

# 基于最小二乘拟合的外弹道 测量数据野值剔除方法

金学军

(大连 91550 部队 94 分队, 辽宁 大连 116023)

**摘要:**针对莱特准则在外弹道测量数据中剔除野值的不足,提出了一种结合最小二乘拟合的外弹道测量数据野值剔除方法。将外弹道测量数据的长程变化规律看作趋势项,采用最小二乘法对趋势项进行提取,将测量数据减去趋势项,进一步利用莱特准则进行野值剔除,将剔除野值后的数据与最小二乘提取的趋势项相加,得到剔除野值后的外弹道测量数据。最后利用计算机仿真和实测数据处理证明了这一方法可在保证不丢失原信号有用信息的前提下获得较好的野值剔除结果。

**关键词:**莱特准则;最小二乘;野值;趋势项

**中图分类号:**TP18

**文献标识码:**A

**文章编号:**1006-0707(2011)01-0020-04

## Outliers Elimination Method of Ballistic Measurement Data Based on Least Square Fitting

JIN Xue-jun

(PLA 91550 94Unit, Dalian 116023, China)

**Abstract:** A new method of outlier elimination of ballistic measurement data was proposed in this paper to overcome the shortage of White rule. The ballistic measurement data was viewed as the trend changes of long-term, and it was extracted by means of least square method. Then it subtracted the measured data tendency, and furthermore the White rule was adopted to eliminate the outliers. Finally the result could be obtained by summing the trend and the data after eliminating outlier. The results of computer simulation and test data processing show the effectiveness of this method.

**Key words:** White rule; least square; outlier data; trend

导弹武器试验中,由于外弹道测量数据采集过程受传感器、变换器以及无线电传输过程中的干扰,使得接收数据中常会产生异常跳变点,这种偏离被测信号变化规律的数据点称为野值<sup>[1]</sup>。野值严重影响外弹道测量数据的处理和分析,对于外弹道测量数据,野值会提供错误信息。一些经典的外弹道测量数据处理方法,如多项式滤波、平滑和微分平滑方法、卡尔曼滤波等,对野值非常敏感<sup>[2]</sup>。大量的理论分析和实测数据处理结果证明,即使测量数据中含有少量的野值也常常会导致上述算法崩溃或者严重失真。因此,剔除野值是外弹道测量数据预处理中不可或缺的一个环节。

莱特准则<sup>[3]</sup>是最常用的一种野值剔除方法,但是对于位置测量数据,由于其变化缓慢,趋势特征往往使得某些测量点数据大于3倍标准差,故直接利用莱特准则进行野值剔除,会剔除有用的测量数据,一些野值点反而无法剔除。根

据外弹道位置测量数据这一特点,可将外弹道真实变化的测量数据视为趋势项,利用最小二乘法进行趋势项提取,对去除趋势项的测量数据再利用莱特准则进行野值剔除,然后将野值剔除后的数据与提取的趋势项数据相加即可恢复剔除野值后的外弹道位置测量数据。

### 1 最小二乘法提取趋势项

采用最小二乘法提取趋势项是一种针对随机信号和稳态信号极为有效的方法,不仅可以提取呈线性状态基线偏移的简单类型趋势项,也可以提取具有高阶多项式的复杂趋势项,是工程上常用的一种趋势项提取方法。最小二乘法拟合趋势项的步骤为:①假设一趋势项多项式,根据最小二乘原理列出求解方程;②用矩阵法求出趋势项系数矩阵,得出趋

势项拟合曲线。

若用离散序列  $x(n)$  ( $n=1,2,3,\dots,N$ ) 表示采样序列,并设采样频率为  $f_s$ ,现在用  $K$  阶多项式  $y(n)$  来拟合趋势项,令

$$y(n) = \sum_{k=1}^K b_k \left(\frac{n}{f_s}\right)^k, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

式中,  $b_k$  为多项式的系数。为了提取趋势项,  $y(n)$  应该是离散序列  $x(n)$  中多项式元素的估计,根据最小二乘原理,定义中间函数  $E(h)$  为估计值和真实值之间的误差,即

$$E(h) = \sum_{n=1}^N (x(n) - y(n))^2 = \sum_{n=1}^N \left[ x(n) - \sum_{k=0}^K b_k \left(\frac{n}{f_s}\right)^k \right]^2 \quad (2)$$

为使误差  $E(h)$  最小化,可根据最小二乘原理,将  $E(h)$  对  $b_j$  求偏导数,并令偏导数为零,则有

$$\frac{\partial E}{\partial b_j} = \sum_{n=1}^N 2 \left[ x(n) - \sum_{k=0}^K b_k \left(\frac{n}{f_s}\right)^k \right] \times \left[ -\left(\frac{n}{f_s}\right)^j \right] = 0 \quad (3)$$

对式(3)进行整理可以得到  $K+1$  个方程

$$\sum_{k=0}^K b_k \sum_{n=1}^N \left(\frac{n}{f_s}\right)^{k+j} = \sum_{n=1}^N x(n) \left(\frac{n}{f_s}\right)^j, \quad j = 0, 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

式(4)中,只要求出拟合趋势项系数  $b_k$ ,就可以得到趋势项的估计多项式。对拟合趋势项系数  $b_k$  的求解可以利用矩阵方式求逆进行<sup>[4]</sup>。

## 2 莱特准则剔除野值

根据莱特准则,当观测数据服从正态分布时,残差落在3倍标准差  $[-3\sigma, 3\sigma]$  的概率超过99.7%,落在此区域外的概率不超过0.3%<sup>[5]</sup>,因此,可以认为残差落于该区域外的测量数据为野值。假设1组观测序列为  $x(k)$  ( $k=1,2,\dots,N$ ),在  $x(k)$  中存在野值数据点。利用莱特准则剔除野值首先要计算该组观测数据的算术均值

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i) \quad (5)$$

再计算其标准差  $\sigma$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x(i) - \bar{x})^2}{N-1}} \quad (6)$$

根据原始观测序列  $x(k)$  和算术均值  $\bar{x}$  计算数据残差  $x_b$

$$x_b(i) = x(i) - \bar{x} \quad (7)$$

将残差  $x_b$  逐一与3倍标准差进行比较,进行野值检验。如果  $|x_b(i)| \geq 3\sigma$ ,则与  $x_b(i)$  对应的观测数据  $x(i)$  为野值,应予以剔除。

由于野值本身会对数据标准差求取精度产生影响,因此,莱特准则一般需要循环进行,即在一次野值剔除后的观测数据基础上,重新计算均值,并重新求取标准差  $\sigma$ ,再次进行野值剔除,直到得到满意的结果为止。实践表明,一般循环2到3次即可满足要求<sup>[6]</sup>。

可见,莱特准则进行野值剔除非常简单,容易实现。但是,莱特准则具有一个约束条件,就是要求观测数据服从正态分布。对于外弹道测量数据、速度数据和加速度数据,如

果采样点数足够长,根据大数定律,可近似认为其服从正态分布,直接利用莱特准则可以获得较好的野值剔除效果。而对于位置测量数据,其变化缓慢,并且具有相当明显的趋势特征,此时,用莱特准则进行野值剔除难以得到理想的结果。

## 3 野值剔除新方法

针对外弹道位置测量数据的特点,可以将位置测量数据的缓慢变化规律视为趋势项,利用最小二乘法对趋势项进行提取。设包含野值的外弹道位置测量数据为  $x(k)$  ( $k=1,2,\dots,N$ ),将其分解为2部分

$$x(k) = \bar{x}(k) + r(k) \quad (8)$$

式中: $r(k)$ 为趋势项; $\bar{x}(k)$ 为原观测数据减去趋势项的信号部分。对  $\bar{x}(k)$  利用莱特准则进行野值剔除,将剔除野值后的结果与趋势项  $r(k)$  相加求和,可得到剔除野值后的外弹道位置测量数据。

## 4 结果

### 4.1 计算机仿真

仿真中采用二次多项式模拟外弹道测量数据,并叠加高斯随机噪声,信噪比为25 dB,采样率为50 Hz。随机加入野值点,如图1所示。

$$x(t) = 5 \times (t/10)^2 + n(t) \quad (9)$$

如果利用莱特准则直接进行野值剔除,则会将真实信号尾部部分剔除,野值却很难得到有效剔除。采用莱特准则剔除野值后的结果如图2所示。

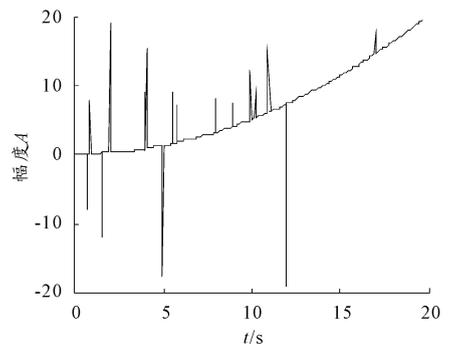


图1 仿真信号

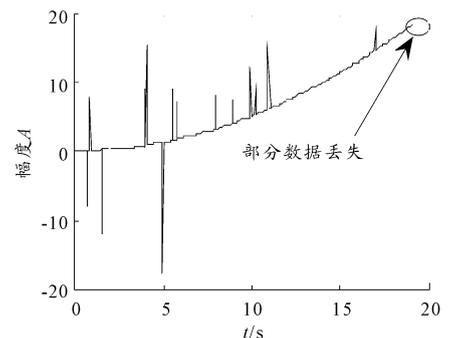


图2 莱特准则野值剔除结果

采用文中方法进行处理,先利用最小二乘法进行趋势项提取,提取趋势项如图3所示,剔除趋势项后的数据如图4所示。对图3所示的数据利用莱特准则进行野值剔除,剔除后的效果如图5所示。可见,野值点几乎完全被剔除。将剔除野值后的结果与趋势项进行相加,可恢复原信号,如图6所示。可见,利用文中方法进行野值剔除,不仅具有较好的野值剔除效果,同时不会丢失有用数据信息。

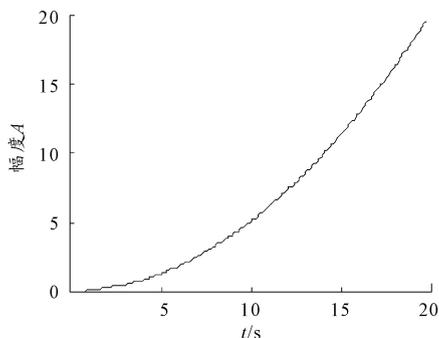


图3 最小二乘法提取趋势项

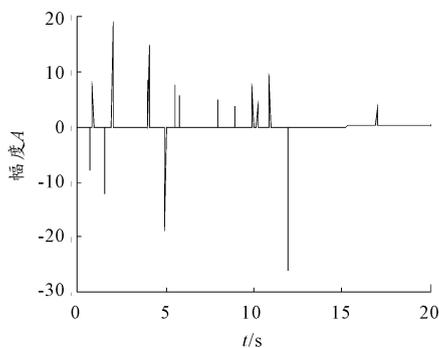


图4 提取趋势项后信号

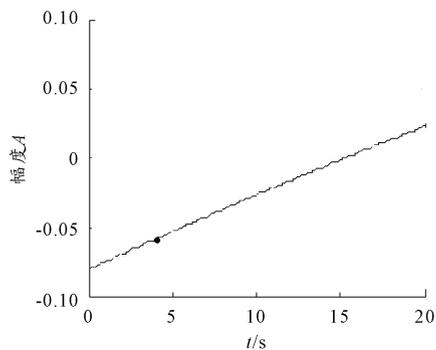


图5 剔除野值后的结果

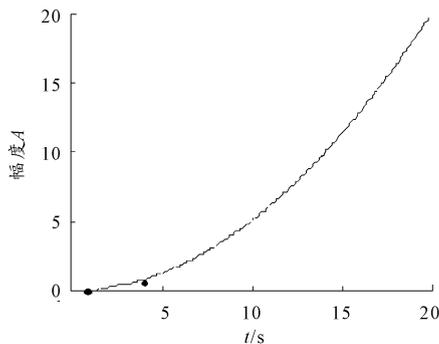


图6 恢复原信号

#### 4.2 实测数据处理

利用某次飞行试验中 GPS  $x$  方向的位置测量数据对文中方法进行验证。采样频率为 50 Hz, 波形如图7所示, 可见测量的 GPS 位置数据中包含大量的野值点。采用直接莱特准则剔除野值后的结果如图8所示, 可见, 其会丢失部分有用数据, 而且实际野值基本未被剔除。而采用最小二乘对趋势项进行提取, 提取的趋势项如图9所示。提取趋势项后的数据如图10所示, 对图10所示数据利用莱特准则进行野值剔除, 结果如图11所示, 将剔除野值后数据与趋势项进行叠加, 恢复位置数据如图12所示。可见, 利用最小二乘法 and 莱特准则结合来剔除外弹道测量数据的野值, 具有很好的效果。

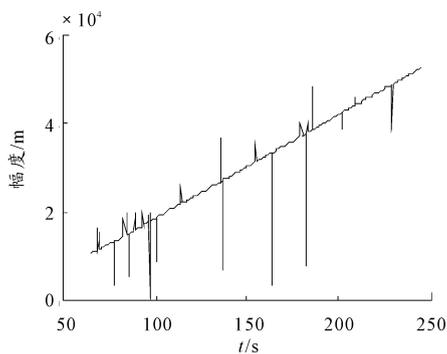


图7 某次实测  $x$  向位置数据

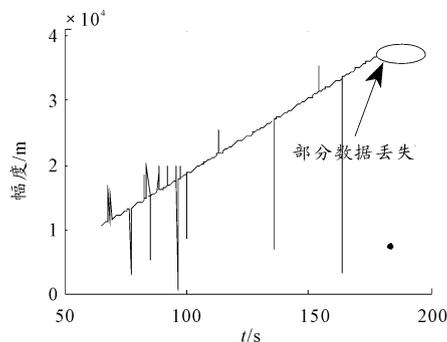


图8 莱特准则野值剔除结果

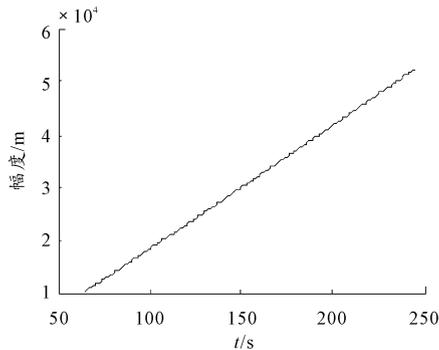


图9 提取趋势项

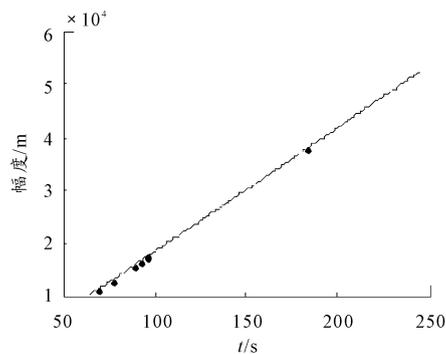


图12 恢复原信号

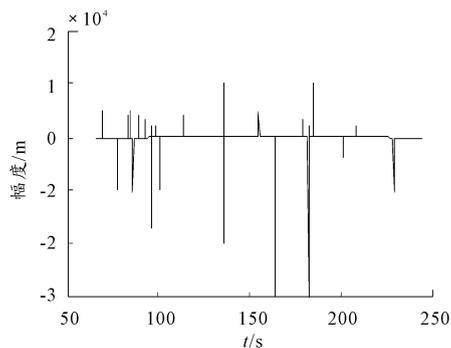


图10 剔除趋势项后信号

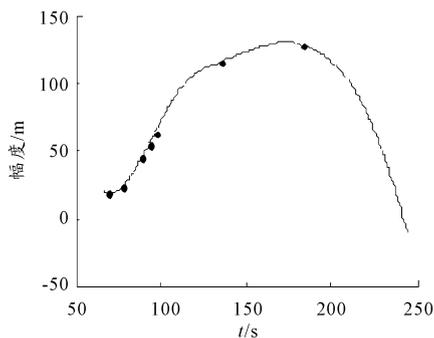


图11 剔除野值后的结果

## 参考文献:

- [1] 赵圣占. 遥测数据处理的野值剔除方法研究[J]. 强度与环境, 2005, 32(1): 59-63.
- [2] 胡峰, 孙国基. 航天靶场外测数据野值点的准实时诊断方法研究[J]. 飞行器测控技术, 1998, 4(17): 25-32.
- [3] 张婷, 汪勃. 连续型野值判别的新方法[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2005, 35(2): 225-227.
- [4] 王广斌, 刘义伦, 金晓宏, 等. 基于最小二乘原理的趋势项处理及其 Matlab 的实现[J]. 有色设备, 2005(5): 4-8.
- [5] 祝转民, 秋宏兴, 李济生, 等. 动态测量数据野值的辨识与剔除[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(2): 147-149.
- [6] 孙书鹰, 段修生, 王志强, 等. 目标跟踪系统中野值的判别与剔除方法[J]. 火力与指挥控制, 2004, 29(6): 85-87.

(责任编辑 周江川)

(上接第12页)算法和龙格库塔算法解算姿态,实时测量并输出当前姿态。陀螺和加速度计的数据刷新率为279 Hz(周期为0.003 5 s),姿态解算在0.002 5 s内完成,完全满足实时性要求。

## 参考文献:

- [1] Ignagni M B. Optimal Strapdown Attitude Integration Algorithms. Journal of Guidance [J]. Control and Dynamics,

1990, 13(2): 363-369.

- [2] 张树侠, 孙静. 捷联式惯性导航系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992: 81-87.
- [3] 朱明, 邹永义. 捷联基准的应用特点及发展[J]. 四川兵工学报, 2006(1): 10.
- [4] 王伟. 捷联式惯导系统在自行火炮上的应用[J]. 兵工自动化, 2008, 27(3): 1-3.

(责任编辑 刘 舸)