

文章编号: 1000-6893(2006)01-0104-05

利用分数低阶空时矩阵进行冲击噪声环境下的 DOA 估计

何 劲, 刘 中

(南京理工大学 电子工程系, 江苏 南京 210094)

DOA Estimation in Impulsive Noise Environments Using Fractional Lower Order Spatial Temporal Matrix

HE Jin, LIU Zhong

(Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

摘 要: 研究冲击噪声环境下的信号 DOA 估计问题。在对称 α 稳定(S α S: Symmetric α stable) 分布冲击噪声假设下, 定义了一个阵列接收数据的广义分数低阶空时矩阵。理论分析表明, 对广义分数低阶空时矩阵进行奇异值分解可获得噪声子空间估计。与信号空间 DOA 估计技术相结合, 提出一种新的基于信号空间分解的 DOA 估计算法。该算法在低信噪比下对强冲击噪声具有更好的抑制作用。计算机仿真证明了算法的有效性。

关键词: DOA 估计; 冲击噪声; 对称 α 稳定分布; 分数低阶空时矩阵; 奇异值分解; MUSIC 算法

中图分类号: V243 文献标识码: A

Abstract: This paper is concerned with the direction of arrival estimation problem in impulsive noise modeled as symmetric α stable (S α S) distribution. A generalized fractional lower order spatial temporal matrix (FSTM) of the array measurements is defined. Theoretical analysis shows that the matrix FSTM can be used to obtain the estimation of noise subspace. Then a new DOA estimation algorithm using subspace based techniques is proposed. The algorithm is much efficient to restrain the strong impulsive noise for low signal to noise ratio (SNR) case. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: direction of arrival estimation; impulsive noise; symmetric α stable distribution; fractional lower order spatial temporal matrix; singular value decomposition; MUSIC algorithm

DOA 估计在阵列无源探测、雷达、声纳、通信等方面的应用已经受到了人们广泛的重视^[1]。传统的 DOA 估计往往假设背景噪声为高斯噪声, 利用二阶或高阶累积量进行分析可以获得理想的结果^[1]。然而, 在实际环境中我们遇到的噪声通常是非高斯, 如海杂波噪声、大气噪声、无线信道噪声等^[2]。这些噪声的模型可表示成 S α S 随机过程, 它与高斯噪声模型失配, 使得传统的基于二阶或高阶累积量的算法失效。针对冲击噪声环境下的 DOA 估计问题, 文献[3]中推导了最优的最大似然算法, 但算法高昂的计算代价限制了它的使用; ROG-MUSIC 算法^[4]是一种基于共变的次优算法, 与最大似然算法相比, ROG-MUSIC 算法降低了计算量; T. h. Liu 在 2001 年提出基于分数低阶矩阵的 MUSIC 算法(FLOM-MUSIC)^[5], 给出了一种冲击噪声环境下 DOA 估计的基本框架,

并通过仿真发现算法与 ROG-MUSIC 算法具有相同的性能。国内也有学者进行冲击噪声环境下的 DOA 估计方法的研究^[6,7], 分析了基于共变和 FLOM 的 TLS-ESPRIT 算法的性能。FLOM-MUSIC 算法在冲击噪声强度较小时, 具有很好的性能, 但在噪声强度较大时性能明显下降甚至失效。其次, 传统的算法往往只利用阵列接收数据的空域信息, 这就使得算法在信噪比较低、噪声模型比较复杂时的估计性能下降。本文提出一种新的算法, 充分利用阵列接收数据的空域和时域信息, 构造广义分数低阶空时矩阵(FSTM: Fractional Lower Order Spatial Temporal Matrix), 利用奇异值分解获得噪声子空间的估计, 用子空间的算法实现 DOA 的估计。算法在低信噪比下对强冲击噪声具有很好的抑制作用。

1 信号模型与噪声模型

L 个远场窄带独立信号进行 DOA 估计, 阵元间距为 d , 信号的 DOA 分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P$. 以阵列的第一阵元为基准阵元, 各信号源在基准点的复包络分别为 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)$, 则第 m 个阵元接收在 t 时刻的信号可表示为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^P s_i(t) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(m-1)d\sin\theta_i} + n_m(t) \quad (1)$$

其中 $n_m(t)$ 表示第 m 个阵元上的噪声. 假设各阵元上的噪声是独立的. 用向量形式, 阵列信号为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

式中:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(\theta_P)] \quad (\text{阵列流形矩阵}) \quad (3)$$

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1 \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta_i} \quad \dots \quad e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(L-1)\sin\theta_i}]^T$$

(方位 θ_i 处的导向矢量) (4)

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad \dots \quad s_P(t)]^T \quad (\text{信号矢量}) \quad (5)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \quad n_2(t) \quad \dots \quad n_L(t)]^T \quad (\text{噪声矢量}) \quad (6)$$

上面的模型中假设噪声是 SaS 型随机过程, 其分布的特征函数为

$$\varphi(t) = e^{(j\delta - \gamma|t|^\alpha)} \quad (7)$$

其中: α 为特征指数, $0 < \alpha \leq 2$; δ 为位置参数, 当 $0 < \alpha \leq 1$ 时, δ 为 SaS 概率密度的中值, 当 $1 < \alpha \leq 2$ 时, δ 为 SaS 概率密度的均值; γ 为分布的偏移系数, 相当于高斯分布的方差. 当 $\delta = 0, \gamma = 1$ 时, 把它称为标准分布. 此时, 它的概率密度函数为^[8]

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k!} \Gamma(\alpha k + 1) x^{-\alpha} \cdot \sin\left(\frac{k\alpha\pi}{2}\right) & 0 < \alpha < 1 \\ \frac{1}{\pi(x^2 + 1)} & \alpha = 1 \\ \frac{1}{\pi\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k!} \Gamma\left(\frac{2K+1}{\alpha}\right) x^{2k} & 1 < \alpha < 2 \\ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x}{4}\right)} & \alpha = 2 \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\Gamma(t)$ 为 Gamma 函数,

$$\Gamma(t) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (9)$$

图 1 是不同 α 值时标准 SaS 分布概率密度曲线. 从图中可以发现 SaS 分布的一个重要特性: 特征指数 α 越小, SaS 概率密度的拖尾越长, 这就意味着 SaS 型的随机变量的特征指数越小, 冲击

性就越强. 和高斯分布不同的是, 特征指数为 α 的 SaS 分布, 其二阶以上矩都不存在, 只存在小于 α 的矩. 这就说明传统的基于协方差矩阵分解的方法在 SaS 分布的噪声环境下失效.

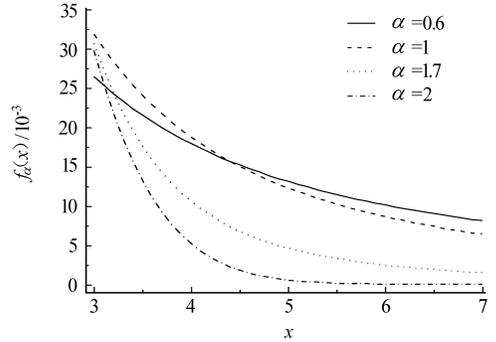


图 1 SaS 分布概率密度曲线
Fig 1 Standard SaS densities

2 基于广义分数低阶空时矩阵的 DOA 估计

在阐述 DOA 估计算法之前, 先介绍几个数学运算符. 设 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 是两个 L 维向量, \mathbf{A} 是 $L \times L$ 维矩阵. 定义

$$|\mathbf{a}| = [|\mathbf{a}^1| \quad |\mathbf{a}^2| \quad \dots \quad |\mathbf{a}^L|]^T \quad (10)$$

$$(\mathbf{ab})_i = \mathbf{a}^i \mathbf{b}_i \quad (11)$$

$$(\mathbf{aA})_{ij} = (\mathbf{Aa})_{ij} = \mathbf{a}^i \mathbf{A}_{ij} \quad (12)$$

$$|\mathbf{a}|^p = [|\mathbf{a}^1|^p, |\mathbf{a}^2|^p, \dots, |\mathbf{a}^L|^p] \quad (13)$$

对阵列信号 $\mathbf{x}(t)$, 定义 p ($1 < p \leq 2$) 阶分数低阶空时矩阵为

$$\mathbf{R}(\tau) = E[\mathbf{x}(t - \tau) |\mathbf{x}(t)|^{p-2} \mathbf{x}(t)^H], \quad 0 < \tau < \tau_{\max} \quad (14)$$

与文献[5]中的分数阶矩相比, 式(14)利用了阵列接收信号的时域信息, 这有助于改进 DOA 估计的性能^[9]. 下面分析 $\mathbf{R}(\tau)$ 的结构

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}(\tau)]_{ik} &= E \left\{ \left[\sum_{q=1}^P \mathbf{a}_i(\theta_q) s_q(t) + n_i(t) \right] \cdot \left| \left[\sum_{r=1}^P \mathbf{a}_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right] \right|^{p-2} \cdot \left[\sum_{r=1}^P \mathbf{a}_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right]^* \right\} = \\ &= \sum_{q=1}^P \mathbf{a}_i(\theta_q) E \left\{ s_q(t - \tau) \left| \left[\sum_{r=1}^P \mathbf{a}_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right] \right|^{p-2} \left[\sum_{r=1}^P \mathbf{a}_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right]^* \right\} + \\ &= E \left\{ n_i(t - \tau) \left| \left[\sum_{r=1}^P \mathbf{a}_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right] \right|^{p-2} \left[\sum_{r=1}^P \mathbf{a}_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right]^* \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

因为噪声是零均值, 空时独立同分布, 并且与信号也是不相关的, 因此

$$E \left\{ n_i(t-\tau) \left| \left[\sum_{r=1}^P a_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right] \right|^{p-2} \cdot \left[\sum_{r=1}^P a_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right]^* \right\} = 0 \quad (16)$$

于是, 利用文献[5]定理 6 的结论, 可得

$$[R(\tau)]_{ik} = \sum_{q=1}^P a_i(\theta_q) E \left\{ s_q(t-\tau) \cdot \left| \left[\sum_{r=1}^P a_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right] \right|^{p-2} \cdot \left[\sum_{r=1}^P a_k(\theta_r) s_r(t) + n_k(t) \right]^* \right\} = \sum_{q=1}^P a_i(\theta_q) \Gamma_{qi} a_k^*(\theta_q)$$

其中:

$$\Gamma_{qi} = E \left\{ s_q(t-\tau) \left| \sum_{r=1}^P s_r(t) + n_r(t) \right|^{p-2} \cdot \left[\sum_{r=1}^P s_r(t) + n_r(t) \right]^* \right\} \quad (17)$$

于是, 对任意 $\tau \neq 0$, 有

$$R(\tau) = A(\theta) \Gamma A^H(\theta) \quad (18)$$

对 $A(\theta)$ 作奇异值分解, 得到

$$A(\theta) = [E_s \ E_n] [D \ \mathbf{0}]^T V^H \quad (19)$$

将式(19)代入式(18)中, 可以发现对于所有的 $\tau \neq 0$, 有

$$R(\tau) = [E_s \ E_n] D(\tau) [E_s \ E_n]^H \quad (20)$$

其中: $D(\tau) = [D V^H \Gamma V D \ \mathbf{0}]$ 是一个分块对角矩阵; E_s, E_n 分别表示信号子空间和噪声子空间。由上面的分析, 发现对任何一个分数低阶空时矩阵 $R(\tau)$ 阵进行奇异值分解都可以获得噪声子空间, 从而用基于子空间的算法实现 DOA 的估计。为了进一步抑制噪声, 提高算法的性能, 用多个分数低阶空时矩阵来估计噪声子空间。记

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t - \tau_1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - \tau_m) \end{bmatrix} \quad (21)$$

这时, 可以得到 $(\tau_m \times L) \times L$ 维分数低阶空时矩阵为

$$R = E[\phi(t) (\mathbf{x}(t) |^{p-2} \mathbf{x}(t)^H)] = \begin{bmatrix} R(\tau_1) \\ \vdots \\ R(\tau_m) \end{bmatrix} \quad (22)$$

把式(22)称为广义分数低阶空时矩阵。在实际应用中, $\mathbf{x}(t)$ 是由 N 个快拍数据构成, 记为 $\mathbf{x}(t)$,

$t = 1, 2, \dots, N$, 此时 $R(\tau)$ 和 R 的估计值为

$$\hat{R}(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=\tau_1}^N \mathbf{x}(t-\tau) (\mathbf{x}(t) |^{p-2} \mathbf{x}(t))^H \quad (23)$$

$$\hat{R} = \frac{1}{N} \sum_{t=\tau_1}^N \phi(t) (\mathbf{x}(t) |^{p-2} \mathbf{x}(t))^H \quad (24)$$

于是, 对 R 奇异值分解可以获得噪声子空间的估计为 E_n , 再利用 MUSIC 算法^[10] 用下式实现 DOA 估计

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) E_n E_n^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (25)$$

把式(25)称为 FSTM-MUSIC 算法, 谱峰所对应的 θ 即为 DOA 的估计值。

3 计算机仿真分析

这一节利用计算机仿真将 FSTM-MUSIC 算法与 FLOM-MUSIC 算法进行比较, 来分析 FSTM-MUSIC 算法的性能。

仿真 1 分析 τ_m 对 FSTM-MUSIC 算法的影响。 τ_m 决定了广义分数低阶空时矩阵的维数, τ_m 取值太小, 则构造的分数低阶空时矩阵的个数较少, 会造成估计误差相对较大; 由于构造分数低阶空时矩阵的有效快拍数为 $N - \tau_m$ 个, 所以若 τ_m 取值太大, 会造成构造分数低阶空时矩阵时有效快拍数过少, 从而也会增大估计的误差。考虑一个 8 阵元的等距线阵, 阵元间距为半波长, 两个目标分别位于 -7° 和 7° , 快拍数为 100, $\alpha = 1.4, p = 1$, 分析 τ_m 取值分别为 5、10、20、30、40、50、60、70 时, 不同信噪比下目标 1 估计的均方根误差, 独立 500 次 Monte-Carlo 试验, 结果如图 2 所示。由图 2 可以看出, τ_m 取值在 30~50 时, 均方根误差较小, 这就同前面的分析一致。所以, 对 FSTM-MUSIC 算法来说, τ_m 取值不宜超过快拍数的一半。

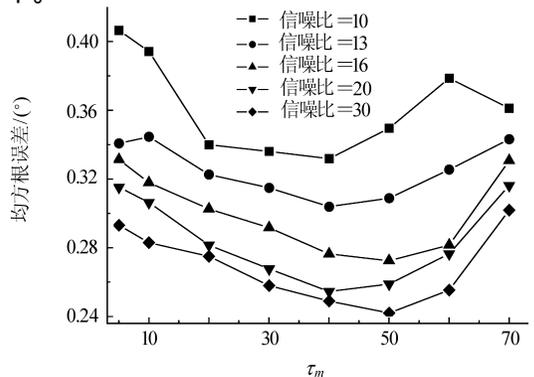


图 2 τ_m 对估计均方差的影响

Fig 2 The influence of τ_m on RMSEs

仿真 2 比较在冲击噪声环境下 FSTM-MUSIC 算法和 FLOM-MUSIC 算法的性能。考虑一个 8 阵元的等距线阵, 阵元间距为半波长, 两个目标分别位于 -5° 和 5° , 快拍数为 100, 图 3 和图 4 分别是 $\alpha = 1.4, p = 1$ 时。两种算法的成功概率(把估计值分别在 $(-6^\circ, -4^\circ)$ 和 $(4^\circ, 6^\circ)$ 时称为一次成功估计) 和角度 1 的均方根误差随信噪比的变化关系曲线, FSTM-MUSIC 算法的 τ_m 取 40。通过仿真可以看出, 本文提出的 FSTM-MUSIC 算法的成功概率比 FLOM-MUSIC 算法高, 估计的均方根误差小于 FLOM-MUSIC 算法, 其性能优于 FLOM-MUSIC 算法。

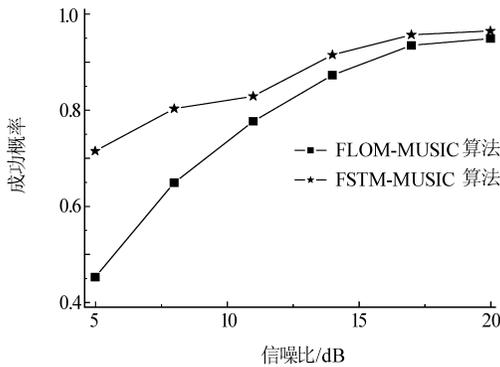


图 3 成功概率随信噪比的变化

Fig 3 Probability of resolution versus SNR

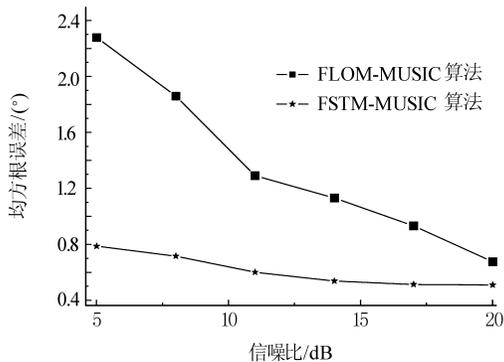


图 4 均方根误差随信噪比的变化

Fig 4 RMSE versus SNR

仿真 3 比较小信噪比 (5 dB), 强冲击噪声 ($\alpha = 1.1$) 的情况下几种算法的性能。8 元线阵, 阵元间距为半波长, 两个信号位于 -10° 和 10° , 快拍数为 100, 在 $p = 1, \tau_m = 40$ 时, 比较 FLOM-MUSIC 算法和 FSTM-MUSIC 算法独立 20 次估计的空间谱, 分别如图 5 和图 6 所示。通过仿真发现, FLOM-MUSIC 算法在噪声较强, 信噪比较低时性能急剧下降; 而 FSTM-MUSIC 算法则每次都做出了成功的估计, 它的稳定性要强于 FLOM-MUSIC 算法。

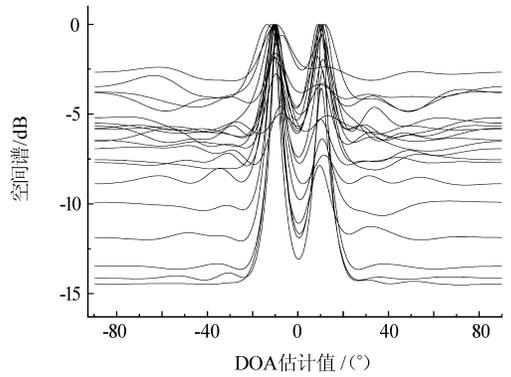


图 5 FLOM-MUSIC 算法空间谱

Fig 5 Spatial spectra of FLOM-MUSIC

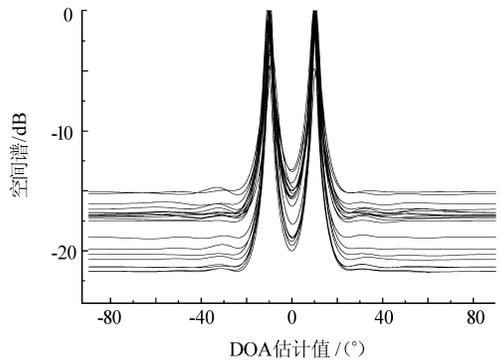


图 6 FSTM-MUSIC 算法空间谱

Fig 6 Spatial spectra of FSTM-MUSIC

4 结 论

由于 SaS 冲击噪声不存在二阶以上统计量, 所以传统的 DOA 估计算法在 SaS 冲击噪声背景下失效。而当噪声强度较大时, 基于分数低阶矩的算法性能下降也很明显。针对这些问题, 提出一种强冲击噪声环境下 DOA 估计的新算法, 算法充分利用阵元接收数据的时域和空域信息, 构造广义分数低阶空时矩阵, 利用子空间算法实现 DOA 估计。算法在低信噪比时对强冲击噪声有很好的抑制作用, 对强冲击噪声环境中 DOA 估计具有一定的参考价值。

参 考 文 献

- [1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. IEEE Signal Processing Mag, 1996, 13(4): 67- 94.
- [2] Shao M, Nikias C L. Signal processing with alpha stable distributions and applications [M]. New York: Wiley, 1995.
- [3] Tsakalides P, Nikias C L. Maximum likelihood localization of sources in noise modeled as a stable process [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43: 2700- 2713.
- [4] Tsakalides P, Nikias C L. The robust covariation based

- MUSIC (ROC-MUSIC) algorithm for bearing estimation in impulsive noise environments [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44: 1623- 1633.
- [5] Liu T H, Mendel J M. A subspace based direction finding algorithm using fractional lower order statistics [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2001, 49: 1605- 1613.
- [6] 吕泽均, 肖先赐. 基于分数阶矩的测向方法研究 [J]. 电波科学学报. 2002, 17 (6): 561- 564.
- Lu Z J, Xiao X C. A new direction finding algorithm based on fraction order moment [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2002, 17 (6): 561- 564. (in Chinese)
- [7] 吕泽均, 肖先赐. 在冲击噪声环境中基于子空间的测向算法研究 [J]. 航空学报, 2003, 24(2): 174- 177.
- Lu Z J, Xiao X C. Study on subspace based direction finding algorithm in the presence of impulsive noise environments [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(2): 174- 177. (in Chinese)
- [8] Shao M, Nikias C L. Signal processing with fractional low

order moments: stable processes and their application [J]. Proceedings of the IEEE, 1993, 81(7): 986- 1010.

- [9] Belouchrani A, Amin M, Abed Meraim K. Direction finding in correlated noise fields based on joint block diagonalization of spatio-temporal correlation matrices [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1997, 4(9): 266- 268.
- [10] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1986, AP- 34: 276- 280.

作者简介:

何 劲(1980-) 男, 上海人, 南京理工大学通信与信息系统学科博士研究生。(研究方向: 阵列信号处理, 空时自适应处理, 非平稳信号处理, 机载 SAR 运动目标检测与成像。E-mail: andriel111@sina.com.

刘 中(1963-) 男, 安徽灵璧人, 南京理工大学电子工程系教授, 博士生导师。(研究方向: 现代信号处理、混沌与信息动力学、自适应系统。)

(责任编辑: 李泓洁)

报道

《航空学报》第4次荣获 “百种中国杰出学术期刊奖”

于2005年12月6日召开的第13届中国科技论文统计结果发布会议公布了第4届“百种中国杰出学术期刊”名单。《航空学报》再次荣获“百种中国杰出学术期刊”奖。第4届“百种中国杰出学术期刊”是根据2004年度中国科技论文与引文数据库(CSTPCD)统计结果,在CSTPCD所收录的1608种中国科技核心期刊中评选出来的。至此《航空学报》已连续4届获此殊荣。

根据2004年度CSTPCD统计结果,《航空学报》的总被引频次为477次(他引率为0.92),在航空航天科学技术类期刊中排名第一;影响因子为0.372,在航空航天科学技术类期刊中排名第二;综合排名在航空航天科学技术类期刊中名列第一。

(蔡斐)

