文章编号:1000 6893(2006) 04060505

# 同时考虑基本变量和失效域模糊性的广义失效 概率数字计算方法

## 吕震宙,孙 颉

(西北工业大学 航空学院,陕西西安 710072)

# A Numerical Algorithm for General Failure Probability with Fuzzy Basic Variables and Fuzzy States

LU Zhen zhou, SUN Jie

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

摘 要:针对基本变量和失效域均具有模糊性的广义可靠性分析问题,提出了一种基于模拟退火优化的高效 数字计算方法。在数字模拟的过程中,由模拟退火优化的 Metropolis 准则逐渐优化提取样本的重要抽样密度 函数。由于基本变量和失效状态均含有模糊不确定性,因此所提算法在构造重要抽样函数时考虑了两个因素 的影响,其一是基本变量的等价联合概率密度函数,其二是状态变量对模糊失效域的隶属函数,从而使得对广 义失效概率贡献大的样本出现的概率较大,提高了抽样效率和计算精度。所提算法在模拟退火逐渐寻优的过 程中,充分利用了过程中的信息,进一步提高了计算的效率,算例的结果也表明本文所提方法是合理可行的。 关键词:模糊;随机;重要抽样;广义失效概率;模拟退火

中图分类号: 0211.9; 0213.2 文献标识码: A

**Abstract:** For general reliability analysis with fuzzy basic variables and fuzzy failure domain, an improved numerical simulation algorithm is presented on the basis of simulated annealing optimization. During the simulation procedure, the importance sampling function, from which the samples for evaluation of the general failure probability are taken, is gradually optimized by Metropolis rule in the simulated annealing method. Due to fuzziness both in the basic variables and in failure domain, two factors, i.e., the equivalent joint probability density function of the basic variables and the membership of the state variable to the fuzzy failure domain, are taken into consideration in the construction of the importance sampling function. From the optimized importance sampling function, the samples contributing significantly to the general failure probability can be taken out with high probability. Hence the sampling efficiency and the precision of simulation are improved. In the present method, the information of the simulation obtained from the gradual optimization of importance sampling is sufficiently utilized, which improved the sampling efficiency further. Illustrations are used to explain the rationality and feasibility.

Key words: fuzziness; randomness; importance sampling; general failure probability; simulated annealing

模糊性是不同于随机性的一种客观存在的不确定性。关于模糊不确定性情况下的结构可靠性研究工作大致可以分为两类,其一是研究失效域存在模糊性时的可靠性方法和算法,这一方面的工作开展得较早。在失效域存在模糊性情况下,不论是将广义失效概率定义为状态变量的概率密度函数与状态变量对模糊失效域隶属函数乘积的积分形式,还是定义为与一定隶属度相对应的随机失效概率的平均值的形式,目前都已有较成熟

的广义失效概率计算方法。模糊可靠性第2个方 面的工作是研究基本变量存在模糊性时的可靠性 分析方法,这方面的工作大致也有两类,一类是基 于截集水平的分析方法,也即将基本变量模糊集 在一定的截集水平下转变成确定的集合,通过在 确定的集合内引入概率分布,将模糊可靠性问题 转化成随机可靠性问题,这类方法的缺点是在截 集内引入的概率分布会对结果产生较大影响,且 这种方法较难推广至多变量情况。另一类解决基 本变量含有模糊性时的可靠性分析方法可称之为 等价变换法,即将模糊变量在不确定性熵相等的 情况等价转化成随机变量,这样就可以完全利用

基金项目:国家自然科学基金(10572117)、新世纪优秀人才支持计划 (NCET 05 0868)资助项目

收稿日期: 2005-01-12;修订日期: 2005-04-15

成熟的随机可靠性分析方法来解决基本变量存在 模糊性时的可靠性问题。这种方法在等价变换的 过程中没有改变模糊可靠性分布的形式,从而使 得模糊变量的不确定性能够很好地在结构的安全 指标中得以反映。

本文基于模拟退火算法,提出一种同时考虑 基本变量和失效域模糊性的广义失效概率计算的 自适应重要抽样法,该方法在处理基本变量的模 糊性时,采用的是模糊隶属函数等价随机化变化 的方法,使得在基本变量层次,模糊随机失效概率 计算问题等价转换为随机失效概率计算问题。在 处理状态变量的模糊性时,依据模糊随机事件发 生概率的计算公式,使得考虑状态模糊性时的广 义失效概率计算可以通过积分运算来得到。当采 用状态变量为积分变量时,被积函数为状态变量 的概率密度函数与状态变量对模糊失效域隶属函 数的乘积;当采用所有基本变量为积分变量时,被 积函数则为基本变量的等价联合概率密度函数与 作为基本变量函数的状态变量对模糊失效域隶属 函数的乘积。针对求广义失效概率的积分,在文 献[1,2]建立的只考虑基本变量随机性的自适应 数值模拟方法的基础上,提出了广义失效概率计 算的模拟退火广义自适应重要抽样法。该算法在 构造重要抽样函数时充分考虑了基本变量的等价 联合概率密度函数和模糊失效域的隶属函数对广 义失效概率的贡献,与传统的数字模拟方法相比, 本文方法提高了抽样效率和计算精度。本文之所 以采用模拟退火来优化重要抽样函数,主要是因 为这种方法可以避免陷入局部最优,而且易干编 程实现。

#### 基本变量模糊性的等价随机化变换 1

设所研究问题的基本变量向量x包含有n个 互相独立的基本变量  $x_i$  (*i* = 1, 2, ..., *n*), 前  $n_f$  个为 模糊变量  $x_i$  (*i*= 1, 2, ..., n<sub>f</sub>), 其模糊不确定性由隶 属函数  $l_i(x_i)$  (*i*= 1, 2, ..., *n<sub>f</sub>*) 来描述, 后 *n*- *n<sub>f</sub>* 个 随机变量  $x_j$  ( $j = n_f + 1, n_f + 2, ..., n$ )的随机不确定 性由相应的概率密度函数  $f_j(x_j)$  ( $j = n_{f+1}, ..., n$ ) 描述。在不确定性熵相等的条件下, 可以将模糊变 量等价转换成随机变量[6~8]

$$f_{i(e)}(x_i) = \frac{\mu_i(x_i)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_i(x_i) \, \mathrm{d}x_i} \quad (i = 1, 2, ..., n_i)$$

 $f_{i(e)}(x_i)$ 后,则只考虑基本变量模糊随机性的广 义失效概率  $p_f$  的计算就可以转化成下列积分形 式[3]

$$p_{f} = \int \cdots \int_{\Omega_{f}} \prod_{i=1}^{n_{f}} f_{i(e)}(x_{i}) \prod_{j=n_{f}+1}^{n} f_{j}(x_{j}) dx_{1} dx_{2} \cdots dx_{n}$$
(2)

其中:  $\Omega_{f}$  是由功能函数  $g = g(\mathbf{x})$  定义的失效域  $g(\mathbf{x}) < 0; \prod_{i=1}^{\gamma} f_{i(e)}(x_i) \prod_{j=n+1}^{n} f_j(x_j)$ 为基本变量的 等价联合概率密度函数,简记为f x(x)。

#### 考虑失效域模糊性的广义失效概率计算 2

当只考虑基本变量随机模糊性,而不考虑失 效域的模糊性时. 广义失效概率的计算可以采用 式(2)。在工程实际中,以功能函数 g(x) = 0 来 划分安全与失效域不能考虑渐变失效问题,而实 质上绝大部分工程失效都有一个由量变到质变的 过程,这需要由失效域的模糊性来加以描述,并且 当失效的定义不明确时,也需要由模糊不确定性 来描述失效域。模糊失效域 🏾 可以由功能函数 g 对  $\widetilde{\Omega}_{\mathrm{f}}$  的隶属度  $\mu_{\Omega_{\mathrm{f}}}(g)$  来定义。依据模糊随机 事件发生概率的计算公式,可以采用下式来计算 考虑失效域模糊性时的广义失效概率

$$p_{\rm f} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\rm G}(g) \, \mu_{{\rm D}_{\rm f}}(g) \, \mathrm{d}g \tag{3}$$

其中: $f_{c}(g)$ 为功能函数 g 的概率密度函数,它由 功能函数 g 与基本变量向量 x 的关系以及 x 的等 价联合概率密度函数  $f_x(x)$ 决定。式(3)也可以 采用下述基本变量的积分形式给出

$$p_{\rm f} = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\rm X}(\boldsymbol{x}) \, \boldsymbol{\mu}_{\tilde{\mathbf{x}}}[g(\boldsymbol{x})] \, \mathrm{d}\boldsymbol{x} \qquad (4)$$

若以模糊安全域 Ω 表示 Ω 的补集,则广义 可靠度

$$p_{r} = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} f_{x}(\mathbf{x}) \, \mu_{\Omega} [g(\mathbf{x})] \, \mathrm{d}\mathbf{x} \qquad (5)$$

由于  $\mu_{\tilde{u}_{f}}(g)$  +  $\mu_{\tilde{u}_{g}}(g)$  = 1, 所以有  $p_{r}$  +  $p_{f}$  = 1 成立。

## 3 广义失效概率计算的数字模拟法

从计算 pf 的式(4) 可知, 求解同时考虑基本变 量和失效域模糊性的广义失效概率就是求解模糊 失效域隶属函数  $\mu_{g}[g(\mathbf{x})]$ 的数学期望。依据样本 均值依概率收敛于总体均值的大数定理,可以以样 本均值来估计总体均值,通过从 $f_{x}(x)$ 中抽取样本 的数字模拟法来求得 pf 的估计值

 $\overline{p_{f}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mu_{\tilde{u}_{f}} [g(\overline{x_{i}})]$ (6) blishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net 由式(1)得到加合模糊变量的等价概率密度函数

(1)

其中: $\overline{x_i}$  是从x 的等价联合概率密度函数f(x)中抽取的 N 个样本中的第i 个。

上述数字模拟过程即是传统的 M onte Carlo 数字模拟,模拟过程直接从fx(x)中抽取样本,没 有能够使得对失效概率贡献大的样本出现的概率 大,因而抽样效率很低。为了提高抽样效率,就必 须构造一个重要抽样函数<sup>(4~6)</sup>,使得对 $p_{f}$ 贡献大 的样本出现的概率大,从而减小估计值的方差。 以hx(x)表示重要抽样函数,则计算广义失效概 率的式(4)可以改写为

$$p_{\rm f} = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_{\rm X}(\mathbf{x}) \, \mu_{\tilde{\Omega}_{\rm f}}[g(\mathbf{x})]}{h_{\rm X}(\mathbf{x})} h_{\rm X}(\mathbf{x}) \, \mathrm{d}\mathbf{x}$$
(7)

从  $h_{x}(\mathbf{x})$  中抽取 N 个样本  $\overline{x}_{i}(i=1, 2, ..., N)$ , 则  $p_{i}$  的估计值  $\overline{p_{i}}$  可以写出如下

$$\overline{p^{t}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f \overline{x(\overline{x_{i}})} \, \mu_{0}[g(\overline{x_{i}})]}{h \overline{x(\overline{x_{i}})}} \tag{8}$$

从计算广义失效概率的式(4) 可以看出, 要使 得对  $p_t$  贡献大的样本出现的概率大, 则在构造 hx(x)时必须考虑两个方面的因素, 其一是基本 变量的等价概率密度函数, 其二是作为基本变量 函数的状态变量对  $\tilde{\Omega}_{r}$  的隶属函数。当不考虑失 效域的模糊性时, 极限状态方程清晰地将整个样 本空间划分为失效域和安全域, 这时重要抽样函 数的密度中心一般取在极限状态方程的设计点 处<sup>(4~6)</sup>。当考虑失效域的模糊性时, 失效域将不 再是清晰的, 但与一定的隶属度对应, 则可以得到 清晰的失效域, 以  $g_{\alpha}$  表示  $\mu_{\tilde{\Omega}_t}(g) = \alpha$ 所对应的功 能函数值, 则有

$$g_{\alpha} = \mu_{\Omega_{c}}^{-1}(\alpha) \tag{9}$$

其中  $\mu_{\bar{\alpha}_{f}}^{-1}(\alpha)$ 表示  $\mu_{\bar{\alpha}_{f}}(g)$  的反函数。

与隶属度 α相对应的极限状态方程 g(x) = $g_{\alpha}$ 则将整个样本空间清晰地划分为失效域和安 全域,那么在与隶属度 α相对应的极限状态方程 上就可以运用传统的方法来构造重要抽样函 数,求得与 α相应的失效概率  $p_{fa}$ ,而后以 α取 [0,1]区间内所有值对应的失效概率的平均值 来估计总的广义失效概率,但这种作法的计算 工作量很大。本文则提出如下两种方法来计算 广义失效概率。

方法一 以  $\mu_{0_1}(g) = 1$  对应的状态变量临界 值  $g_{re-1}$ 来建立极限状态方程  $g(x) = g_{re-1}$ ,并将  $h_{\overline{x}}(x)$ 的密度中心放在  $g(x) = g_{re-1}$ 的设计点上。

隶属度为1的样本对 pf 的贡献最大,因此将重要 抽样函数的密度中心放在  $g(\mathbf{x}) = g_{\mathbf{w}}$  上能够充 分反映  $\mu_{\tilde{\Omega}_{f}}(g)$  对  $h_{X}(x)$  的影响。 当  $g_{\alpha=1} = \mu_{\tilde{\Omega}_{f}}^{-1}(1)$ 的值不止一个时(大部分工程情况是如此),则取 从 α< 1 过渡到 α= 1 的临界值来建立极限状态方 程。如果状态变量对模糊失效域的隶属函数 🏨 (g)的曲线上有  $\mu_{\tilde{\Omega}_{t}}(g^{0}) = \mu_{\tilde{\Omega}_{t}}(g^{1}) = 1$ , 且有  $g^{0}$ >  $g_1$  和  $\mu_{\Omega_1}(g) \ge g_0 < 1$ ,则取  $g(\mathbf{x}) = g_0$  来建立极限 状态方程,这主要是考虑了概率密度函数的影响。 在式(3)中,就状态变量的等价概率密度函数而 言, 一般显然有 $f_{c}(g_{0}) > f_{c}(g_{1})$ , 因此将  $h_{T}(\mathbf{x})$ 的密度中心放在  $g(\mathbf{x}) = g_0$  上比放在  $g(\mathbf{x}) = g_1$ 上,更能在构造重要抽样函数时体现对 pf 贡献大 的样本出现的概率大的思想, 从而使得抽样效率和 计算精度得到有效提高。采用式(4)求 pf 时也有 类似的结论。以 $g(x) = g_{\alpha=1}$ 建立极限状态方程后, 就可以利用传统的重要抽样法来构造重要抽样函 数,并采用式(8)来求解失效概率 pf 的估计值。

方法二 由于求  $p_{f}$ 的积分中被积函数为 fx(x) 与  $\mu_{q_{f}}[g(x)]$ 的乘积, 积分区域为整个样本空 间, 因此本文采用的第 2 种方法是将重要抽样函 数的密度中心放在被积函数值最大的点上, 这样 就可以使得对广义失效概率贡献大的样本出现的 概率大, 从而提高抽样效率。

方法一和方法二采用的策略不同,但基本思 想是一致的,即在构造重要抽样函数时要使得抽 得的样本其出现概率与该样本对失效概率的贡献 成正比。方法二的步骤在下一节给出,方法一的 步骤与方法二类似,为节省篇幅将略去。

#### 4 求广义失效概率的自适应重要抽样法

在用方法二求基本变量和失效域均包含模糊 性的广义失效概率时, 重要抽样函数在数字模拟 的过程中是不断地被自适应调整的, 其密度中心 逐渐被移到 $f x(x) \lim_{x} [g(x)]$ 值最大的点。设在 整个模拟过程中 hx(x)总共被调整了 m 次, 依次 以 $hx_{\tau(1)}(x), hx_{\tau(2)}(x), ..., hx_{\tau(m)}(x)$ 表示, 并设从 这些重要抽样函数中分别抽取了  $N_1, N_2, ..., N_m$ 个样本, 则 $p_{t}$ 可以由下式来计算<sup>(7)</sup>。

$$\overline{p_{f}} = \frac{1}{N_{1} + N_{2} + \dots + N_{m}} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{N_{i}} \frac{f_{\overline{x}(\overline{x}_{(i),j})} \mu_{\Omega_{i}}[g(\overline{x}_{(i),j})]}{h_{\overline{x}_{i}(i)}(\overline{x}_{(i),j})}$$
(10)

因为就影响重要抽样函数构成的隶属函数而言, Publishing House, ALL 第 , 次调整的重要抽样函数, ....

 $h_{X,(i)}(\mathbf{x})$ 中抽取第j个样本。

在逐次调整重要抽取函数时,采取模拟退火的优化算法,最初的 $h_{X_{1}(1)}(x)$ 就取为基本变量的等价联合概率密度函数。也即使 $h_{X_{1}(1)}(x)$ 的均值向量  $\Pi_{X_{T}(1)} = \Pi_{t}$ ,方差向量  $\overline{\sigma_{h_{X_{1}(1)}}^{2}} = \overline{\sigma_{t}^{2}}$ ,其中  $\Pi$  和  $\overline{\sigma_{t}^{2}}$ 分别为 $f_{X^{2}}(x)$ 的等价均值向量和等价方差向量。然后采用下列步骤来寻找重要抽样函数的最佳密度中心,并求取广义失效概率。

(1) *i*= 1, 选取 *h*<sub>*X*,(*i*)</sub> (*x*) 为正态型, 并使  $\overline{\mu}_{h_{X,(i)}} = \overline{\mu}_{f}, \overline{o}_{h_{X,(i)}}^{i} = \overline{o}_{f}^{i}$ 。

(2) 从  $h_{\overline{x}_{i}(i)}(x)$  中抽取  $N_{i}$  个样本  $\overline{x}_{(i),j}(j = 1, 2, ..., N_{i})$ , 计算基本变量等价概率密度函数与 隶属函数乘积的最大值点, 记为  $x_{(i)}^{*}$ , 并由式(10) 求  $\overline{p_{i}}$ 。

(3) 第 *i*+1 次重要抽样函数密度中心的选取

按模拟退火的 Metropolis 准则判别是否接受 第 *i*+ 1 次的重要抽样函数的均值向量  $\overline{\mu}_{h_{X,(i+1)}}$  从  $\overline{\mu}_{h_{X,(i)}}$  向 $\vec{x}_{(i)}$  的转移。记 $w(x) = f_X(x) \stackrel{\text{L}}{\to} [g(x)],$ 如果 M in  $\left\{1, e^{w\left[\left(\overline{\mu}_{h_{X,(i)}}\right) - w(\vec{x}_{(i)})\right] \setminus T_i}\right\} \ge \xi(\xi) 0~$ 1之间的一个任意随机数) 被满足, 则令 $\mu_{h_{X,(i+1)}} = \vec{x}_{(i)},$  否则令  $\mu_{h_{X,(i+1)}} = \mu_{h_{X,(i)}},$  其中  $T_i$  为 Metropor lis 准则中的退火温度。

在前几次迭代中,如果  $w(\vec{x}_{(i)}) = 0$ ,则可以 |g(x)|最小的点将重要抽样函数的密度中心先 行拉至  $\lim_{n} [g(x)]$ 较大的区域,然后再逐步将其 优化至 w(x)最大的点。

(4) 按较慢速度衰减 Metropolis 准则中的退 火温度  $T_i$ 。

(5) 检查收敛准则是否被满足, 若满足则停止计算, 否则令 *i*=*i*+1, 并令 *N<sub>i</sub>*=100+*N<sub>i</sub>*, 并返回到第(2)步。

从上述迭代过程可以看出,求解基本变量和 失效域均具有模糊性的广义失效概率时,自适应 重要抽样法在高温下可接受 w(x)变小的劣化解 为新的密度中心,而在较低温度下则很少接受劣 化程度较大的解,从而使得重要抽样函数密度中 心逐渐趋近于全局优化解。

关于 Metropolis 准则中的初温、温度的衰 减率以及每次从调整的重要抽样函数中抽取 的样本数(亦称马尔可夫链长)的选取,可参阅 文献[1]的经验值。目前还很难从理论上来确 定这些参数的取值,不过从本文大量的算例计 算看出,这些参数值在一定的范围内变化时, 对结果的影响不大。

5 算例分析

为了验证前面提出的两种算法的可行性,在 此给出了3个具体算例,其中算例1和2为显式 功能函数,算例3为隐式功能函数。分别应用直 接 Monte Carlo 法和本文提出的两种方法计算了 失效概率,并对结果进行了比较分析。

算例1 
$$g_1(\bar{x}) = \frac{\pi}{4}x_1x_2^2 - x_3$$

其中:xi 均为具有正态型隶属函数的模糊变量, 隶属函数如式(11)所示,

 $\begin{aligned} & \Psi_{\overline{X_i}}(x_i) = e^{(x_i - x_{x_i})^2/k_{x_i}^2} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (11) \\ & \Xi \mathbf{P} : \overline{\mathbf{m}_{x}} = [m_{x_1} \quad m_{x_2} \quad m_{x_3}]^{\mathrm{T}} = [29, 0 \quad 3, 0 \\ & 100 \quad 0]^{\mathrm{T}}; \quad \overline{\mathbf{k}_x} = [k_{x_1} \quad k_{x_2} \quad k_{x_3}]^{\mathrm{T}} = [3, 536 \\ & 0 \quad 424 \quad 8, 485]^{\mathrm{T}}_{\mathrm{o}} \end{aligned}$ 

状态变量的隶属函数如式(12)所示,

$$\mu_{\tilde{\Omega}_{f}}(g) \begin{cases} 1 & g \leq 0 \\ e^{-g^{2}/k^{2}} & g > 0 \end{cases}$$
(12)

算例 2  $g_2(\bar{x}) = 1.016 \times \sqrt{\frac{x_1 x_3^2}{x_2 x_4^4}} - 360$ 

其中:xi 均为具有正态型隶属函数的模糊变量, 隶属函数形式如式(11)所示。

 $\overline{\boldsymbol{m}}_{x} = \begin{bmatrix} m_{x_{1}} & m_{x_{2}} & m_{x_{3}} & m_{x4} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} 1.0 \times 10^{7} & 2.5 \times 10^{-4} & 0.98 & 20.0 \end{bmatrix}^{T}; \overline{\boldsymbol{k}}_{x} = \begin{bmatrix} k_{x_{1}} & k_{x_{2}} & k_{x_{3}} & k_{x_{r}} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} 4.24 \times 10^{5} & 1.77 \times 10^{-5} & 0.096 & 1.414 \end{bmatrix}^{T};$  状态 变量的隶属函数形式如式(12)所示。在算例1和2 中, 取 k= 2, 计算结果如表 1 所示。

表1 算例1和2计算结果

Table 1 The results of examples 1 and 2

计算方法		算例 1							
		失效	α概率	计算	时间	]/ mi	n 柞	国对误差	1
Monte Carlo 法		003	099 33	0	533	85		0	
本文方法:	1 (	003	139 79	0	003	65	1.	305 449	10
<u> 本文方法 2</u>	2 (	002	993 92	0	001	03	3	401 059	10
计算方法 -	算例 2								
	失效	概率	计算	算时问	<b>]</b> / m	in	相	对误差	
Monte Carlo 法	0 002	124 3	3 (	0 824	116			0	
本文方法1	0 002	172 (	5 (	009	9 88		2 2	75 06%	
本文方法 2	0 002	140 5	5 (	0 002	2 33		0 7	62 11%	

算例 3 一平面四连杆机构如图 1 所示, 连 杆的截面均为圆形, 设 4 根杆截面直径为 4 个正 态型随机变量, 主动杆的转速为模糊变量。现同 时考虑基本变量和状态变量的模糊随机性, 在连 杆机构的第1个瞬时位置, 对其进行强度广义可 靠性分析, 基本随机变量的均值和变异系数如表 2所示,计算结果如表3所示。



图1 四连杆机构

Fig 1 4 linkage mechanism

#### 表 2 杆截面直径分布特征

Table 2 The distribution parameters of linkage diameter

特征	杆1直	杆2直	杆3直	杆4直
	径 d1	径 d 2	径 d 3	径 d4
均值/ m	0 05	0.04	0 03	0 03
变异系数	0 02	0.02	0 02	0 02

#### 表3 算例3计算结果

 Table 3
 The Results of Example 3

计管士计	算例 3					
1 异刀広	失效概率	计算时间/min	相对误差/ %			
Monte Carlo 法	0 284 029	194	0			
本文方法 1	0 281 587	14	0 859 77			
本文方法 2	0 281 567	11	0 866 81			

主动杆的转速 v 为模糊变量, 其隶属函数为

$$\Psi(v) = \exp[-\frac{(v-m_v)^2}{k_v^2}]$$
(13)

其中: $m_v = -280$ ;  $k_v^2 = 250$  960。状态变量的隶 属函数形式如式(12)所示, 取  $k = 2.0 \times 10^5$ 。

从所提出的两种广义失效概率计算方法和3 个算例计算结果的比较可以知道,方法2的思路 直接明了,编制程序比方法1稍显简单,计算量也 比方法一要小些,并且两种方法均比 Monter Carlo 法的计算量要小得多;两种方法所得到的 结果精度(以 Monter Carlo 法为基准)相差不大, 与 Monter Carlo 法的相对误差均较小。

### 6 结 论

数值模拟方法求解失效概率在可靠性分析中 应用非常普遍,其最大的优点就是思路简单,精度 高。但是传统的数值模拟方法的计算效率极低, 工作量非常大,在很多情况下是无法被工程所接 受的。本文在应用数值模拟方法进行基本变量和 状态变量均具有模糊性的可靠性分析时,给出了 广义失效概率的计算公式,引入了模拟退火优化 算法,并且结合重要抽样法得出了两种求解广义 失效概率的方法。所提出的方法,在保证计算结 果具有很高精度的同时,大大提高了计算效率,减 小了计算工作量,对解决实际工程中的一些问题 有重要的参考价值。

#### 参考文献

- [1] 吴剑国,吴亚舸,刘从军.基于模拟退火算法的潜艇结构系统可靠性计算[J].海洋工程,2003,21(3):24-28.
  Wu J G, Wu Y G, Liu C J. Reliability analysis of submarine structures based on simulated annealing method[J]. The Ocean Engineering, 2003, 21(3):24-28. (in Chinese)
- [2] 刘扬,张建仁.有限元和退火进化算法相结合分析结构模糊 可靠性[J].工程力学,2002,19(5):72-77. Liu Y, Zhang J R. Analysis of structural fuzzy reliability based on finite element method and annealing genetic algσ rithm[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(5):72-77.(in Chinese)
- [3] 吕震宙, 岳珠峰. 模糊随机可靠性分析的统一模型[J]. 力学 学报, 2004, 36(5): 533-539.
   Lu Z Z, Yue Z F. Unified reliability model for fuzziness and

randomness of the basic variables and state variables in structure[J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 36(5): 533– 539. (in Chinese)

- [4] Melchers R E. Importance sampling in structural system[J]. Structural Safety, 1989(6): 3- 10.
- [5] Melchers R E. Search based importance sampling [J]. Str uctural Safety, 1990(9): 117-128.
- [6] Ibrahim Y. Observations on applications of importance sampling in structural reliability analysis [J]. Structural Safety, 1991(9):269-281.

作者简介:



吕震宙(1966-) 女,湖北黄石人,西北工业 大学航空学院教授,博士生导师,1988 年毕业 于西北工业大学飞行器设计专业;主要从事可 靠性工程、飞行器结构设计方面的研究。

E-mail: zh enzh ou lu@ nw pu. edu. cn; T el: 029 $88460480_{\circ}$ 



孙 颉(1978-) 男,河南卢氏人,西北工业 大学航空学院硕士研究生,1998年毕业于华 北水利水电学院机械设计及制造专业;2002 年考取西北工业大学航空学院飞行器设计专 业硕士,主要从事可靠性工程方面的研究。 E-mail: chinasun jie@ hotmail.com; Tel: 029 88460480.

(责任编辑:李铁柏)