

基于 Lyapunov 函数的非线性系统自适应容错控制研究*

高广林¹, 刘勇志²

(1. 海军工程大学天津校区, 天津 300450; 2. 海军潜艇学院 导弹兵器系, 山东 青岛 266071)

摘要: 在系统的非线性函数、外界扰动、建模不确定性以及外界未知故障输入上界均未知的情况下, 构造了新颖的 Lyapunov 函数, 基于鲁棒自适应观测器设计了新的自适应容错控制器, 所设计的自适应控制器可使闭环系统渐近稳定. 仿真算例表明了该方法的有效性和优越性.

关键词: 不确定非线性系统; 容错控制; 观测器; Lyapunov 函数

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1006-0707(2009)09-0005-04

随着现代系统的日益复杂化, 系统的可靠性和安全性越来越受到人们的重视. 容错控制的产生为提高复杂系统的性能、保证系统的安全运行提供了一种新的策略. 根据是否利用了故障诊断信息, 容错控制可以分为 2 类: 被动容错控制^[1]和主动容错控制^[2].

工程中, 由于绝大多数实际系统都是非线性系统, 因此, 近年来非线性系统的控制受到了广泛的重视, 许多控制方法也已经应用到非线性系统的控制当中, 如鲁棒控制、模糊控制、滑模控制、 H 控制和自适应控制. 然而实际中, 系统的部分状态是很难测得的, 在这种情况下, 就必然要用到基于观测器的方法(或者输出反馈方法). 此外, 由于建模方法的局限性、实际过程中自身参数摄动现象的存在以及外界环境等因素的影响, 在设计基于模型的非线性系统控制器时, 建模不确定性和外界扰动也是必须要考虑的因素.

目前, 出现了一些状态不完全可测的非线性系统. 文献[3]基于自适应观测器, 研究了一类状态不完全可测的混沌系统, 其中系统的非线性函数上界未知, 但是观测器和控制器分离设计; 文献[4]中研究了一类状态不完全可测的不确定时滞系统的稳定性控制问题, 其不确定性的上界未知, 并且观测器和控制器联合设计, 这较文献[3]降低了一定的保守性. 而本文中提出的控制器设计与文献[3]、[4]中设计控制器的方法相比, 不仅能够处理外界故障输入存在的情况, 而且即使在外界故障输入不存在的情况下, 所设计的控制器也可以使系统的动态性能更好.

1 系统描述

考虑一类具有未知故障输入的不确定非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B[f(x, \mu) + \phi(x, d(t)) + u(t) + f_a(t)] \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x \in \mathbf{R}^n$ 是系统的状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入; $y \in \mathbf{R}^m$ 是输出向量; $\mu \in \mathbf{R}^p$ 是参数, 并假设其是一个常数, 或者是慢时变的; $f(x, \mu) : \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^p \rightarrow \mathbf{R}^n$ 表示光滑的非线性函数; $\phi(x, d(t)) \in \mathbf{R}^n$ 表示建模不确定性和外界扰动; $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 和 $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为已知适当维数的常数矩阵; $f_a(t) \in \mathbf{R}^n$ 是系统的外界未知故障输入.

假设系统的状态不完全可测, 在这种前提下, 基于观测器研究了不确定非线性系统的容错控制问题. 给出主要结果之前, 先做几个假设.

假设 1 存在矩阵 L 、正定矩阵 P 和 Q 满足以下方程:

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P = -Q \quad (2)$$

$$B^T P = C \quad (3)$$

需要注意的是, 确定观测器增益 L 满足假设 1 并不是一件容易的事, 但可以利用文献[5]中 Kalman Yakubovich Popov 引理, 通过选择 L 使得传递函数矩阵 $H(s) = C[sI_n - (A - LC)]^{-1}B$ 是严格正实的, 那么就存在矩阵 $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$

* 收稿日期: 2009-06-15

作者简介: 高广林(1956—), 男, 副教授, 主要从事自动控制、故障诊断等研究.

满足式(2)和(3).

假设2 存在矩阵 K 和正定矩阵 H 满足

$$H(A - BK) + (A - BK)^T H = -M \quad (4)$$

式中: M 是正定矩阵.

假设3 参数 μ 、不确定性 $\phi(x, d(t))$ 以及外界故障输入 $f_a(t)$ 是范数有界的, 满足

$$\mu \leq \mu_m; \quad \phi(x, d(t)) \leq \phi_m; \quad f_a(t) \leq f_m \quad (5)$$

式中: μ_m, ϕ_m, f_m 是3个未知的正常数.

假设4 非线性函数 $f(x, \mu)$ 满足如下条件

$$f(x, \mu) - f(z, \mu) \leq \sum_{k=0}^w k_{f_k} \|Cx - Cz\|^k \quad (6)$$

$$f(x, \mu) - f(x, \hat{\mu}) \leq k_{\mu} \|\mu - \hat{\mu}\| \quad (7)$$

式中: $k_{f_k}, k=0, 1, \dots, w$ 和 k_{μ} 为未知的正常数, w 是系统(1)非线性状态的高次. 很多混沌系统满足假设4, 例如变形蔡氏电路和 ϕ^6 混沌振荡器^[6].

2 观测器和基于观测器的控制器的设计

构造观测器形式如下

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(y - \hat{y}) + Bf(\hat{x}, \hat{\mu}) + Bv + Bu(t) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (8)$$

式中: \hat{x}, \hat{y} 是系统状态 x 和输出 y 的估计; $\hat{\mu}$ 是参数, 但与参数 μ 不同; v 是自适应辅助控制器.

如果定义观测误差状态为 $e = x - \hat{x}$, 则将式(1)减去式(8), 可得到观测误差系统

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - LC)e + B[f(x, \mu) - f(\hat{x}, \mu)] + B[f(\hat{x}, \mu) - f(\hat{x}, \hat{\mu})] + B\phi(x, d(t)) + Bf_a(t) - Bv \quad (9)$$

本设计的目标是在不确定性和外界故障输入上界未知的情况下, 利用可测信号 y 、观测器输出 \hat{y} 以及状态的估计 \hat{x} , 设计自适应辅助控制器 v 和容错控制器 $u(t)$, 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$, 即 $t \rightarrow \infty$ 时, $x(t) \rightarrow \hat{x}(t), x(t) \rightarrow 0$.

定理1 考虑不确定非线性系统(1)且所有假设1~4均成立, 则基于观测器(8), 自适应容错控制器(10)可以使故障闭环系统渐近稳定, 其中辅助控制器和自适应增益分别由式(11)和(12)给出.

自适应容错控制器

$$u(t) = -K\hat{x} - f(\hat{x}, \hat{\mu}) - v \quad (10)$$

自适应辅助控制器

$$v = \sum_{k=1}^w \hat{k}_k (y - \hat{y})^k - y - \hat{y}^{k-1} + \hat{\text{sign}}(y - \hat{y}) \quad (11)$$

自适应增益的自适应律

$$\dot{\hat{k}}_k = k y - \hat{y}^{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, w, \quad \dot{\hat{c}} = y - \hat{y} \quad (12)$$

式中: $k, k=1, 2, \dots, w$, 是设计者指定的正常数.

证明: 考虑如下形式的 Lyapunov 函数

$$V = V_1 + hV_2 \quad (13)$$

式中:

$$\begin{aligned} V_1 &= \hat{x}^T H \hat{x}, \\ V_2 &= e^T P e + \sum_{k=1}^w \frac{1}{k} (k - \hat{k}_k)^2 + \frac{1}{c} (\hat{c} - c)^2, \end{aligned} \quad (14)$$

h 是正数, 将在后面式(23)中定义.

对 V_1 求导, 可得

$$\dot{V}_1 = \hat{x}^T [H(A - BK) + (A - BK)^T H] \hat{x} + 2\hat{x}^T HLCe - \hat{x}^T M \hat{x} + 2\hat{x}^T HLC \hat{x} e - c \hat{x}^2 + 0 \hat{x} e, \quad (15)$$

式中: $c = \min(M) > 0, 0 = 2 HLC$.

对 V_2 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] e + 2e^T PB\phi(x, d(t)) + 2e^T PBf_a(t) + 2e^T PB[f(x, \mu) - f(\hat{x}, \mu)] + \\ & 2e^T PB[f(\hat{x}, \mu) - f(\hat{x}, \hat{\mu})] - 2e^T PB \sum_{k=1}^w \hat{k}_k (y - \hat{y})^k - y - \hat{y}^{k-1} - 2e^T PB \hat{\text{sign}}(y - \hat{y}) - \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^w \frac{2}{k} \left(\hat{x}_k - \hat{x}_k \right)^{\wedge} - \frac{2}{k} \left(- \hat{x} \right)^{\wedge} \quad (16)$$

由假设 1,可知

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & e^T Q e + 2 \sum_{k=1}^w B^T P e \left(\phi(x, d(t)) + 2 \sum_{k=1}^w B^T P e f_a(t) + 2 \sum_{k=1}^w B^T P e f(x, \mu) - f(\hat{x}, \mu) \right) + \\ & 2 \sum_{k=1}^w B^T P e f(\hat{x}, \mu) - f(\hat{x}, \hat{\mu}) - 2 \sum_{k=1}^w \hat{x}_k B^T P e^{k+1} - 2 \sum_{k=1}^w B^T P e - \sum_{k=1}^w \frac{2}{k} \left(\hat{x}_k - \hat{x}_k \right)^{\wedge} - \frac{2}{k} \left(- \hat{x} \right)^{\wedge} \end{aligned} \quad (17)$$

令 $\mu_m = \mu - \hat{\mu}$,则由假设 3 和假设 4 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & e^T Q e + 2 \left(k_{f_0} + k_{\mu} \mu_m + \phi_m + f_m \right) \sum_{k=1}^w B^T P e + 2 \sum_{k=1}^w k_{f_k} B^T P e^{k+1} - 2 \sum_{k=1}^w \hat{x}_k B^T P e^{k+1} - \\ & \sum_{k=1}^w \frac{2}{k} \left(\hat{x}_k - \hat{x}_k \right)^{\wedge} - 2 \sum_{k=1}^w B^T P e - \frac{2}{k} \left(- \hat{x} \right)^{\wedge} \end{aligned} \quad (18)$$

进一步,令 $k = k_{f_k}, k = 1, 2, \dots, w; \mu_m = k_{f_0} + k_{\mu} \mu_m + \phi_m + f_m$,从而得到

$$\dot{V}_2 = e^T Q e + 2 \sum_{k=1}^w \left(\hat{x}_k - \hat{x}_k \right)^{\wedge} B^T P e^{k+1} - \sum_{k=1}^w \frac{2}{k} \left(\hat{x}_k - \hat{x}_k \right)^{\wedge} + 2 \left(- \hat{x} \right)^{\wedge} B^T P e - \frac{2}{k} \left(- \hat{x} \right)^{\wedge} \quad (19)$$

最后,把 $\hat{x}_k, \hat{\mu}$ 的自适应律(12)代入式(19),可得到

$$\dot{V}_2 = e^T Q e - \theta e^2 \quad (20)$$

式中: $\theta = \min(Q) > 0$.

由式(13)、(15)和(20)很容易得到

$$\dot{V} = -c \hat{x}^2 + \theta e - h_0 e^2 \quad (21)$$

利用不等式

$$\sqrt{c \theta h} \hat{x} e = \frac{c}{2} \hat{x}^2 + \frac{\theta h}{2} e^2 \quad (22)$$

并且选择

$$h > \frac{2}{\theta} c \quad (23)$$

则不等式(21)可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -c \hat{x}^2 + \sqrt{c \theta h} \hat{x} e - h_0 e^2 \\ = & \begin{bmatrix} \hat{x}^T & e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-c}{2} I & 0 \\ 0 & \frac{-h}{2} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}^T & e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-c}{2} I & 0 \\ 0 & \frac{-2}{2} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

由 Lyapunov 稳定理论很容易知道,系统 \hat{x} 和系统 e 是渐近稳定的,因此故障闭环系统(1)也是渐近稳定的,即 $t \rightarrow \infty$ 时, $x \rightarrow 0, \hat{x} \rightarrow 0$,定理证毕.

图 1 总结了基于观测器方法的自适应容错控制的整体策略.

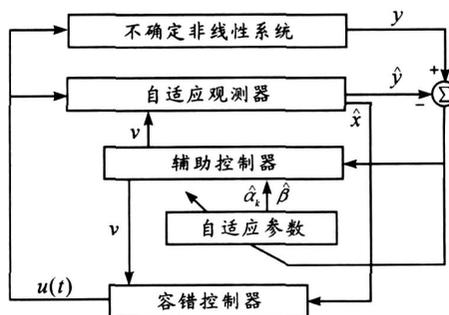


图 1 基于观测器的自适应容错控制的整体策略

定理 2 考虑具有外界未知故障输入的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B[f(x) + f_a(t) + u(t)] \\ y = Cx \end{cases} \quad (25)$$

如果系统(25)满足假设 1 和假设 2,外界故障输入满足假设 3,且非线性函数满足

$$f(x) - f(\hat{x}) = x - \hat{x} \quad (\text{未知}) \quad (26)$$

则设计自适应观测器和控制器形式如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(y - \hat{y}) + Bf(\hat{x}) + Bv + Bu(t) \\ y = C\hat{x} \end{cases} \quad (27)$$

$$u = -K\hat{x} - f(\hat{x}) - v \quad (28)$$

式中: $v = \hat{y} - y + \hat{f}_m \text{sign}(y - \hat{y})$, $\hat{x} = \begin{bmatrix} 1 & y - \hat{y}^2 \\ 2 & y - \hat{y} \end{bmatrix}$ 可以使故障闭环系统渐近稳定.

推论 1 针对文献[4]中的系统(1),设计观测器和控制器的形式如式(27)和(28),其中, $v = \hat{y} - y + \hat{f}_m \text{sign}(y - \hat{y})$, $\hat{x} = \begin{bmatrix} 1 & y - \hat{y}^2 \\ 2 & y - \hat{y} \end{bmatrix}$,如果所有假设 1 和假设 2 都成立,且非线性函数满足式(26),则控制器(28)可以使闭环系统渐近稳定.

3 仿真

例 1:利用三维变形 Chua 电路^[7]验证了定理 1 的正确性.系统矩阵和函数定义如下

$$A = \begin{bmatrix} 1.43 & 10 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 16 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0], f(x, \mu) = \mu x_1^3, \mu = -10, \hat{\mu} = -10.5$$

$\phi(x, d(t)) = 0.001 \sin(x_1^3) + 0.001 G(t)$, $G(t)$ 表示零均值单位协方差的高斯随机噪声.

未知故障输入表示由于一些不可预测的因素使 Chua 电路中电阻或者电感发生变化,如电气元件的热损耗、外界环境的改变,或者人为的因素等等.为了说明定理 1 设计的控制器在外界故障输入不是常值情况下依然具有很好的性能,这里假设故障函数形式如下

$$f_a(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 15 \\ 5 \sin t & t \geq 15 \end{cases}$$

三维变形 Chua 电路系统以及其在外界故障输入存在情况下系统的相图分别如图 2 中 a)、b) 所示.

观测器和控制器增益设计为: $L = [2.43 \ 1.6207 \ -0.5519]^T$, $K = [10 \ 12 \ -5]$,且选取正定对阵矩阵 $P =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & 0 \\ 0 & 1 & 1.125 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

满足式(2)和(3).其它的参数和初始值分别选取为: $\mu_1 = 5, \mu_2 = 1, \mu_3 = 8; x(0) = [2 \ 1 \ -3]^T; \hat{x}(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$,根据定理 1,仿真结果如图 3、4 所示.图 3 表示误差 e 的轨迹,图 4 表示系统(1)状态的轨迹.从图中可以看出,利用定理 1 设计的观测器和控制器可以使故障闭环系统渐近稳定.

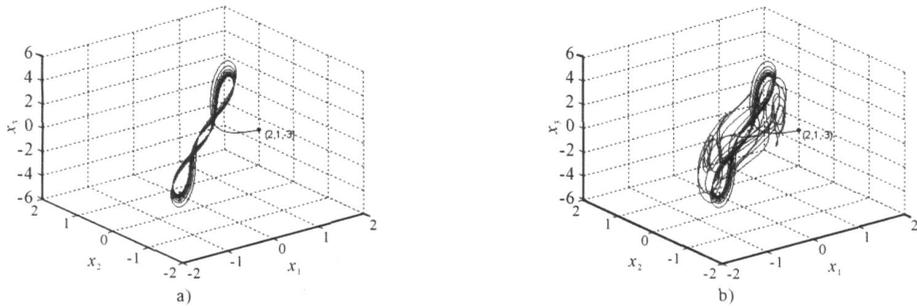


图 2 变形 Chua 电路系统相图

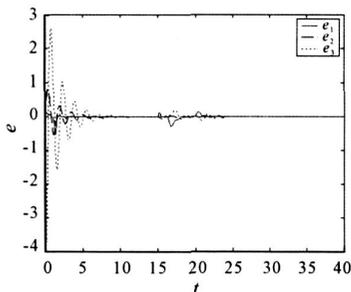


图 3 误差状态轨迹

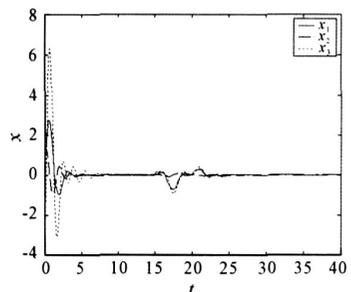


图 4 系统状态轨迹

(下转第 12 页)

的一体化处理问题,对于加速一体化作战态势、更新指控控制方式与流程、提高作战指挥效率具有十分重要的意义.用本体来进行一体化态势信息数据的表示与处理是进行对此相关研究的初步探讨.虽然在战术级别上用本体进行信息数据融合的研究取得了一定的成绩,也形成了具有一定意义的可共享作战态势,这说明利用本体技术进行实时作战态势数据共享是可行的.但结果离我军信息化的要求,特别是一体化作战的要求还有非常大的距离.实际上,还需要从其体系结构、仿真模型建立等多方面进行深入研究.

参考文献:

- [1] 总参通信部.信息作战技术学[M].北京:解放军出版社,2005.
- [2] IEEE Working Group P1600.1. IEEE Standard Upper Ontology (draft proposal) [DB/OL]. <http://ontology.techknowledge.com/#introduce>,2002.
- [3] 刘永鸿,臧金林.基于多层次灰色决策模型的C3I系统[J].四川兵工学报,2008(4):22-23.
- [4] 朱孟平,宋自林.基于GIG的NCW的实现[J].指挥控制与仿真,2004(6):30-32.
- [5] Barlow S. Data Integraton[D]. University of Passau,2000.
- [6] Event/ Procee-Based Data integration for the Gulf of Maine. Cnmpobello islan: New Brunsick [DB/OL]. [Http://www.spatial.maine.edu/~bdei/bdeippr.pdf](http://www.spatial.maine.edu/~bdei/bdeippr.pdf),2002.
- [7] Horrocks I, Pate-Schneider P F. Rducing OWL Entailmetn to Description Logic Satisfability [A]. Proceeding of the 2003 Internaitonal Worshop on Description Logic (DL2003) [C]. 2003.
- [8] 彭剑,罗安,周柯,夏向阳.变压器故障诊断中信息融合技术的应用[J].高电压技术,2007(3):111-113.
- [9] 蒋庆全.数据融合在雷达目标识别中的应用[J].兵工自动化,2001(2):17-21.
- [10] 周永丰,吴汉宝.试论海战场数据融合的体系结构[C]//中国造船工程学会电子技术学术委员会2006学术年会论文集(上册).15-17.
- [11] Xianfeng Fan, Ming J Zuo. Fault diagnosis using multi-Source [A]. Proceedings of the 5th International Conference on Information Fusion [C]. 2006:22-23.
- [12] 何成铭,孙红宇,周文斌.基于模糊综合评估法的装备保障[J].四川兵工学报,2008(6):30-32.

(上接第8页)

4 结论

基于观测器研究了一类不确定非线性系统的容错控制问题,提出了一种联合设计观测器和容错控制器的新方法.所提出的自适应容错控制策略不需要知道非线性函数、外界扰动、建模不确定性以及未知故障输入的上界,而且不需要系统的状态变量完全可测,这在实际工程中更有意义.最后,通过数值仿真充分说明了所提出方法的有效性和优越性.

参考文献:

- [1] Zhao Q, Jiang J. Reliable state feedback control system design against actuator failures [J]. Automatica, 1998, 34(10):1267-1272.
- [2] Afef Fekin, Fahmida. N. Chowdhury. A robust fault tolerant control strategy for a class of nonlinear uncertain systems [A]. Pro. of the American control conference Minneapolis [C], Minnesota, USA, 2006:5474-5480.
- [3] Hua Changchun, Guan Xinping, Li Xiaoli, et al. Adaptive observer-based control for a class of chaotic systems [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2004, 22:103-110.
- [4] Hua Changchun, Li Fenglei, Guan Xinping. Observer-based adaptive control for uncertain time-delay systems [J]. Information Sciences, 2006(176):201-214.
- [5] Popov V. M. Hyper stability of control system [J]. Berlin, Springer-Verlag, 1973.
- [6] Samuel Bowong, Jean Jules Tewa. Unknown inputs adaptive observer for a class of chaotic system with uncertainties [J]. Mathematical and Computer Modeling, 2008.
- [7] Zhong G Q. Implem entation of chua 's cirtuit with a cubic nonlinearity [J]. Int. J. Bifur Chaos, 1994(41):934-941.