

一种用 NURBS 表示的过渡曲面的生成方法

马翔 康宝生 周儒荣 (南京航空学院机械工程系, 南京, 210016)

A VARIABLE RADIUS BLENDING SURFACE MODELING METHOD

Ma Xiang, Kang Bao-sheng, Zhou Ru-rong

(Mechanical Engineering Department of Nanjing Aeronautical Institute, Nanjing, 210016)

摘要 讨论在两参数曲面上生成显式定义的参数过渡曲面问题。提出了一种围绕两曲面的交线, 采用参数化平面与曲面之一的等距面求交, 寻找两曲面的等距点, 以产生变半径过渡曲面的方法; 过渡曲面本身为 2 次 \times 3 次 NURBS 曲面, 充分利用了 NURBS 曲线可精确表示圆弧曲线的特点, 并使得可用统一的算法对过渡曲面进行各种处理。

关键词 非均匀有理 B 样条(NURBS), 过渡曲面, 处理方法

Abstract This paper discusses the problem of constructing a NURBS defined blending surface on two NURBS surfaces. A method for finding offset point around intersection curve between two surfaces is proposed. The method has the advantage over the traditional approach in that the offset point can be found more quickly and accurately. Any rectangular parametric surfaces can be blended as long as their offset surfaces are smooth so that intersection between a parametrically defined plane and one of surface offset can be well defined. The blending surface itself is expressed as a 2×3 NURBS surface, which not only makes it more accurate and its fullness can be easily controlled, but also makes it possible for our system to adopt a unified way to process the surface.

Key words NURBS surface, blending surface, procession method

在任意两张曲面间构造一张过渡曲面, 如机身与机翼间的整流包皮, 发动机叶片的根部, 都是过渡曲面应用的例子。过渡曲面一般要求与两母曲面保持 C^1 连续, 同时还要求过渡曲面按一定规律变化, 如等半径、半径按线性变化和非线性变化等。

尽管过渡曲面的应用十分普遍, 但基于自由曲面产生过渡曲面(包括等半径与变半径)方面的文章却十分少见。B.K.Chol 等^[8]提出了一种产生自由曲面的过渡曲面方法, 但并没有解决非等半径过渡曲面的产生问题。此外, 这种方法生成的过渡曲面是一种过程性定义曲面, 不便于采用已有的算法对过渡曲面进行统一的几何处理(如求交, 裁剪等)。

本文在采用交线跟踪算法求出两曲面间交线的基础上, 围绕此交线, 采用参数化平面与曲面之一的等距面求交寻找两曲面的等距点, 以构造过渡曲面, 这样提高了找等距点的效率与准确性; 采用 2 次 \times 3 次 NURBS 曲面显式表示过渡曲面, 不仅充分利用了 NURBS 可精确表示圆锥曲线的特点, 而且便于用统一的算法对过渡曲面进行各种几何处理。

1992 年 10 月 15 日收到

国家自然科学基金、航空科学基金资助课题

1 过渡曲面的生成

本文采用的构造过渡曲面的基本过程是: 在空间中找到一系列到两曲面等距离的点及两曲面上与上述空间点对应的切点, 根据这些点的信息及 NURBS 曲线、曲面自身的特点来构造过渡曲面。为提高计算效率, 本文对等半径过渡曲面与变半径过渡曲面分别采用了不同的计算等距点列的方法。

1.1 等半径过渡曲面的计算

(1) 以给定的过渡曲面的半径值为等距值, 按给定的精度, 用求点到曲面距离和跟踪求交的方法, 求出两张曲面的等距面交线上的一系列点;

(2) 分别求出曲面 1 和曲面 2 上与上述点列对应的切点;

(3) 根据求出的一系列切点及所取的交线上的点, 构造过渡曲面。

在跟踪求交方法中, 本文采用的求初始点的方法是在参数域以一定的密度将曲面 1 分割为小曲面片, 并确定其包围盒; 对曲面 2, 在 U 向或 V 向用一段段小直线段逼近曲面 2 的等参数线段; 将这些小直线段分别与曲面 1 的各曲面片包围盒比较, 判断直线是否在或穿过包围盒; 若在包围盒中, 则将此包围盒所围的曲面用两个平面三角片近似, 并与直线求交; 若有交, 将此点迭代到精确交点。

由等距面的表达式

$$\vec{r}(u,v) = \vec{r}_0(u,v) + d\vec{n}(u,v)$$

(式中 \vec{n} 为母曲面 \vec{r}_0 在此处的单位法矢, d 为等距值) 可知, 等距面上点的参数值也是母面上切点的参数值。

如图 1 所示, 在已知 $\vec{O}_0, \vec{P}_0, \vec{P}_2$ 3 个矢量共面的情况下, 很容易求得 \vec{P}_1 。若用 $\vec{P}_0, \vec{P}_1, \vec{P}_2$ 3 点作为控制顶点构造一条 2 次 NURBS 曲线表示的圆弧, 则在与 \vec{P}_0, \vec{P}_2 对应的权因子选为 1 ($W_0 = W_2 = 1$) 时, 与 \vec{P}_2 对应的权因子 W_1 需满足 $W_1 = \cos\theta$ 的条件。

在分别求出过渡面在截面 (V 向) 方向的一系列三角形控制顶点及相应的权因子后, 在四维空间对控制点及权因子插值 (U 向), 既可求得在上述 V 向截面为准确圆弧的过渡曲面的控制点、权因子及节点向量。

1.2 变半径过渡曲面的计算

(1) 在两曲面的交线上, 按给定的精度, 以一定的密度构造一系列交线的法平面, 并按给定的过渡曲面的变化规律, 求出各平面处对应的半径值。

(2) 以半径值为等距值, 构造曲面 1 的等距面。

(3) 以曲面 1 与曲面 2 在此法平面处交点的曲面 1 上的等距点 A_0 (见图 2) 为交线跟踪算法的跟踪起点, 求平面与曲面 1 的等距面交线上的 B_0 点, 初始步长选为 S_0 。

(4) 计算 B_0 与曲面 2 之距离 d_1 , 若 $|d_1 - d| < \delta$, (δ 为相同点的判别值), 则 B_0 为所求等距点, 其对应的 u, v, s, t 既为曲面 1、2 上相应切点的参数值。若 $d_1 > d_2$, 则以

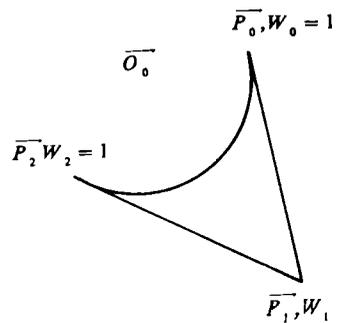


图 1 已知 $\vec{P}_0, \vec{P}_2, \vec{P}_0$ 求 \vec{P}_1 及 W_1

$S_0 = S_0 - (d_1 - d)$ 为新步长, 仍用原起始点为计算起始点, 求下一个交点; 若此距离小于等于等距值, 则如果 $d - d_1 > S_0$, 以此新交点为起始点, 以 S_0 的初始步长为步长, 继续跟踪; 否则, 以此新交点为始点, 以 $S_0 = d - d_1$ 为新步长, 继续跟踪求交, 直至找到准确的等距点。

这里采用平面与曲面 1 (或 2) 求交, 然后再计算交点到曲面 2 (或 1) 的距离的方法, 目的是提高计算等距点的效率与准确性。实践证明, 一般只需很少几次求交计算就可找到两曲面的准确的等距点。若采用先求平面与两曲面等距面的交线, 再求这两个交线段的交点的方法, 不仅计算效率较低, 而且所求的两个交线的交点往往是近似点。

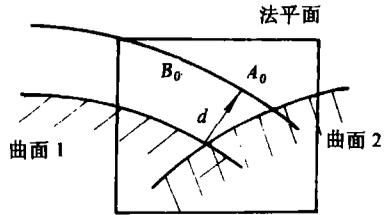


图 2 平面与等距面求交

在有了一系列等距点及对应的切点后, 变半径过渡曲面的其它构造过程与等半径过渡曲面的构造过程完全相同。

在得到 V 向一系列截面的控制点 $\bar{P}_{0i}, \bar{P}_{1i}, \bar{P}_{2i}$ 及相应的权因子 W_{0i}, W_{1i}, W_{2i} 后 (i 为截面号), 将控制顶点表达为四维空间点 X_w, Y_w, Z_w, W , 对这些控制点在四维空间 U 向采用通常的非有理插值, 可得到一系列四维空间控制点 \bar{Q}_{jk}, V_{jk} ($j=0, 1, 2, k$ 为 U 向控制点数), 将其表示为 $\bar{D}_{jk} = \bar{Q}_{jk} / V_{jk}$, 则 \bar{D}_{jk} 既为以 NURBS 表示的曲面的控制顶点, V_{jk} 为相应的权因子。

2 算法实现

为了便于采用统一的算法求平面与曲面及曲面与曲面 (包括等距面) 间的交线, 将平面表示为参数形式, 用 C 语言编程

$$\vec{r}(u,v) = \vec{A} + \mu\vec{B} + v\vec{C}$$

其中 \vec{B}, \vec{C} 矢量是正交矢量, 其模长分别为有界平面的边长。采用坐标变换, 可分别求出能保证平面与曲面的交线在平面的参数域 ($0 < u < 1, 0 < v < 1$) 的 $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ 。

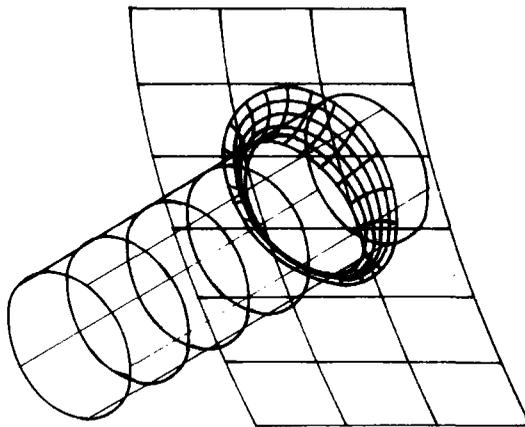


图 3 在两个 NURBS 曲面上构造过渡曲面

图 3 是在两个 NURBS 曲面间生成一个 2 次 \times 3 次 NURBS 表示的过渡曲面的例

子。它综合应用了曲面求交、变步长求准确的等距点、在四维空间插值等算法与方法。

3 结 论

(1) 采用 2 次 \times 3 次 NURBS 曲面表示过渡曲面, 可以自然、充分地利用 NURBS 精确表示圆及圆弧的特点生成过渡面。

(2) 采用了参数平面与等距面求交线找等距点的方法, 可以有效、准确地得到产生过渡面的必要信息。

(3) 对于采用 NURBS 方法为核心的几何造型系统, 所述方法便于采用统一的算法对过渡面进行各种几何处理。

参 考 文 献

- 1 Piegl L. Curve and Surface Constructions Using Rational B-Spline. CAD, 1987, 19(9):485~498
- 2 Piegl L. On NURBS A Survey. CG&A, Jan, 1991. 55~71
- 3 Piegl L. Modifying the Shape of Rational B-Spline, Part 1: Curve. CAD, 1989, 21(8):509~518
- 4 Piegl L. Modifying the Shape of Rational B-Spline, Part 2: Surface. CAD, 1989,21(9):538~546
- 5 Barnhill R E. Surface / Surface Intersection. CAGD, 1987. 3~16
- 6 Ding Q l, Davis B. J. Surface Engineering Geometry for Computer Aided Design And Manufacture. New York: J Wiley, 1987.
- 7 Houghton E G. Implementation of a Divide-and-Conquer Method for Intersection of Parametric Surface CAGD, 1985. 173~183.
- 8 Choi B K, JU S Y. Constant-Radius Blending in Surface Modeling. CAD, 1989, 21(4):213~220
- 9 廖文和, 周来水, 姚一兵, 周儒荣. BSURF-GI交互式曲面造型系统中的高级曲面设计. 第二届全国计算机应用联合学术会议论文集, 北京: 中国科学技术协会学会工作部, 1991. 859~867