

文章编号: 1000-6893(2006)03-0418-05

带太阳帆板航天器刚柔耦合动力学研究

蒋建平, 李东旭

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

Research on Rigid Flexible Coupling Dynamics of Spacecraft with Solar Panel

JIANG Jiarping, LI Dongxu

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense
Technology, Changsha 410073, China)

摘要: 以带有太阳帆板的航天器为研究对象, 计及太阳帆板变形位移的非线性耦合项, 采用假设模态离散变形, 基于 Kane 方程建立起系统的刚柔耦合一次近似动力学模型。分别就大范围刚体运动已知和未知两种情况下进行了数值仿真。仿真结果说明, 此模型能准确的预示大范围运动下挠性航天器的动力学行为, 而传统的零次近似动力学模型由于丢失了动力刚度项而会得到错误结论。

关键词: 刚柔耦合; 动力刚化; 假设模态; 数值仿真; Kane 方程

中图分类号: V414.3⁺ 文献标识码: A

Abstract: The rigid flexible dynamics of spacecraft with solar panel is investigated in this paper. Different from the traditional modeling method which loses the dynamic stiffness terms, the present modeling method that employs the nonlinear coupling terms of the elastic deformed displacement can capture the dynamic stiffness terms. The modal assumption method and Kane's methods are employed in order to derive the first order approximate dynamic equations. The results of numerical simulation show that, the present modeling method provides not only the accurate simulation results but also the limit of validity of the traditional modeling method.

Key words: rigid flexible coupling; dynamic stiffening; modal assumption; numerical simulation; Kane equations

现代航天器通常带有大型挠性结构, 如大尺度天线、太阳帆板及空间桁架等。在轨运行航天器常常要进行轨道转移、大角度姿态运动以及其挠性附件的大角度机动等, 这些大范围刚体运动可能激起其挠性附件的大幅度弹性变形运动, 且这两种运动相互耦合, 使这种航天器的动力学行为非常复杂。

在分析挠性航天器动力学问题时, 人们时常在某个阶段进行线性化处理, 但这种线性化常常带来缺陷^[1]。Kane^[2]于 1987 年首次指出: 大范围运动下的柔性体将出现“动力刚化”现象, 传统的动力学建模方法将得到错误的结论。

近 20 年来, 国内外学者^[3-9]针对动力刚化问题进行了大量的研究, 提出了许多有效的建模方法。Kane、Banerjee^[2,3]等利用柔性体自身的变形特点, 假定梁构件中性轴不可伸缩, 板的中性面不可延展和收缩, 将轴向变形和横向变形表示为耦

合的形式, 得到了引起动力刚化现象的动力刚度项; Yoo^[4]在此基础上简化了动力学方程的推导过程, 并给出了这种建模方法的一个简单的解释。国内不少学者^[5-8]也采用这一方法对大范围运动梁和板进行了动力刚化问题的研究。

但是, 这些文献大多是给定柔性体大范围的刚体运动, 研究刚体运动对柔性体变形运动的影响, 而没有考虑柔性体的变形运动对其大范围刚体运动的影响。从实质上讲, 这是一种非惯性系下的结构动力学问题^[9]。

本文以大范围刚体运动下的带有太阳帆板的航天器为研究对象, 采用 Yoo^[4]的研究方法, 建立起航天器的刚柔耦合一次近似动力学模型。数值仿真发现, 在给定系统的大范围刚体运动时, 包含有动力刚度项的一次近似动力学模型能够正确预示挠性板的动力学行为; 大范围刚体运动(姿态运动)未知时, 挠性附件的弹性变形运动与航天器的姿态运动发生强烈的耦合作用, 本文的刚柔耦合一次近似动力学模型更能准确揭示系统动力学行为。

1 刚柔耦合动力学建模

图 1 所示的中国某型号气象卫星是一种典型的大挠性多体结构卫星。为简化研究, 将其等效为“中心刚体+ 悬臂矩形板”模型, 如图 2 所示。

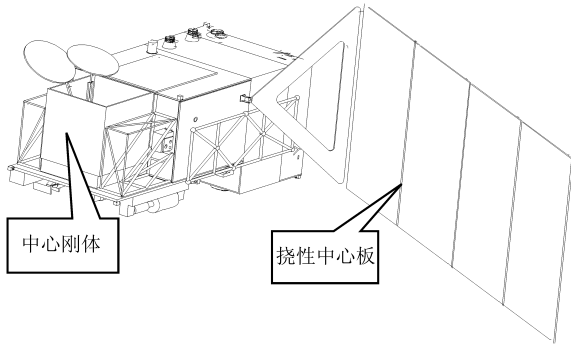


图 1 某型号气象卫星物理结构图

Fig 1 Physical model of satellite

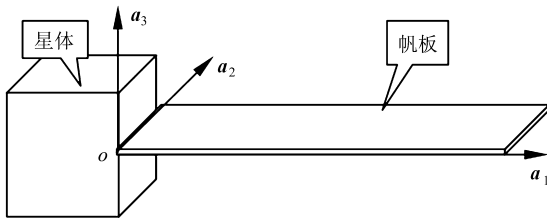


图 2 研究模型

Fig 2 Investigated model

为使问题简洁, 作如下假设:

- ① 板的材料均匀且各向同性;
- ② 板厚均匀且相对于长、宽小得多, Kirchhoff 假设成立;
- ③ 忽略剪切和转动惯量的影响。

图 2 中, 坐标系 $o a_1 a_2 a_3$ 为连体坐标系, 坐标平面 $o a_1 a_2$ 与未变形前板的中面重合。设板长为 a , 宽为 b , 板厚为 h 。变形前板中面上一点 P_0 (在连体坐标系下坐标为 $(x, y, 0)$), 变形后至 P 点, 变形位移矢量为 u (u_1, u_2, u_3), 变形关系如图 3 所示。

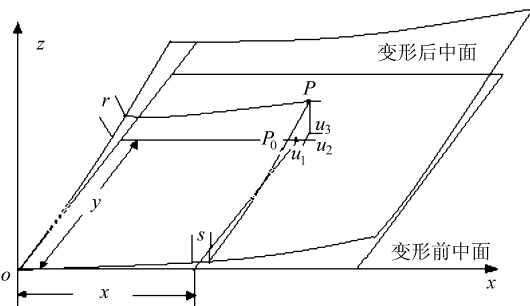


图 3 板中面变形关系图

Fig 3 Deformation for a rectangular plate

则 P 点在惯性基下的速度矢量可表示为

$$V_P = V_A + \omega_A \times (p + u) + V_{P,A} \quad (1)$$

其中: V_A, ω_A 为连体坐标系 A 相对于惯性坐标系的速度、角速度矢量; p, u 分别为点 P_0 在连体坐标系中的位置矢量和变形矢量; $V_{P,A}$ 为 P 点相对于连体坐标系的速度矢量。各矢量在连体坐标系中的分量形式为

$$V_A = v_1 a_1 + v_2 a_2 + v_3 a_3 \quad (2)$$

$$\omega_A = \omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + \omega_3 a_3 \quad (3)$$

$$V_{P,A} = \dot{u}_1 a_1 + \dot{u}_2 a_2 + \dot{u}_3 a_3 \quad (4)$$

$$p = x a_1 + y a_2 \quad (5)$$

对式(1)求导可得 P 点在惯性坐标系下的加速度矢量为

$$a_P = \frac{dV_P}{dt} + \omega_A \times V_P \quad (6)$$

根据图 3 所示的变形几何关系, 采用两个弧长变量 s, r 和一个笛卡尔坐标变量 u_3 来描述 P 点的变形位移场。利用假设模态来离散, 即

$$s(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_1} \phi_{1i}(x, y) q_{1i}(t) \quad (7)$$

$$r(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_2} \phi_{2i}(x, y) q_{2i}(t) \quad (8)$$

$$u_3(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_3} \phi_{3i}(x, y) q_{3i}(t) \quad (9)$$

式中: $\phi_{1i}, \phi_{2i}, \phi_{3i}$ 为假设模态函数; N_1, N_2, N_3 为各模态的截取阶数。

根据变形几何约束法的思想, 利用板的变形约束条件, 得到如下关系式^[4]

$$u_1 = s - \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial \zeta} \right)^2 \right] d\zeta \quad (10)$$

$$u_2 = r - \frac{1}{2} \int_0^y \left[\left(\frac{\partial u_3}{\partial \eta} \right)^2 \right] d\eta \quad (11)$$

将式(7)~ 式(9)代入式(10)和式(11)后, 根据式(1)和式(6)可得到 P 点的速度和加速度的广义坐标表达式。

为简便起见, 只研究大范围刚体运动为绕轴 a_2 的转动。选取广义速率为 $q = (\omega_2, q_1, q_2, q_3)$, 可得系统有意义的偏速度、偏角速度为

$$\omega_{Ar} = a_2 \quad r = 1 \quad (12)$$

$$V_{Pr} = \phi_{1i} a_1 \quad r = 2 + i, i = 1, \dots, N_1 \quad (13)$$

$$V_{Pr} = \phi_{2j} a_2 \quad r = N_1 + 1 + j, j = 1, \dots, N_2 \quad (14)$$

$$V_{Pr} = \left[- \sum_{l=1}^{N_3} \int_0^x \phi_{3l, \zeta} \phi_{3k, \zeta} q_{3l} d\zeta \right] a_1 + \phi_{3k} a_3 +$$

$$\left[- \sum_{l=1}^{N_3} \int_0^y \phi_{3l, \eta} \phi_{3k, \eta} q_{3l} d\eta \right] a_2$$

$$r = N_1 + N_2 + 1 + k, k = 1, 2, \dots, N_3 \quad (15)$$

根据上述表达式, 得到系统的广义惯性力为

$$F_r^* = -J_2 \omega_{\lambda 2} \cdot \mathbf{a}_A - \int_0^a \int_0^b \rho \mathbf{V}_{Pr} \cdot \mathbf{a}^p dy dx$$

$$r = 1, 2, \dots, N_1 + N_2 + N_3 \quad (16)$$

其中: J_2 为中心刚体绕轴 \mathbf{a}_2 的转动惯量; \mathbf{a}_A 为星体的角加速度。

如果不考虑系统的控制力以及地球引力的作用, 则只有矩形板的弹性变形势能对广义主动力有贡献。此时矩形板的变形势能包括板的弯曲变形势能和板面内变形势能^[4]

$$U = U_m + U_b \quad (17)$$

其中: U_m 为板面内的变形势能; U_b 为板弯曲变形势能。利用变量 s, r 和 u_3 , 得到 U_m 和 U_b 的表达式为^[4]

$$U_m = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \beta_1 \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial r}{\partial y} \right) \right] + \beta_2 \left[\left(\frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (18)$$

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \beta_3 \left[\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (19)$$

式中:

$$\beta_1 = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \quad (20)$$

$$\beta_2 = Gh \quad (21)$$

$$\beta_3 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (22)$$

E, G, ν 和 h 分别表示板的杨氏模量、剪切模量、泊松比和板厚度。

将式(7)~式(9)代入式(18)和式(19)后, 根据广义主动力的表达式 $F_r = -\frac{\partial U}{\partial q_r}$ ($r = 1, 2, \dots$) 可以得到系统的广义主动力。将广义主动力和广义惯性力代入 Kane 方程, 便得到系统的动力学方程为

$$\left(J_2 + \frac{\rho a^3 b}{3} \right) \dot{\omega}_2 - \sum_{k=1}^{N_3} X_{3k} \ddot{q}_{3k} + 2\omega_2 \sum_{i=1}^{N_1} X_{1i} \dot{q}_{1i} + 2\omega_2 \sum_{i=1}^{N_1} X_{1i} \dot{q}_{1i} = 0 \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^{N_1} M_{\bar{j}, 11} \ddot{q}_{1j} + 2\omega_2 \sum_{j=1}^{N_3} M_{ij, 13} \dot{q}_{3j} - \omega_2^2 \sum_{j=1}^{N_1} M_{\bar{j}, 11} q_{1j} + \omega_2 \sum_{j=1}^{N_3} M_{ij, 13} q_{3j} +$$

$$\sum_{j=1}^{N_1} K_{\bar{j}, s1} q_{1j} = \omega_2^2 X_{1i} \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^{N_3} M_{ki, 33} \ddot{q}_{3i} - 2\omega_2 \sum_{i=1}^{N_1} M_{ki, 31} \dot{q}_{1i} + \omega_2 \sum_{i=1}^{N_1} M_{ki, 31} q_{1i} - \omega_2^2 \sum_{i=1}^{N_3} M_{ki, 33} q_{3i} + \sum_{i=1}^{N_3} K_{ki, B} q_{3i} + \omega_2^2 \sum_{i=1}^{N_3} K_{ki, dX} 2q_{3i} = \omega_2^2 X_{3k} \quad (25)$$

动力学方程(23)~式(25)中的相关系数表达式为

$$X_{mi} = \int_0^a \int_0^b \rho x \phi_{mi} dx dy \quad (26)$$

$$M_{ij, lm} = \int_0^a \int_0^b \rho \phi_{li} \phi_{mj} dx dy \quad (27)$$

$$K_{ij, s1} = \int_0^a \int_0^b \left(\beta_1 \phi_{i, x} \phi_{j, x} + \beta_2 \phi_{i, y} \phi_{j, y} \right) dx dy \quad (28)$$

$$K_{ij, B} = \int_0^a \int_0^b \left\{ \beta_3 \left[\phi_{3i, xx} \phi_{3j, xx} + \phi_{3i, yy} \phi_{3j, yy} + \nu \phi_{3i, xx} \phi_{3j, yy} + \nu \phi_{3i, yy} \phi_{3j, xx} + 2(1-\nu) \phi_{3i, xy} \phi_{3j, xy} \right] \right\} dx dy \quad (29)$$

$$K_{\bar{j}, dX} = \int_0^a \int_0^b \frac{1}{2} \rho (a^2 - x^2) \phi_{3i, x} \phi_{3j, x} dx dy \quad (30)$$

其中: 式(30)代表与大范围运动有关的动力刚度项。如果在式(10)和式(11)中略去右边的非线性项, 所得的动力学方程中将丢失动力刚度项, 即为传统的零次近似动力学方程。由式(25)可见, 动力刚度项对系统刚度的贡献与系统转动角速度的平方成正比, 当系统转动角速度较大时, 忽略动力刚度项的影响会带来误差较大甚至错误的结论。

2 数值仿真

2.1 刚体运动已知

为说明动力刚度项对大范围运动下柔性体变形运动的影响, 分别对上述动力学方程和传统的动力学方程进行数值仿真。其中大范围转动角速度规律采用文献[4]的加速度旋转规律。仿真模型如图 2 所示, 悬臂板参数如表 1。

表 1 板的结构参数

Table 1 The structural data for the plate

参 数	数 据
长度 a	1.0 m
宽度 b	0.5 m
厚度 h	0.002 5 m
杨氏模量 E	7.0×10^{10} N/m ²
泊松比 ν	0.3
面密度 ρ	7.5 kg/m ²

系统绕轴 a_2 的旋转角速度规律^[4]为

$$\omega_2 = \begin{cases} \frac{\Omega}{T} \left(t - \frac{T}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{T} \right) & 0 \leq t \leq T \\ \Omega & t > T \end{cases} \quad (31)$$

其中: Ω 为稳态转速; T 为加速时间。

取加速时间 $T = 5\text{ s}$, 稳态转速 $\Omega = 10\text{ rad/s}$ 和 $\Omega = 15\text{ rad/s}$ 进行仿真。动力学方程求解采用 wilson- θ 算法, 积分步长为 0.0001 s 。仿真结果如图 4 所示, 其中虚线代表丢失了动力刚度项的传统动力学模型的结果, 而实线代表本文动力学模型的结果。从图中可以看出, 当中心刚体转速超过板的一阶振动角频率时(悬臂板的一阶振动角频率为 12.57 rad/s), 传统动力学模型得到的结果趋于发散, 这与板有限幅度变形的事实是不相符的; 而本文模型却可以得到合理的结果。可见, 在大范围刚体运动下, 动力刚度项起着重要的作用。进一步研究可知, 由于动力刚度项的存在, 大范围运动下柔性板的振动频率将会发生变化。悬臂板固有频率和大范围运动下的前 5 阶频率比较如表 2。

从表 2 中可以看出, 由于动力刚度项的影响, 本文模型计算所得的频率值相对于板的固有频率有所增加, 即所谓的动力刚化现象; 而传统模型

表 2 板的前 5 阶频率(Hz)

Table 2 The first five vibration frequencies(Hz)

阶数	1	2	3	4	5
固有频率	2 0005	8 6108	12 500	28 045	35 179
($\Omega = 10(\text{T})$)	1 2121	8 4625	12 399	28 000	35 143
($\Omega = 10(\text{P})$)	2 4726	8 6509	14 227	28 532	36 641

注: T 为传统模型; P 为本文模型

计算的频率反而降低了, 即出现了“软化”。而且当刚体运动角速度超过板的一阶固有振动角频率时, 传统模型得出了负的一阶频率, 导致得到板的变形趋于发散的结论。

2.2 刚体运动未知

图 1 中的气象卫星采用单翼大挠度太阳帆板, 为实现对日定向, 卫星飞行中帆板需要围绕俯仰轴转动。此时卫星的姿态机动与帆板的变形运动会发生强烈的耦合作用。

假设初始时刻卫星绕轴 a_2 的姿态角速度为 $\omega_2 = 0.02\text{ rad/s}$, 太阳帆板自由端广义变形位移 $q_3 = 0.5$, 卫星转动惯量 $J_2 = 500\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 其他初始条件为零, 取图 1 中气象卫星帆板的等效板参数进行仿真, 仿真结果如图 5、图 6 所示。图中虚线代表传统零次动力学模型的仿真结果, 实线代表一次近似动力学模型。从图中可以看出, 传统的零次近似动力学模型与本文动力学模型的计算结果存在一定误差, 误差较小是因为系统的刚体运动速度不大, 动力刚度项的影响不是很明显。但是当姿态角速度较大, 比如 $\omega_2 = 1.6\text{ rad/s}$ 时, 传统动力学模型得到的结果又趋于发散, 如图 7 所示。

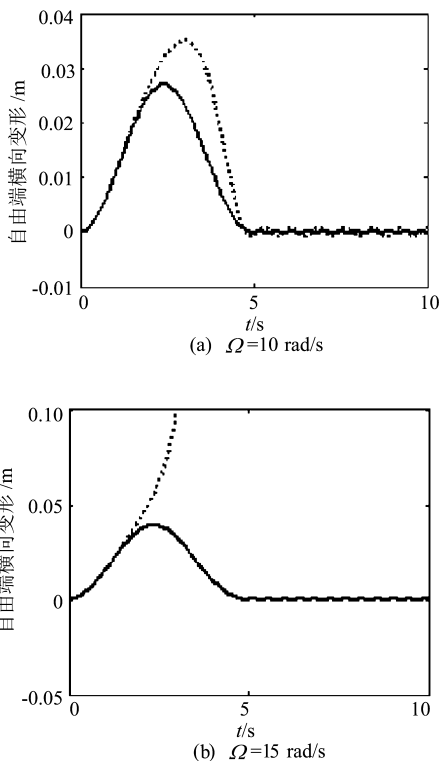


图 4 板自由端横向变形

Fig 4 Tip lateral deflections of plate

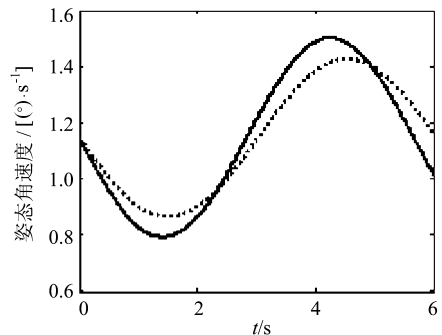


图 5 姿态角速度曲线($\omega_2 = 0.02\text{ rad/s}$)

Fig 5 The velocity curves of attitude angle for $\omega_2 = 0.02\text{ rad/s}$

3 结 论

文中针对带有大型太阳帆板的挠性多体结构卫星, 采用几何变形约束法建立了系统的刚柔耦合一次近似动力学方程。并在大范围运动已知和

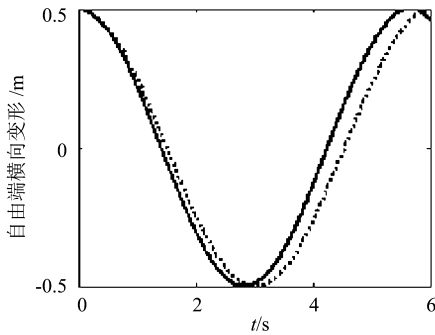


图6 板自由端变形曲线($\omega_2 = 0.02 \text{ rad/s}$)

Fig 6 Tip lateral deflections of plate for $\omega_2 = 0.02 \text{ rad/s}$

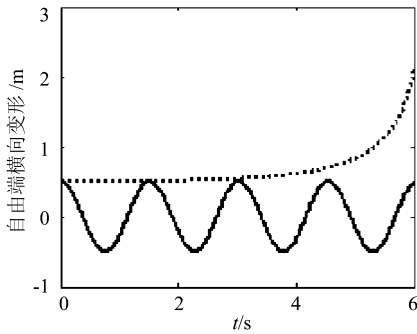


图7 板自由端变形曲线($\omega_2 = 1.6 \text{ rad/s}$)

Fig 7 Tip lateral deflections of plate for $\omega_2 = 1.6 \text{ rad/s}$

未知的情况下进行了数值仿真,得到如下结论:

(1) 传统的零次近似动力学模型由于丢失了动力刚度项,在解决大范围运动下挠性结构动力学问题时所得结果误差较大,甚至是完全错误的;

(2) 本文的一次近似动力学模型能够正确预示大范围运动下挠性板的动力学行为;

(3) 当刚体运动未知,且刚体运动速度较大时,传统的动力学模型也会得到不合理的结论。

参 考 文 献

- [1] 阎绍泽,黄铁球,吴德隆,等. 空间飞行器柔性附件动力学建模方法研究[J]. 导弹与航天运载技术, 1999, 238(2): 31- 39.
Yan S Z, Huang T Q, Wu D L, *et al.* Study on dynamics modeling of a flexible appendage of spacecraft[J]. Missiles and Space Vehicles, 1999, 238(2): 31- 39. (in Chinese)
- [2] Kane T R, Ryant R R, Banerjee A K. Dynamics of a cantilever beam attached to a moving base[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1987, 10(2): 139- 151.

- [3] Banerjee A K, Kane T R. Dynamics of a plate in large overall motion[J]. Journal of Applied Mechanics, 1989, 56(11): 887- 892.
- [4] Yoo H H, Chung J. Dynamics of rectangular plates undergoing prescribed overall motion[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 239(1): 123- 137.
- [5] 刘又午, 王建明, 张大钧, 等. 作大范围运动矩形板动力分析[J]. 振动与冲击, 1998, 17(1): 38- 43.
Liu Y W, Wang J M, Zhang D J, *et al.* Dynamic analysis of rectangular plate undergoing large overall motion[J]. Journal of Vibration and Shock, 1998, 17(1): 38- 43. (in Chinese)
- [6] 蒋丽忠, 洪嘉振. 作大运动弹性薄板中的几何非线性与耦合变形[J]. 力学学报, 1999, 31(2): 243- 249.
Jiang L Z, Hong J Z. Dynamics of thin elastic plates in large overall motions considering geometric nonlinearity and coupling deformation[J]. Acta Mechanica Sinica, 1999, 31(2): 243- 249. (in Chinese)
- [7] 杨辉, 洪嘉振. 刚柔耦合多体系统动力学建模与仿真[J]. 计算力学学报, 2003, 20(4): 403- 408.
Yang H, Hong J Z. Dynamics modeling and numerical simulation for a rigid flexible coupling multibody system[J]. Journal of Computational Mechanics, 2003, 20(4): 403- 408. (in Chinese)
- [8] 杨辉, 洪嘉振. 动力刚化问题的实验研究[J]. 力学学报, 2004, 36(1): 118- 124.
Yang H, Hong J Z. Experimental investigation on dynamic stiffening phenomenon[J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 36(1): 118- 124. (in Chinese)
- [9] 洪嘉振, 尤超蓝. 刚柔耦合系统动力学研究进展[J]. 动力学与控制学报, 2004, 2(2): 1- 6.
Hong J Z, You C L. Advances in dynamics of rigid flexible coupling system[J]. Journal of Dynamics and Control, 2004, 2(2): 1- 6. (in Chinese)

作者简介:



蒋建平(1979-) 男,四川广安,博士。研究方向:挠性航天器动力学与控制。E-mail: jianping202@163.com, 联系电话: 13574866265

(责任编辑:李铁柏)