ 离散为若干个有限单元,每个单元材料的有无用伪密度值来描述,单元有材料则密度值等于1,反之则等于0。为了描述伪密度和单元材料的关系,一般采用SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)<sup>[7-8]</sup>插值模型,伪密度与弹性模量的关系可以表达为

$$E_i = \rho_i^p E_0 \quad (1)$$

式中: $\rho_i$ 为单元 $i$ 的伪密度值; $E_0$ 为实体材料的弹性模量; $p$ 为惩罚因子。则给定体积约束下以结构应变能最小为目标的拓扑优化问题可表达为

$$\left. \begin{aligned} \text{Find } \mathbf{X} &= [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n] \\ \text{Min } C(\mathbf{X}) &= \mathbf{F}^T \mathbf{U}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{U}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{U}_i \\ \text{s. t. } \mathbf{K} \mathbf{U} &= \mathbf{F} \\ V(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n x_i v_i \leq \bar{V} \\ 0 < \delta &\leq x_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}=[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$ 为拓扑优化设计变量向量, $x_i$ 为单元伪密度, $n$ 为单元个数; $C$ 为结构应变能; $V$ 为结构的总体积; $\mathbf{F}$ 为节点等效载荷向量; $\mathbf{U}$ 为节点整体位移向量, $\mathbf{U}_i$ 为单元 $i$ 的位移向量; $\mathbf{K}$ 为结构总刚度矩阵, $\mathbf{K}_i$ 为单元 $i$ 的刚度矩阵; $v_i$ 为单元 $i$ 的体积; $\bar{V}$ 为给定材料用量; $\delta$ 为一极小正数,以避免刚度矩阵奇异。

## 2 拓扑-形状协同优化方法

拓扑-形状协同优化的宗旨是将结构拓扑布局优化设计与结构边界轮廓形状设计联合考虑。工程实际中结构往往要求有一个光滑的边界以满足其功能与性能要求,如承受气动压力的发动机涡轮盘外表面,不管其内部结构形式如何设计,必须包含一个封闭光滑的外表面。文献[1]~文献[6]均是基于固定网格直接应用拓扑优化方法达到两方面的效果,即单元伪密度每一次迭代优化后,根据密度分布识别并更新压力加载面。比较典型的做法是将压力直接加载在无效单元(伪密度值接近于0)和实体单元(伪密度值接近于1)交界面上,如图2(a)所示。如果实体周围有大量中间密度单元,伪密度分布云图轮廓不太清晰,如图2(b)所示,则难以识别无效单元和实体单元的

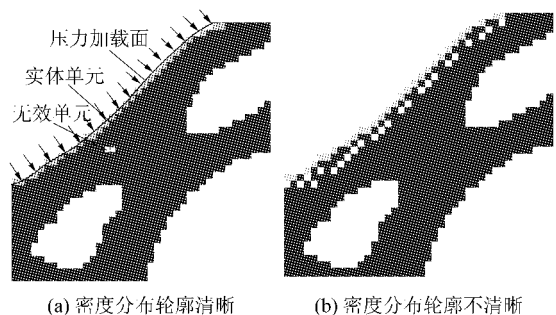


图2 根据单元密度分布确定压力加载面

Fig. 2 Determination of pressured surface following element density distribution

交界面,难以确定压力加载面并保证其光滑性。显见,现有方法中压力载荷分布依赖于单元伪密度设计变量的大小,这种设计相关性导致灵敏度分析计算异常复杂。

## 2.1 形状设计变量的引入与压力加载边界的参数化定义

事实上,拓扑-形状协同优化是一个动边界、动网格的复杂设计问题,为在结构轻量化布局设计的同时满足工程应用条件对结构轮廓的连续、光滑功能性要求,提出直接采用 CAD 三次样条或 B 样条插值来描述压力加载关键边界曲线段,同时引入与拓扑设计变量独立的形状设计变量来控制插值曲线,一般来讲,边界参数化方程为

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{a}_i \varphi_i(t) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{a}_i$  为系数矢量,一般由插值点的位置决定; $\varphi_i$  为相应的基函数; $N$  为插值点的个数; $t$  为参数。如图 3 所示,结构上作用有均布压力载荷  $Q$ ,结构的加载面由 6 个控制点经三次样条插值获得,形状变量  $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_6]$  控制插值曲线插值点沿  $y$  轴的位置,灰色区域为拓扑设计区域,协同优化旨在实现加载面形状和结构拓扑构形的同步更新。本文算例中的三次样条插值采用有限元软件 ANSYS 自带的样条函数实现。

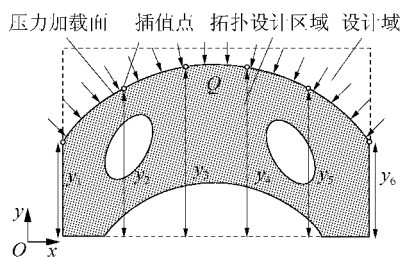


图 3 压力加载面参数化定义示意图

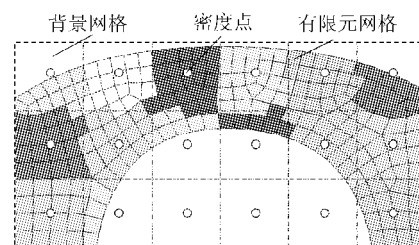
Fig. 3 Parametric definition of pressured surface

## 2.2 密度点和背景网格技术

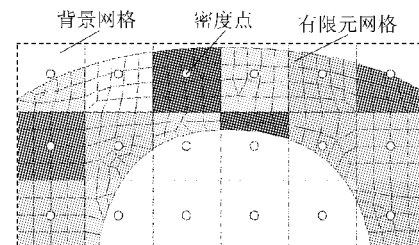
对于传统的拓扑优化问题,由于设计域的边界保持不变,有限元网格也始终不变,使得伪密度变量可直接与每个单元的材料属性相关联。而对于可变压力加载面问题,需要在边界形状更新后对拓扑设计区域重新划分有限元网格,网格的拓扑变化无法将拓扑设计变量与单元直接相关联,也无法实现伪密度迭代结果的自动传递。如果强制要求前后迭代的网格拓扑结构相同(比如采用映射网格划分),当边界形状发生很大变化时,容

易引起网格畸形。为了解决这一问题,本文提出密度点和背景网格技术。

密度点和背景网格技术是把拓扑设计变量与空间位置相关联,如图 4 所示。不管设计域的边界如何发生变化,总能采用若干小矩形区域(或其他形状)把设计空间完全覆盖起来,这些小矩形区域不随边界形状和有限元网格发生变化,称之为背景网格(Background Grid),并把拓扑设计变量定义为背景网格的伪密度,每个背景网格的质心称之为密度点。则对每一个有限元网格按质心就近原则,总可找到与单元质心最近的密度点。凡质心落在同一背景网格里的有限元网格则共享与该背景网格相同的拓扑设计变量值和材料属性。这样就可实现不同迭代之间拓扑变量数值的传递。



(a) 完全自由划分网格



(b) 受背景网格限制的有限元网格自由划分

图 4 密度点、背景网格及材料分布

Fig. 4 Density points, background grid and material distribution

图 4 示意了两种有限元网格划分策略对最终单元材料分布的影响,背景网格尺寸通常比有限元网格大,因此有多个有限单元共享同一伪密度值。可看出,对不同的自由网格划分,材料布局可能不规整,网格的微小变化影响材料分布,不利于优化迭代的稳定与收敛。为此,若将有限元网格划分限制在相应的背景网格内,如图 4(b)所示,则材料布局将不受有限元网格重新划分的影响。

## 3 灵敏度分析

### 3.1 优化问题描述

采用两类变量所对应的协同优化可以描述为

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{Find } \mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{N_B}] \\
 &\quad \mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_{N_S}] \\
 &\text{Min } C(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{F}^T(\mathbf{Y})\mathbf{U}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \\
 &\text{s. t. } \mathbf{K}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})\mathbf{U}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}) \\
 &\quad V(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{N_B} x_i V_i(\mathbf{Y}) \leq \bar{V} \\
 &\quad 0 < \delta \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, N_B \\
 &\quad \underline{y}_j \leq y_j \leq \bar{y}_j \quad j = 1, 2, \dots, N_S \\
 &\quad \Gamma_p: \mathbf{p}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{a}_i(\mathbf{Y}) \varphi_i(t)
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{N_B}]$  为拓扑优化设计变量向量,  $x_i$  为背景网格伪密度,  $N_B$  为背景网格个数;  $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_{N_S}]$  为控制点形状设计变量向量,  $N_S$  为形状变量个数;  $N$  为插值点的个数;  $V_i$  为质心落在背景网格  $i$  中的有限元网格的总体积(二维情况下为总面积), 随着边界的变化而变化;  $\underline{y}_j$  和  $\bar{y}_j$  为形状变量  $y_j$  的上下限;  $\Gamma_p$  表示压力加载边界的样条插值表达式。

### 3.2 拓扑变量灵敏度分析

不同于 N. Olhoff<sup>[1-3]</sup> 与 M. B. Fuchs<sup>[4]</sup> 的方法, 本文所提出的压力载荷计算仅随控制加载面的形状变量的变化而变化, 从而无需求解压力载荷关于拓扑设计变量的灵敏度。式(4)的优化模型进行有限元离散后, 目标函数可表示为

$$C(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{F}^T(\mathbf{Y})\mathbf{U}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{N_B} \mathbf{U}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{U}_i \quad (5)$$

结构总体积的表达式为

$$V(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{N_B} x_i V_i(\mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{N_B} x_i \sum_{j=1}^{n_i} v_{ij}(\mathbf{Y}) \quad (6)$$

式中:  $v_{ij}$  为背景网格  $i$  中的有限单元  $j$  的体积;  $n_i$  为质心落在背景网格  $i$  中的单元个数。

现分别推导结构总应变能和总体积相对背景网格伪密度设计变量的灵敏度。由式(5)有

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial x_i} \mathbf{U} + \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_i} = 2 \frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial x_i} \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{U} \quad (7)$$

由于  $\frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial x_i} = 0$ , 根据 SIMP 插值模型式(1), 有

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{U} = -\frac{p}{x_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{U}_j^T \mathbf{K}_j \mathbf{U}_j = -\frac{p}{x_i} \sum_{j=1}^{n_i} E_{ij} \quad (8)$$

式中:  $E_{ij}$  为质心落在背景网格  $i$  中的有限单元  $j$

的应变能。由式(6)可得结构总体积相对背景网格伪密度设计变量的灵敏度为

$$\frac{\partial V}{\partial x_i} = V_i(\mathbf{Y}) = \sum_{j=1}^{n_i} v_{ij} \quad (9)$$

注意  $v_{ij}$  在每一步迭代后随着形状变量而变化。

### 3.3 形状变量灵敏度分析

形状变量通过影响刚度矩阵和边界形状而间接影响结构整体应变能和结构总体积, 因此无法得到它们关于形状变量的显式表达式, 一般采用半解析法或有限差分近似计算形状变量灵敏度。实际计算中有限差分更方便, 其表达式为

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial C}{\partial y_j} &\approx \frac{\Delta C}{\Delta y_j} = \frac{C(y_j + \Delta y_j) - C(y_j)}{\Delta y_j} \\
 \frac{\partial V}{\partial y_j} &\approx \frac{\Delta V}{\Delta y_j} = \frac{V(y_j + \Delta y_j) - V(y_j)}{\Delta y_j}
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:  $\Delta y_j$  为形状变量  $y_j$  的微小扰动, 这意味着灵敏度计算需多次有限元结构分析, 次数取决于形状变量的个数。但形状变量数与拓扑变量数相比是非常少的, 因此在计算量上是可以接受的。

灵敏度求解要求扰动前后有限单元数量和网格拓扑关系不变。对于映射网格易实现, 而对自由网格划分, 本文采用了网格变形(Morphing)技术。其实现过程为: 首先由结构几何边界数学描述方程确定相应边界上网格节点扰动后的位置, 然后采用拉普拉斯光滑方法对内部节点的位置作相应移动, 也称为速度场计算, 保证每个内部节点始终位于相邻节点的重心位置。

如图5所示自由网格, 实线网格为扰动前的原始网格, 现将圆弧上节点  $A$  扰动到  $B$  位置, 相应其他节点扰动后位置如图中虚线网格所示。

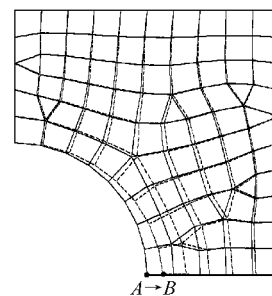


图5 网格变形示意图

Fig. 5 Illustration of mesh morphing

### 3.4 灵敏度过滤

为了消除拓扑优化中的棋盘格效应, 本文采

用 O. Sigmund 提出的灵敏度过滤法<sup>[7,9]</sup>来对背景网格的灵敏度进行过滤。

### 4 数值算例

#### 4.1 受压固支梁拓扑-形状协同优化设计

如图 6(a)和图 7(a)所示的固支梁,假设上边界作用有随着边界形状而变化的均布压力  $Q$ ,其中图 6(a)梁下边界两端点固支,图 7(a)上边界两端点固支。结构选用铝合金材料,弹性模量  $E_0 = 7.0 \times 10^{10}$  Pa,泊松比  $\nu = 0.3$ 。考虑到问题的对称性,取结构的一半简化计算并施加对称性边界条件。假设背景网格划分为  $40 \times 40 = 1\ 600$  个矩形,大小为  $0.2\text{ m} \times 0.2\text{ m}$ ,有限元网格大小取背景网格的  $1/4$ 。

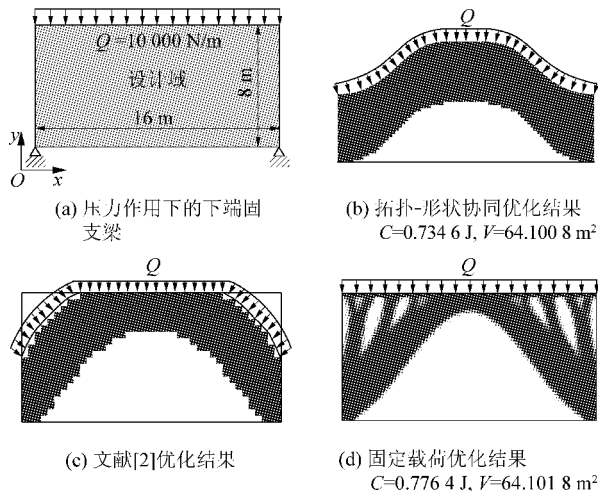


图 6 压力作用下的下端固支梁的优化设计

Fig. 6 Optimization of fixed beam on bottom under pressure load

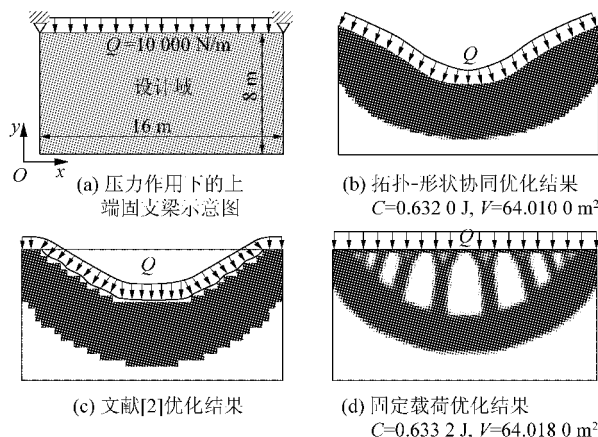


图 7 压力作用下的上端固支梁优化设计

Fig. 7 Optimization of fixed beam on top under pressure load

在加载面上取 4 个均匀等距分布的控制点,

取其  $y$  向位置为形状变量,共引入 4 个形状变量。采用以上介绍的拓扑-形状协同优化技术,取材料用量为初始设计域的 50%,即优化后保留的材料总面积为  $64\text{ m}^2$ 。采用 GCMMA(Globally Convergent Version of the Method of Moving Asymptotes)优化算法<sup>[10-11]</sup>,不同固定条件下的优化结果分别如图 6(b)和图 7(b)所示。可以看出压力随着加载边界的变化而变化,最终优化结果为拱形结构。图 6(c)和图 7(c)为文献[2]的优化结果。由于本文采用三次样条曲线描述压力边界,优化后的边界形状更为光滑。

为了进行对比,将加载面固定为平面,取同样的材料体积约束(包括非设计域)为初始设计域的 50%,最终优化结果如图 6(d)和图 7(d)所示,此时优化得到一些支撑结构用于传递压力载荷;而拓扑-形状联合优化由于加载面随着内部材料布局的变化而变化,材料布局更加合理。这两个算例迭代曲线如图 8 所示,可见迭代收敛过程还是比较平稳的。整个优化迭代 30 次,共需要有限元分析 150 次。

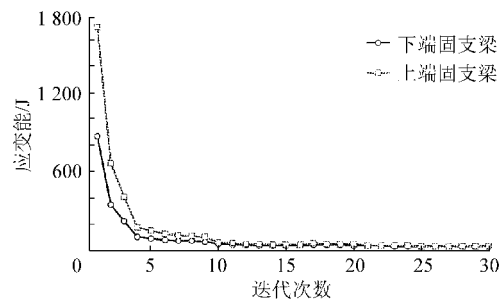


图 8 迭代曲线

Fig. 8 Iteration history curves

#### 4.2 双向压力下固支梁拓扑-形状协同优化设计

如图 9(a)所示的固支梁,相对于 4.1 节的算例,它两个边界上都作用有均布压力  $Q$ ,下边界同时固支多个节点。为了简化计算取其一半,施加对称性边界,如图 9(b)所示。由于同时存在两个边界上施加有压力,需要同时对两个边界参数化定义,并保证其在连接点处的连续性。在其左边界均匀取 3 个插值点,控制其沿  $x$  轴的位置;上边界均匀取 3 个插值点,控制其沿  $y$  轴的位置;其中左上角的插值点为两边公用,因此共引入 6 个形状变量。将背景网格划分为  $40 \times 40 = 1\ 600$  个矩形,大小为  $0.2\text{ m} \times 0.2\text{ m}$ ,有限元网格大小为背景网格的  $1/4$ 。采用拓扑-形状协同优化技术,取材料用量为初始设计域的 20%,采用相同的优化

算法,最终优化结果为如图9(c)所示的拱形结构,其迭代曲线如图9(d)所示,图9(c)中虚线为初始的设计边界。整个优化迭代30次,共需要有限元分析210次。

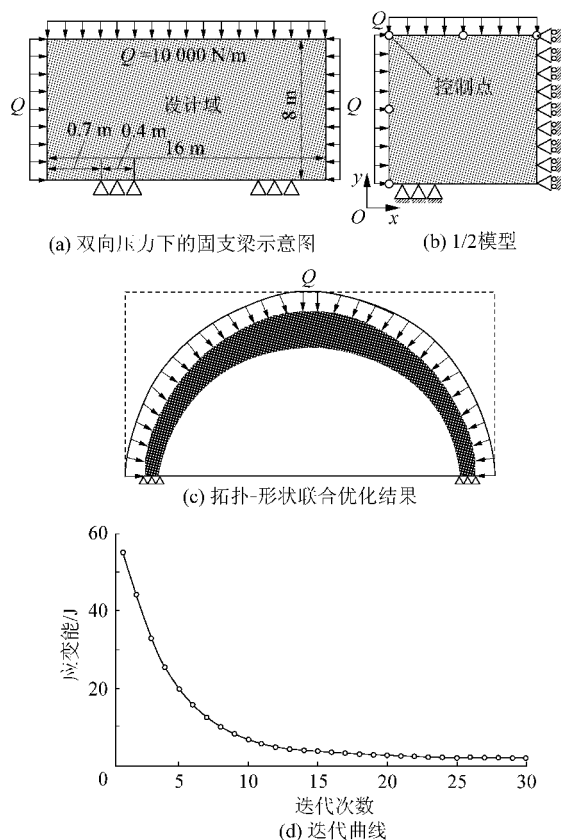


图9 双向压力作用下的固支梁优化

Fig. 9 Optimization of fixed beam under bidirectional pressure load

### 4.3 空心矩形容器拓扑-形状协同优化设计

如图10(a)所示的环形封闭容器,其外部受到均布压力 $Q$ 作用,现对边界形状和容器内壁进行拓扑优化,提高结构刚度。为简化计算,取1/4模型并施加对称性边界条件,如图10(b)所示。在此,同时对两个压力边界进行优化,并保证其连接处的连续性。在上边界均匀取6个控制点,控制其沿 $y$ 轴位置;在右边界均匀取3个控制点,控制其 $x$ 轴位置;右上角的控制点为两个边界所共用,因此共引入9个形状设计变量。由于初始设计域为倒L形状,因此背景网格亦为呈倒L形状均匀分布的矩形小区域,划分为 $20 \times 1\,000 + 20 \times 20 = 2\,400$ 个矩形,大小为 $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ 。此外,有限元网格大小为背景网格的1/4。采用拓扑-形状协同优化方法,取材料用量为初始设计域的30%,采用GCMMA优化算法,最终优化结果如

图10(c)所示,其迭代曲线如图10(d)所示。整个优化迭代30次,共需要有限元分析300次。

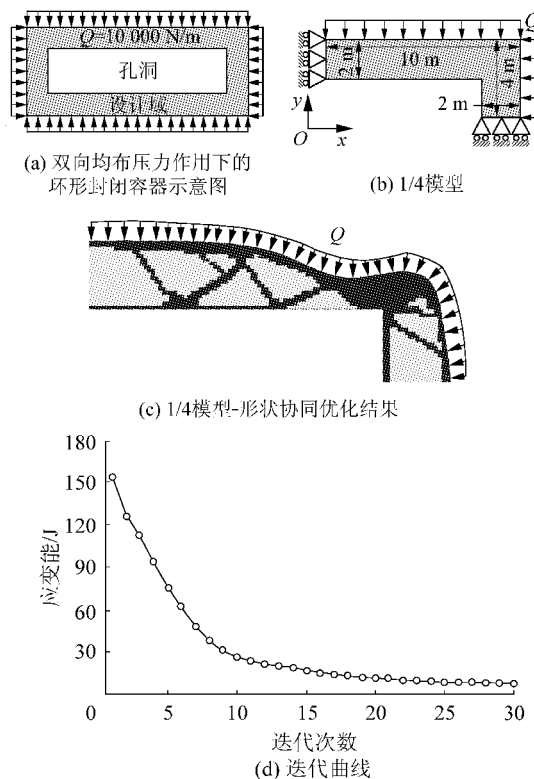


图10 双向均布压力作用下的环形封闭容器优化设计  
Fig. 10 Optimization of closed container under bidirectional pressure load

### 4.4 发动机涡轮盘承力框架的拓扑-形状协同优化设计

发动机承力框架是位于转子支撑点到机匣之间的承力结构,它是发动机里的关键承力构件,承受着复杂的载荷,包括静子叶片的前后气流压差,气流对叶片的轴向力和扭矩、机动过载(非对称载荷)等,其中前后气流压差是它所承受的关键载荷。为了便于加工制造,一般设计为轴对称薄壁结构。如图11(a)所示,其上下边界作用有不相等的气流压力 $P$ 和 $P'$ ,需要设计上下边界的形状及内部拓扑材料分布以在给定材料用量下达到最大刚度,同时要求截面本身也是对称的。给定初始设计域形状为矩形,由于三维网格数目巨大,有限元计算工作量大,外轮廓形状仅取4个控制点,仅控制中间2个控制点沿 $y$ 轴的位置,共引入2个形状变量。用三次样条拟合边界曲线,采用拓扑-形状联合优化,取材料用量为初始设计域的30%,最终结果如图11(b)所示,图11(c)为其三维显示效果,其迭代曲线如图11(d)所示,迭代40次,共进行了120次有限元分析。

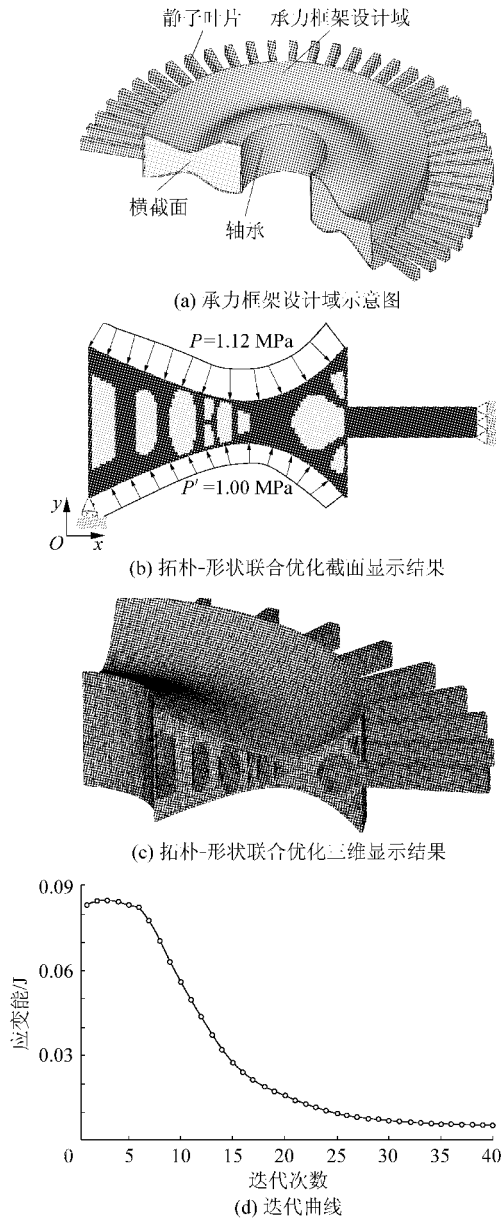


图 11 承力框架拓扑-形状联合优化结果

Fig. 11 Optimization of aero-engine support under pressure load

## 5 结论

开展了可变压力载荷加载面的结构轻量化设计技术研究。通过直接采用三次样条插值曲线定义压力加载面,引入背景网格和密度点确定每一步设计迭代的单元密度,采用网格变形技术计算形状设计变量灵敏度等技术,建立了拓扑-形状协同优化新方法。所给出的数值算例验证了方法的适用性,其中发动机承力框架的设计结果充分说明该方法在航空结构设计中的重要应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Hammer V B, Olhoff N. Topology optimization of continuum structures subjected to pressure loading[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2000, 19(2): 85-92.
- [2] Du J, Olhoff N. Topological optimization of continuum structures with design-dependent surface loading—Part I: new computational approach for 2D problems[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 27(3): 151-165.
- [3] Du J, Olhoff N. Topological optimization of continuum structures with design-dependent surface loading—Part II: algorithm and examples for 3D problems[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 27(3): 166-177.
- [4] Fuchs M B, Shemesh N N Y. Density-based topological design of structures subjected to water pressure using a parametric loading surface[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 28(1): 11-19.
- [5] Chen B C, Kikuchi N. Topology optimization with design-dependent loads[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2001, 37(1): 57-70.
- [6] Sigmund O, Clausen P M. Topology optimization using a mixed formulation: an alternative way to solve pressure load problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(13-16): 1874-1889.
- [7] Bendsoe M P, Sigmund O. Topology optimization: theory, methods and applications[M]. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2003.
- [8] Bendsoe M P, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. Archive Applied Mechanics, 1999, 69(9/10): 635-654.
- [9] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2001, 21(2): 120-127.
- [10] Svanberg K. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24(2): 359-373.
- [11] Samtech. Boss quattro V5 user's guide[M]. 2003

### 作者简介:

张卫红(1964—) 男,博士,教授,博士生导师,教育部第二批“长江计划”特聘教授。主要研究方向:材料-结构一体化优化设计与加工数值仿真。

Tel: 029-88495774

E-mail: zhangwh@nwpu.edu.cn

杨军刚(1982—) 男,博士研究生。主要研究方向:结构优化设计。

Tel: 13720628486

E-mail: yangjungang2004@gmail.com

(编辑:李铁柏,徐晓)