

文章编号: 1000-6893(2005)06-0742-06

# 分数傅立叶变换用于抑制 SAR 杂波背景检测慢速动目标

陈广东, 朱兆达, 朱岱寅

(南京航空航天大学 信息技术学院, 江苏 南京, 210016)

Symmetry FrFT Used to Suppress the Fixed Background Clutter to Detect  
Moving Target in a SAR Image

CHEN Guangdong, ZHU Zhao2da, ZHU Da2yin

(College of Information and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**摘要:** 慢速运动目标在时、空、频域上都落入主杂波区。利用单通道 SAR 图像中静止背景的信息抑制静止杂波, 可改善检测动目标的性能。分数傅立叶变换是线性变换, 不存在交叉项, 采用分数傅立叶变换搜索匹配动目标信号, 使其能量汇聚。对称计算旋转角正负对称的分数傅立叶变换, 在两个对称的分数傅立叶域中得到两个复信号, 这两个复信号中静止背景的模处处相同, 而包含动目标的区域, 模的幅度有很大差别, 计算对称的分数傅立叶域信号对应位置模的差, 取绝对值, 可对消静止背景, 敏锐地检测动目标。实测数据表明本算法有效。

**关键词:** 合成孔径雷达; 移动目标检测; 分数傅立叶变换

**中图分类号:** TN951; V243 **文献标识码:** A

**Abstract:** In single channel SAR, the echo from a slow moving target is confused with ground clutter in time, space and frequency domains. If the information about fixed clutter in SAR image can be used to suppress the background clutter, the detection of moving target will be easy. The fractional Fourier transform is a linear operator, and will not be influenced by cross terms. The FrFT is a way to concentrate the energy of the echo from a ground moving target. In two symmetry fractional Fourier domains with two inverse rotation angles of every SAR image tangential line, the static clutter's spectrums are same, while the moving target's are different. The absolute value subtracting of the two signals can be expected to have superior moving target detection performance. The experiment result proveds the validity of this method.

**Key words:** synthetic aperture radar; moving target detection; fractional Fourier transform

随着合成孔径雷达的广泛运用, 人们希望在普通数据中检测慢速动目标。慢速运动目标在时、空、频域上都落入主杂波区。在单通道 SAR 图像中, 背景杂波动态范围很大, 动目标的信号叠加在静止杂波上。应用时频分析<sup>[1]</sup>、多维匹配搜索<sup>[2,3]</sup>或自聚焦方法<sup>[4]</sup>可汇聚动目标能量, 从杂波和噪声中检测动目标。现有的在单通道 SAR 信号中检测动目标的方法把地杂波与噪声混在一起, 作为纯干扰处理, 散失了静止背景信息, 检测效果不好。实用的动目标检测依赖于多通道 SAR。

根据文献[5], SAR 地面动目标的回波可近似为线性调频信号。线性调频信号是自然界普遍存在的一种信号形式。如蝙蝠用于回声定位的信号, 地球物理学中的天电干扰信号, 天体物理学中的万有引力波, 声学色散介质中传播的脉冲波等。

在雷达、声纳、通信、物理学、医学等领域中, 线性调频信号有着广泛的应用。线性调频信号的瞬时频率随时间变化, 是一种典型的非平稳信号, 对这类信号, 时频表示可对信号进行直观的分析 and 描述。Namias 于 1980 年提出分数傅立叶变换 (Fractional Fourier Transform), 并应用于量子力学领域, Almeida<sup>[2]</sup>研究了 FRFT 同 Wigner 分布的关系, 给出了 FRFT 在时频空间的物理意义: FRFT 可看作是时频平面(t, X)上的一种旋转变换, FRFT 是傅里叶变换的全族, 可理解为信号时频分布的广义直线边缘分布。分数傅立叶变换能实现对线性调频信号频率和调频斜率的二维匹配, 可用于检测动目标。单纯采用分数傅立叶变换匹配动目标信号检测动目标的方法已在 SAR 信号处理中应用。

SAR 图像中的可用信息大部分是关于静止背景的信息, 静止背景的空间分布、反射强度以及时频分布等信息都可从 SAR 图像中获得。如何利用这些信息抑制静止杂波, 突显出动目标, 值得

收稿日期: 200421206; 修订日期: 200508204

基金项目: 国家自然科学基金(60502030)、航空科学基金(05D52027)资助课题

关注。在单通道复值图像中抑制静止背景检测运动目标,应当兼顾消减静态背景和汇聚运动目标反射能量。本文采用分数傅立叶变换搜索匹配运动目标信号,使其能量汇聚。为了抑制图像杂波背景,每次搜索中,对称计算旋转角正负对称的两个分数傅立叶变换,在两个对称的分数傅立叶域中得到两个复信号,这两个复信号中静止背景的模处处相同,而包含运动目标的区域,模的幅度有很大差别,计算对称的分数傅立叶域信号对应位置模的差,取绝对值,可对消静止背景,敏锐地检测运动目标。分数傅立叶变换是线性变换,在处理多目标信号时,不存在交叉项干扰,这是 Wigner\_hough 变换无法相比的,而且分数傅立叶变换可以借助 FFT 实现,计算量小。实例数据表明此方法有类似多通道 GMTI 雷达抑制静止背景的作用,可改善在强杂波环境下检测运动目标的性能。

### 1 SAR 图像中的运动目标和静止目标

正侧视 SAR 接收到的运动目标方位向信号(距离压缩后)近似为一线性调频信号,表示为

$$S_m(t) = A_T \text{rect}\left[\frac{t}{T}\right] \exp(jX_0 t) \exp(jk_m t^2) \quad (1)$$

其中:  $A_T$  为一常数,与目标的雷达反射截面积(RCS)有关;  $X_0 = 4PV_r/K$  为多普勒质心;  $k_m = (2P/KR_0)[-(V - V_c)^2 + R_0 a_r]$  为调频斜率,这里  $R_0$  为零时刻雷达与目标的距离;  $V$  为载机速度;  $a_r$  为径向加速度;  $V_c$  为切向速度;  $V_r$  为径向速度;  $T$  为合成孔径时间。静止点目标为  $a_r, V_c$  和  $V_r$  都为零时运动目标的特例

$$S_s(t) = A_T \text{rect}\left[\frac{t}{T}\right] \exp(jk_s t^2) \quad (2)$$

其中:  $k_s = \frac{-2PV^2}{KR_0}$

将式(2)中  $t$  换为  $t - \frac{y_i}{V}$  就得到方位向位置为  $y_i$  的静止点目标方位向信号

$$S_{si}(t) = A_T \text{rect}\left[\frac{t - y_i/V}{T}\right] \exp\left[jk_s \left(t - \frac{y_i}{V}\right)^2\right] \quad (3)$$

为了与分数傅立叶变换统一,采用常数系数对称的傅立叶变换对,这与常见的非对称形式不同:

$$G(X) = \frac{1}{\sqrt{2P}} \int_{-1}^{+1} Q(t) e^{jXt} dt$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2P}} \int_{-1}^{+1} G(X) e^{jXt} dX$$

影响(以下同),式(1)的频域表示为

$$S_m(X) = \frac{1}{\sqrt{2|k_m|}} \text{rect}\left[\frac{X - X_0}{B_{Xm}}\right] A_T \# \exp\left[\frac{jX_0 X}{2k_m}\right] \exp\left[-\frac{jX^2}{4k_m}\right]$$

这里  $B_{Xm} = |2k_m| T$ 。

式(3)的静止点目标信号频域表示为

$$S_{si}(X, y_i) = \frac{1}{\sqrt{2|k_s|}} \text{rect}\left[\frac{X}{B_{Xs}}\right] A_T \# \exp\left[-j\left(\frac{X^2}{4k_s} + \frac{X y_i}{V}\right)\right] \quad (4)$$

其中:  $B_{Xs} = 2|k_s| T = \frac{4PV^2 T}{KR_0}$ 。

成像时,校正了静止目标的二次相位误差,

$$S_{csi}(X, y_i) = \frac{1}{\sqrt{2|k_s|}} \text{rect}\left[\frac{X}{B_{Xs}}\right] A_T \# \exp\left[-j\left(\frac{X y_i}{V}\right)\right] \quad (5)$$

由式(5)得时域静止目标图像信号(注意  $k_s < 0$ ):

$$S_{csi}(t, y_i) = \sqrt{\frac{|k_s|}{P}} A_T T \text{sinc}\left[k_s T \left(t - \frac{y_i}{V}\right)\right] \quad (6)$$

式(6)表明静止背景被聚焦。慢时分辨单元  $Q = \frac{KR_0}{2V^2 T}$ 。这时运动目标仍存在二次相位误差

$$S_m(X) = \frac{1}{\sqrt{2|k_m|}} \text{rect}\left[\frac{X - X_0}{B_{Xm}}\right] A_T \# \exp\left[\frac{jX_0 X}{2k_m}\right] \exp\left[\frac{(k_m - k_s)jX^2}{4k_m k_s}\right]$$

运动目标时域复图像为

$$S_{cm}(t) = \sqrt{\frac{k_s}{|k_s - k_m|}} A_T \# \exp\left[\frac{j k_m k_s}{k_s - k_m} \left(1 + \frac{X_0}{2k_m}\right)^2 + \text{sgn}\left(\frac{k_m - k_s}{k_m k_s}\right) \frac{P}{4}\right] \quad (7)$$

其中:  $\left|t + \frac{X_0}{2k_s}\right| < \frac{T}{2} \left|\frac{k_m - k_s}{k_s}\right|$ 。

### 2 对称分数阶傅立叶变换后的静止背景和运动目标

信号  $S(t)$  的旋转角为  $A$  的分数傅立叶变换定义为

$$S_A(u) = \begin{cases} \int_{-1}^{+1} \frac{1 - j \cot A}{2P} \exp\left[j \frac{u^2}{2} \cos A\right] Q(t) \# \\ \exp\left[j \frac{t^2}{2} \cos A\right] \exp(-j u t \csc A) dt \quad a \times n P \\ s(t) \quad A = 2n P \\ s(-t) \quad A = (2n + 1) P \end{cases} \quad (8)$$

忽略了信号的相位常数项和 SAR 预滤波的

式中:  $n=0, 1, 2, \dots$

通常将旋转角为  $A$  的分数傅立叶变换表示为  $F_A$ , 分数傅立叶变换有以下基本性质:

(1) 线性性质

$$F_A[c_1 f(t) + c_2 g(t)] = c_1 F_A f(t) + c_2 F_A g(t);$$

(2) 循环性质

$$F_0[s(t)] = F_{2P}[s(t)] = s(t);$$

(3) 与傅立叶变换的关系

$$F_{P/2}[s(t)] = F_{5P/2}[s(t)] = s(f);$$

(4) 旋转角可加性

$$F_{A+B} = F_A F_B.$$

文献[6, 7]介绍了分数傅立叶变换的有关性质。

单通道 SAR 图像中的动目标方位向信号, 在时频平面上的能量分布为一倾斜的线段, 静止目标方位向信号的时频能量分布为一垂直于时间轴, 且正负频率对称的线段, 如图 1 所示。

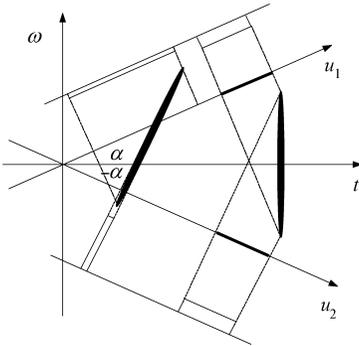


图 1 对称分数阶傅立叶变换后的静止背景和动目标能量分布

Fig. 1 The energy distributions of the moving and fixed targets in symmetry FrFT domain

根据分数傅立叶变换性质和相位驻定原理, 式(5)、式(6)描述的静止背景信号, 经旋转角  $A$  为的分数傅立叶变换后有

$$F_A[Sc_{si}(t, y_i)] = F_{(A/P/2)}[Sc_{si}(X, y_i)] =$$

$$\frac{\sqrt{|1 + j \tan A|}}{\sqrt{|k_s \tan A|}} \text{rect} \left[ \frac{u - \frac{y_i \cos A}{v}}{B_{Xs} \sin A} \right] A_{Ti} \# \exp \left[ j \left( \frac{y_i^2 \cot A}{2v^2} + \frac{u^2}{2} \cot A - \frac{y_i}{v} u \csc A \right) - \text{sgn}(\tan A) \frac{P}{4} \right] \quad (9)$$

式(9)中信号能量为功率与时间分布长度的积

$$\left| \frac{\sqrt{|1 + j \tan A|}}{\sqrt{|k_s \tan A|}} \right|^2 \# |B_{Xs} \sin A| = \left| \frac{B_{Xs}}{k_s} \right|, \text{其中 } 0 \leq A <$$

$\frac{P}{2}$ , 结果与  $A$  无关, 这表明分数傅立叶变换不会改

变点目标信号能量, 只改变能量分布方式, 即能量守恒。式(5)、式(6)经旋转角  $A$  的分数傅立叶变换后得

$$F_A[Sc_{si}(t, y_i)] = F_{(A/P/2)}[Sc_{si}(X, y_i)] = \frac{\sqrt{|1 + j \tan A|}}{\sqrt{|k_s \tan A|}} \text{rect} \left[ \frac{u - \frac{y_i \cos A}{v}}{B_{Xs} \sin A} \right] A_{Ti} \# \exp \left[ j \left( \frac{y_i^2 \cot A}{2v^2} + \frac{u^2}{2} \cot A - \frac{y_i}{v} u \csc A \right) + \text{sgn}(\tan A) \frac{P}{4} \right] \quad (10)$$

从式(10)中同样看出信号能量不变。由式(9)和(10)可见

$$F_A[Sc_{si}(t, y_i)] = \{ F_A[Sc_{si}(t, y_i)] \}^*$$

存在多个静止点信号叠加时, 此共轭关系依然成立

$$E_i F_A[Sc_{si}(t, y_i)] = \{ E_i F_A[Sc_{si}(t, y_i)] \}^* \quad (11)$$

此处  $i$  为  $t$  时刻存在信号叠加的点目标标识。

如图 1 所示。静止目标在对称分数傅立叶域上的投影的能量分布相同。

为增强动目标检测信号, 需使动目标聚焦, 由图 1 可见动目标信号经特定旋转角的分数傅立叶变换, 可在分数傅立叶域聚焦动目标。对于非合作的动目标, 需要搜索分数阶傅立叶变换旋转角, 找到使动目标能量聚集的最佳旋转角。

$$\text{当 } A = \arctan \frac{k_m - k_s}{2k_m k_s} \text{ 时,}$$

$$F_A[Sc_m(t)] = F_{(A/P/2)}[Sc_m(X)] = \frac{\sqrt{|1 + j \tan A|}}{\sqrt{4P|k_m|}} A_T \exp \left[ -\frac{j u^2 \tan A}{2} \right] \exp \left[ j \left( \frac{X_0}{2k_m} + \frac{u}{\cos A} \right) X_0 \right] \# \text{sinc} \left[ \frac{X_0 T}{2} + k_m T u \text{sec} A \right] \quad (12)$$

式(12)表明这时动目标被聚焦。通常地面慢速动目标速度小于 SAR 平台速度的一半, 即有  $|V_c| \leq V/2$ 。这样一来的搜索范围(不考虑加速度)

$$A = \arctan \frac{k_m - k_s}{2k_m k_s} = \arctan \left[ \frac{KR_0}{4P} \left( \frac{1}{(V - V_c)^2} - \frac{1}{V^2} \right) \right] \left[ \arctan \frac{3KR_0}{4PV^2} \right]$$

根据通常机载 SAR 系统参数,  $\frac{3KR_0}{4PV^2}$  接近于零, 所以上式简化为:  $A \approx \frac{3KR_0}{4PV^2}$ , 可见搜索范围很小。A 的搜索间隔以能使动点目标能量全部汇聚

到一个方位向分辨单元中为准则。考虑到预滤波, 动目标时频分布线段长度以  $B_{xs}$  估算, 这样 A 的搜索间隔  $\Delta A [\frac{Q}{B_{xs}} (\text{弧度})]$ , 可见减低图像分辨率可有效减少搜索计算量。

而对称分数傅立叶域的动目标有如下关系式: 旋转角  $A = \arctan \frac{k_m - k_s}{2k_m k_s}$  时

$$F_A[Sc_m(t)] = F_{A/2}[Sc_m(X)] = \frac{1 + j \tan A}{\sqrt{4 |k_m \tan A|}} A_T \# \exp \left[ -\frac{j u^2 \tan A}{2} \text{rect} \left( \frac{u - \frac{X_{d0} \cos A}{2k_m} - 2X_{d0} \sin A}{2B_{xm} \sin A} \right) \# \exp \left[ \frac{j \cot A}{4} \left( \frac{X_{d0}}{2k_m} + \frac{u}{\cos A} \right)^2 - \text{sgn}(\tan A) \frac{P}{4} \right] \right] \quad (13)$$

式(13)表明 u 的取值范围

$$\left| u - \frac{X_{d0} \cos A}{2k_m} - 2X_{d0} \sin A \right| \leq |B_{xm} \sin A| \quad (14)$$

动目标能量扩散了更大范围, 式(13)和(14)也满足能量守恒关系。由图 1 可见动目标在对称分数傅立叶域上的能量分布完全不同。

### 3 以对称分数傅立叶域信号模差的绝对值检测动目标

动目标与静止背景混叠在一起, 以对称分数傅立叶域信号模差的绝对值检测动目标, 即计算  $|F_A(\mathbf{x}_{si}(t) + \mathbf{x}_m(t))| - |F_A(\mathbf{x}_{si}(t) + \mathbf{x}_m(t))| + \dots$  (15)

由前文分析, 分数阶傅立叶变换使动目标聚焦时, 式(15)仍呈现能量峰的形态, 若配合搜索 A, 可找到这个新考察值对应的动目标能量汇聚峰, 指示出动目标。

在没有动目标出现的区域, 式(15)可对消纯静止目标的能量; 而动目标出现区域, 式(15)中的信号不能对消, 留下一随机正值。不考虑 SAR 图像噪声, 若以对称分数傅立叶域信号模差的绝对值检测动目标, 因纯静止杂波的能量被完全对消, 以 0 为门限检测动目标, 此时根据式(15), 理论上动目标的检测概率为 100%, 虚警率为 0。

实际 SAR 图像中包含不能以此方法对消能量的噪声, 动目标检测门限就应选大于 0 的值, 检测概率达不到 100%。在 SAR 图像中杂波的能量总是大于噪声的能量, 尤其在强杂波背景中, 理想情况下的理论分析与实际情况近似。抑制杂波检测动目标的方法在强杂波环境中能充分体现出

优势。

只要原始图像中动目标像扩散范围超过一个方位分辨单元, 动目标就有可能被检测到, 这一点与单纯的搜索分数傅立叶变换旋转角汇聚动目标能量的检测方法一样。据此, 最小可检测速度不难求出(参见式(7))。实际可检测最小速度受目标散射面大小, 运动方式, 和杂波噪声影响。由式(12)、式(13)可见, A 越小, 对消后动目标信号幅值损失越大, 但模对消抑制静止背景的作用总是大于削弱动目标信号幅值的作用。

杂波动态范围大, 各区域分布不匀, 杂波中的动目标恒虚警检测需计算局部区域杂波强度, 据此制定动态门限。杂波被抑制后, 噪声中的动目标恒虚警检测可只用一个固定门限。噪声来源复杂, 这时候噪声可看成满足瑞利分布, 分布参数很难从理论推导, 可根据实验数据抽样统计得到。

以对称搜索分数傅立叶变换所得对称分数傅立叶域信号模差的绝对值, 检测动目标算法总结:

(1) 确定动目标检测门限, 根据恒虚警原则 (CFAR), 此门限由虚警率和噪声确定。若动目标聚焦时, 经对称分数傅立叶域信号模对消取绝对值后, 把信号中噪声都近似看作满足同一瑞利分布, 则检测门限为,  $K = \sqrt{2R}(-\ln A)$ , 其中 R 为噪声的标准差, 由统计得到, A 为虚警率。

(2) 依次从 SAR 复图像中沿方位向取一行数据, 进行 FFT, 变到频域。

(3) 在  $0 - \frac{3KR_0}{4PV^2}$  内, 以间隔  $\frac{Q}{B_{xs}}$  依次取一个 A 值(0 不必计算)。

(4) 计算对称分数傅立叶变换所得对称分数傅立叶域信号模差的绝对值, 即式(15)。

(5) 判断式(15)的结果是否大于门限, 若发现目标, 则指示动目标位置。回到 3, 搜索下一个 A 值, 直到搜索完全部 A 值。

(6) 回到(2), 直到遍历整幅图像。

### 4 实验

由于实际正侧视 SAR 存在斜视角误差和载机飞行方向误差, 会使方位向多谱勒中心偏离零点, 在进行对称分数傅立叶变换对消静止背景检测动目标之前, 要先进行杂波锁定和移频, 将方位向多谱勒中心移到零点。

SAR 系统天线方向图不对称会影响方位向频谱的对称性, 可在预滤波时修整频谱的对称性。

SAR 图象中的动目标还存在越距离走动, 可

采用减低距离向分辨率的方法消除此影响。

图2是某型SAR图像, SAR主要参数如下:发射脉冲时宽 10 Ls, 频带宽 180 MHz, PRF 600 Hz。图2水平向为方位向, 有 4096 个像素点。图2中左箭头指示处是一反射很强的动目标。沿方位向取出包含此动目标的一行数据。图3(a)是这行图像信号的归一化(以下同)模的波形, 从中看不出动目标。对此复图像信号搜索分数傅立叶变换旋转角, 在分数傅立叶域动目标被聚焦时, 信号模的波形如图3(b), 动目标信号高出最大杂波 0.44。图3(c)为与图3(b)对称的分数傅立叶域信号的模。从图3(b)和图3(c)可见, 没有动目标的静止背景信号模在图3(b)和图3(c)中波形相似, 而出现动目标的地方, 图3(b)和图3(c)波形完全不同。图3(d)为图3(b)和图3(c)之差的绝对

值, 此时动目标信号高出最大噪声 0.52。这说明对消的结果使背景失去较多的能量, 而信号包含动目标的部分失去的能量较少, 动目标的可检测性得到增强。

图2右箭头指示处是一沿方位向的静止建筑物的亮线, 在图3(b)和图3(c)中, 此背景杂波能量表现最强, 在图3(d)中受到的消减幅度最大。

### 5 结论

多通道 SAR 检测动目标的效果优于单通道 SAR, 主要原因在于多通道 SAR 可利用静止背景信息抑制地杂波。本文提出静止背景信息在从单通道 SAR 信号中检测动目标时是可以利用的, 利用这些信息同样可以抑制地杂波。



图2 某型正侧视 SAR 图像(水平向为方位向, 左箭头指示处有一动目标, 右箭头指示处有一静止亮线)

Fig 3 A stripmap mode SAR image (The horizontal direction is cross2range, the left arrow leads to a moving target, while the right arrow indicates a line shaped clutter)

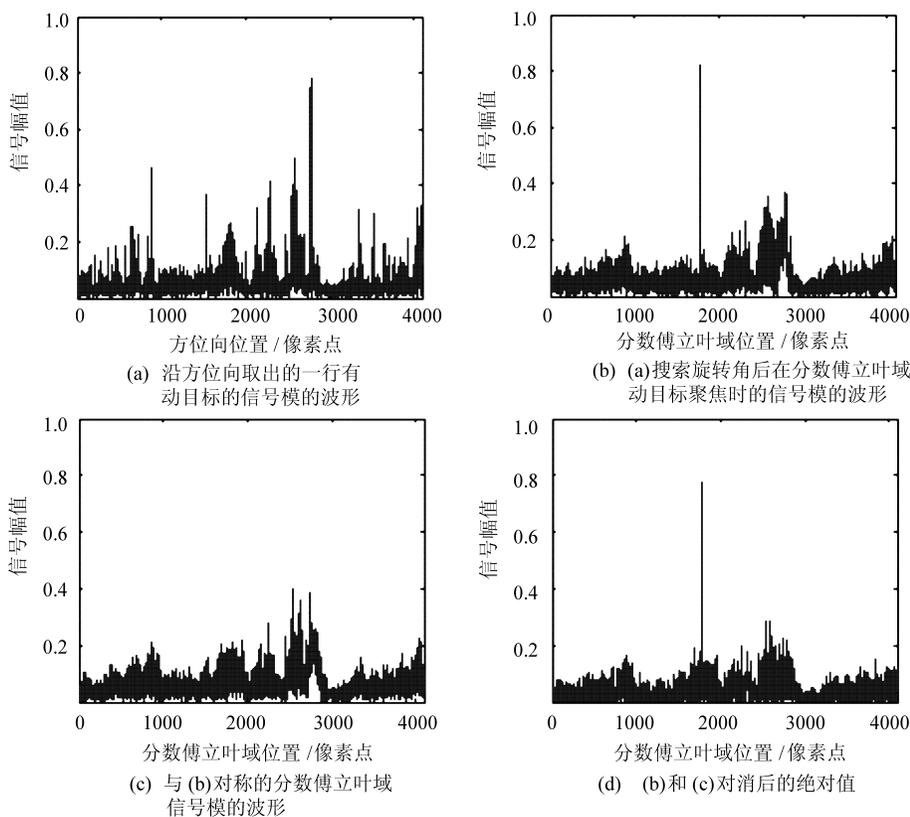


图3 实测 SAR 数据分析

Fig 3 The performances of processing real SAR image data

从实测数据结果可见, 以对称分数傅立叶变换对消静止背景检测动目标, 与单纯聚焦动目标能量的分数傅立叶变换检测方法相比, 杂波背景受到抑制, 动目标的可检测性得到增强。由于 SAR 天线方向图加权的影响, 地面植被的晃动, 地面存在许多反射率随入射角变化的物体, SAR 系统的误差和计算量化误差等因素使得不能对消的噪声能量不容忽视, 降低了抑制杂波法检测动目标的性能。

抑制杂波法检测性能的优越性主要表现在强杂波环境中, 这时的静止背景信息影响大, 抑制这样的杂波对检测动目标意义更大, 例如实验中遇到的沿方位向的亮线状静止物体时, 通常只汇聚动目标能量的检测法不易区分此类目标, 见文献 4。而本文的算法对此假目标有一定抑制作用。

由算法实现方式可见, 此方法与单纯搜索分数傅立叶变换汇聚动目标能量的检测方法计算量相当。

### 参 考 文 献

- [1] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998. 84- 107.  
Zhang X D, Bao Z. Analysis and processing of nonstationary signal[M]. National Defense Industry Publishing Company. 1998. 84- 107. (in Chinese)

- [2] Perry R P, Dipietro R C, Fante R L. SAR imaging of moving targets[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 188- 199.
- [3] Jos M B D, Paulo C M. Multiple moving target detection and trajectory estimation using a single SAR sensor[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(2): 604- 624.
- [4] Fienup J R. Detecting moving targets in SAR imagery by focusing[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(3): 794- 808.
- [5] Raney R K. Synthetic aperture imaging radar and moving targets. [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1971, AES7(3): 499- 505.
- [6] Santhanam B, McClellan J H. The discrete rotation Fourier transform[A]. IEEE Trans on Signal Processing [C]. 1999, 44(4): 994- 998.
- [7] Pei S C, Yeh M H, Luo T L. Fractional Fourier series expansion for finite signals and dual extension to discrete-time fractional Fourier transform[A]. IEEE Trans on Signal Processing [C]. 1999, 47(10): 2883- 2888.

#### 作者简介:

陈广东(1968- ) 男, 江苏南京人, 博士生, 助研, 研究方向雷达成像和信号处理。

朱兆达(1939- ) 男, 教授, 博士生导师, 研究方向雷达信号检测与处理。

朱岱寅(1974- ) 男, 副研究员, 博士, 研究方向雷达成像和信号处理。

(责任编辑: 李铁柏)