

# SIMPLE 方法的敛散性

才大颖

(哈尔滨轻工业学校, 哈尔滨, 150006)

张池平

(哈尔滨工业大学 241 教研室, 哈尔滨, 150001)

## DIVERGENT AND CONVERGENT CHARACTERS OF SIMPLE METHOD

Cai Da-ying (Harbin light Industrial School, Harbin, 150006)

Zhang Chi-ping (Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001)

**摘要** 通过对轴对称突扩直管和突扩后缩环管流场的计算考察了 SIMPLE 方法的敛散性。在源项处理、方程的非线性问题和解法等方面进行了分析。在此基础上研究了迭代初场的构成和斜壁网格的处理。提出了一种可行的算法。

**关键词** 数值方法, 粘流, N-S 方程

**Abstract** In present paper the divergent and convergent characters of SIMPLE method are investigated by taking them as calculating examples, which the flow field in axisymmetric sudden expanding straight nozzle and sudden shrink-after-sudden enlargement nozzle. A reliable calculating method is proposed, which had been successfully used in the calculation for flow fields mentioned above.

**Key words** Numerical method, Viscous flow, N-S equation

## 0 引言

用 SIMPLE 方法求解定常问题在我国已很普遍,但在实际应用中,具体问题不同所反映的敛散性要求也不一样。有些问题需经特殊处理才有收敛结果,如固体火箭发动机后封头流场计算问题。现从敛散性角度对 SIMPLE 方法进行调试,以期实现补充、完善 SIMPLE 方法。

## 1 控制方程

为取得求解具有突扩后缩特征的固体火箭发动机后封头及喷管内流场的计算方法,需进一步探讨 SIMPLE 方法的敛散性。现假设所研究的工质是粘性不可压的;流动时均定常,满足 N-S 方程;并取  $K-\varepsilon$  双方程计算湍流粘性  $\mu_t$ 。这样,控制方程由连续方程、动量方程、湍流动能 ( $K$ ) 方程和湍流动能耗散率 ( $\varepsilon$ ) 方程构成,其通用形式为

$$\text{div}(\rho \mathbf{V} \varphi) - \text{div}(\Gamma_{\varphi} \text{grad} \varphi) = S_{\varphi} \quad (1)$$

运用 SIMPLE 方法的主导思想<sup>[1]</sup>是对方程 (1) 在交错网格内积分,并针对不同算例分别采用文献[1]中建议的混合差分格式和幂函数格式,则离散方程为

$$a_p \varphi_p = \sum a_{n_i} \varphi_{n_i} + S_{\varphi} \Delta V; \quad i = e, s, w, n \quad (2)$$

其中  $a_{n_i}$  为  $P$  点四周各点系数,  $\varphi_{n_i}$  为  $P$  点四周各点  $\varphi$  值,  $\Delta V$  为微元体体积。 $\varphi$ ,  $\Gamma_{\varphi}$ ,  $S_{\varphi}$  在二维柱坐标下具体形式见表 1。

1988年9月23日收到,1991年4月20日收到修改稿

表 1 方程 (1) 中各量的具体形式

	连续方程	动量方程		湍流动能	湍流动能耗散率
		$u$	$v$	$K$	$\varepsilon$
$\varphi$	1	$u$	$v$	$K$	$\varepsilon$
$\Gamma_\sigma$	0	$\mu$	$\mu$	$\mu / \sigma_K$	$\mu \cdot \sigma_\varepsilon$
$S_\varphi$	0	$S_u$	$S_v$	$S_K$	$S_\varepsilon$

表中  $S_u = -(\partial p / \partial x) + (\partial \mu / \partial x)(\partial u / \partial x) + (\partial \mu / \partial r)(\partial v / \partial x)$ ,

$S_v = -(\partial p / \partial r) + (\partial \mu / \partial x)(\partial u / \partial r) + (\partial \mu / \partial r)(\partial v / \partial r) - (\mu v / r^2)$ ,

$S_K = G_K - \rho \varepsilon$ ,  $S_\varepsilon = (C_1 G_K - C_2 \rho \varepsilon) \varepsilon / K$

## 2 SIMPLE 方法的敛散性

有关 SIMPLE 方法的敛散性问题, 文献[2]已有综述, 该文分析了影响收敛的一些因素, 指出残留误差和参数波动是造成迭代不收敛的主要原因, 但在促进收敛措施方面讨论得较少。现针对文献[2]中未涉及的问题, 在研究诱发因素过程中, 同时提出促进收敛的具体措施。

2.1 源项的线性化 一般来说, 源项  $S_\varphi$  是因变量  $\varphi$  的函数, 在离散控制方程 (1) 时, 以线性关系模拟

$$S_\varphi = S_c + S_p \varphi_p \quad (3)$$

$S_c$ ,  $S_p$  的取法则因人及物理模型而异, 理论上讲, 源项线性化表达式对敛散性影响不大, 在保证  $S_p \leq 0$  的前提下, 表达式 (3) 的各种分解式都将趋于原来的形式。但要想得到这种结论, 必须付出大量机时, 显然是不可取的, 因此, 源项线性化特殊处理是非常必要的。

线性化处理须严格满足收敛规则 ( $S_c > 0$ ,  $S_p \leq 0$ ), 特别是在湍流输运方程  $K$ 、 $\varepsilon$  的源项处理上。在讨论了源项线性化的不同形式对敛散性影响后, 得到了比较满意的线性化表达式 (表 2)。其中  $G_K$  表示湍流动能的生成率。

表 2 源项线性化表达式的系数

$\varphi$	$S_\varphi$	$S_c$	$S_p$
$u$	$S_u$	$-(\partial p / \partial x) + (\partial \mu / \partial x)(\partial u / \partial x) + (\partial \mu / \partial r)(\partial v / \partial x)$	0
$v$	$S_v$	$-(\partial p / \partial r) + (\partial \mu / \partial r)(\partial u / \partial r) + (\partial \mu / \partial x)(\partial v / \partial r)$	0
$K$	$S_K$	$1.5G_K + (C_2 - 1)\rho\varepsilon$	$-(C_2\rho\varepsilon + 0.5G_K) / K$
$\varepsilon$	$S_\varepsilon$	$[C_1G_K + (C_2 - 1)\rho\varepsilon] \varepsilon / K$	$-(2C_2 - 1)\rho\varepsilon / K$

2.2 变松弛因子 对于非线性方程, 求解时往往采用亚松弛因子。松弛因子对流场计算的敛散性影响很大, 它不仅决定着是否收敛, 而且是收敛速度的强函数。一般来说, 亚松弛因子愈大, 收敛速度愈快。

在  $K$ - $\varepsilon$  湍流模型中, 松弛因子的可取范围强烈地受粘性初场的影响, 需采用变松弛因子, 以达到初场与松弛因子的匹配 (这种匹配和粘性参数  $K$ 、 $\varepsilon$  方程的源项处理有关)。计算中, 迭代初始阶段采用低松弛因子, 以保证初场的作用。这样可调节速度、压

力和粘性场间的关系。迭代一定次数后,采用高松弛因子,不但可加快收敛速度,且能较好地防止虚假收敛现象。

现采用不同松弛形式,计算了  $u$ 、 $v$ 、 $K$ 、 $\varepsilon$  和  $p$  等参数。除压力采用部分松弛外,其余参数均采用全松弛。调试表明,变松弛因子克服了由于参数波动引起方程系数变化过大所导致的迭代发散问题。但由于 SIMPLE 方法在校正速度的推导中忽略了邻近速度场的影响,使得在初始或迭代中的某一步压力可能很大。这样以不太准确的校正公式计算得到的速度场可能偏离连续条件甚远,因而计算中变松弛因子必须和流量连续性校正及压力部分松弛匹配使用才能收到良好效果。

**2.3 初场构成** 流场计算包括速度、压力和粘性场的计算。用迭代法解非线性方程时,初场的构成尤为重要,盲目地假设初场往往会使迭代一开始就发散,因此有必要对流场的初值做进一步探讨。计算中发现,速度、压力场的构成在  $K-\varepsilon$  湍流计算中没有粘性初场构成重要。为此运用边界层理论确定粘性初场,然后求解 N-S 方程得到速度和压力初场,以补充 SIMPLE 方法的不足。通过初场的构成,实际上给出了一种有别于 SIMPLE 法的新计算方法,并成功地应用到轴对称突扩直管等流场计算中。这对采用  $K-\varepsilon$  模式模拟湍流特性的算例有指导意义。

**2.4 斜壁问题的处理** 运用 SIMPLE 方法处理轴对称突扩直管流场比较方便,但遇到不规则边界时将涉及相当困难的“壁面尖角”问题。计算表明:误差最大值和参数波动点都发生在壁面尖角附近。经过反复调试得出,除采用加密尖角处节点这个行之有效的办法外,还可结合各点具体情况进行网格面积质量修正计算。尽管在突扩后缩环管上我们采用上述方法获得了较满意的结果(图 1),但有些算例(如叶栅)“壁面尖角问题”更加复杂,这种隔离区法的应用受到了一定限制。要彻底解决“壁面尖角问题”必须引进贴体交错网格系统,但在突扩后缩环管这样的问题中又不易采用贴体交错网格系统。所以说“壁面尖角问题”的研究仍需发展。

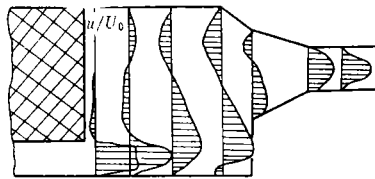


图 1 突扩后缩环管流场

### 3 结束语

所提出的有别于 SIMPLE 方法的计算调试方法是综合上述诸因素后实施的,计算结果表明这一方法不仅弥补了 SIMPLE 方法的不足,而且大大加快了收敛速度。事实上, SIMPLE 法还有许多需要挖掘整理的内容,如收敛准则的比较,壁面函数的选取等。

### 参 考 文 献

- 1 Patanker S V. Numerical Method of Heat Transfer and Flow.
- 2 陈义良, 孙 慈. SIMPLE 方法的收敛特性. 工程热物理学报, 1984: (3)