

裂纹与一类线型扁平夹杂相互干涉 的应力强度因子

刘铁让 刘雪惠

(西北工业大学强度研究所, 西安, 710072)

STRESS INTENSITY FACTORS FOR THE INTERACTION BETWEEN A CRACK AND A FLAT INCLUSION

Liu Tie-rang, Liu Xue-hui

(*Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072*)

摘要 本文应用奇异积分方程法研究裂纹与一类线型扁平夹杂相互干涉的弹性力学平面问题。将裂纹与夹杂非相交情况推广到在端点以任意角度相交情况。一对位错和一对集中力的格林函数分别被用以形成裂纹和夹杂。通过对所得奇异积分方程组的奇异性分析, 确定了裂纹与夹杂在端点以任意角度相交时端点和交点处的应力奇异性指数。最后导出了裂纹与夹杂尖端应力强度因子的计算公式并进行了一些数值计算。结果表明本文的方法对于处理类似的奇异性问题是非常有效的。

关键词 裂纹, 夹杂, 应力强度因子

Abstract In studying the fracture of multi-phase materials and the structures composed of bonded dissimilar solids, special attention must be paid to the two classes of imperfections; one is the geometric discontinuities which may be idealized as cracks, and the other the material inhomogeneities which may be idealized as inclusions. In both cases the tips or ends of the defects are points of stress singularity and, consequently, sources of potential crack initiation and propagation. On this account, the problem of an elastic plane containing a crack and an arbitrarily oriented flat inclusion is considered in this paper. In the formulation of the problem, the Green's functions for a pair of dislocations and a pair of concentrated body forces are utilized to generate the crack and the inclusion respectively. By using the integral equations technique, the stress singularity powers at the tip or end and the intersection point of the crack and the inclusion are defined. Based on this, the formulas of calculating the stress intensity factors at the crack tip and the inclusion end are obtained.

Key words crack, inclusion, stress intensity factor.

1990年10月20日收到, 1991年2月5日收到修改稿

0 引言

随着对多相材料、胶合结构及焊接接头等工程构件断裂过程研究的不断深入, 裂纹与夹杂相互干涉问题越来越引起人们的重视。已有许多学者从各种不同问题的工程背景出发, 先后研究了裂纹与圆形夹杂^[1,2]以及裂纹与不同类型的线夹杂的相互作用问题^[3~6]。从这些资料来看, 由于理论上的困难, 裂纹与线夹杂相互作用问题的研究还很不完善。其中, 对于许多以加筋结构为工程背景的裂纹与夹杂相互作用问题, 已有的研究为了避开奇异性处理中的困难, 还必须限制裂纹与夹杂处于非相交位置或者垂直相交位置^[4]。本文将在此基础上, 进一步研究裂纹与此类线夹杂在端点以任意角度相交时的相互干涉问题。

1 问题的积分方程

本文所讨论的裂纹与夹杂相互作用问题如图1所示, 裂纹 OA 与夹杂 OB 在 O 点以任意角度 θ 相交。对于母体平面, 我们假设其尺寸比起裂纹与夹杂的长度要大得多, 因而远处边界的影响可以忽略不计。对于夹杂, 与文献[1]一样我们仍假设它是扁平的, 厚度很小, 因而其弯曲刚度可以忽略不计。这样, 无无限平面中位错和集中力格林函数可以被用来建立所讨论问题的公式。

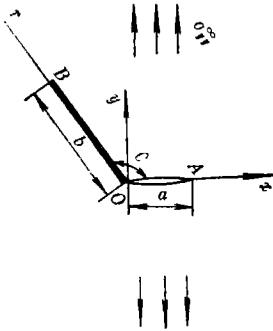


图1 裂纹与夹杂相互干涉问题

参照图1, 我们应用叠加原理将母体平面的应力应变场分成3部分之和: (1) 由于裂纹的存在所引起的应力应变场 $\sigma_{ij}^q(x, y), \varepsilon_{ij}^q(x, y)$; (2) 由于夹杂的作用所引起的应力应变场 $\sigma_{ij}^p(x, y), \varepsilon_{ij}^p(x, y)$; (3) 由于远离裂纹夹杂区域的外加载荷的作用所引起的应力应变场 $\sigma_{ij}^o(x, y), \varepsilon_{ij}^o(x, y)$ 。用公式可将母体平面的应力应变场 $\sigma_{ij}(x, y), \varepsilon_{ij}(x, y)$ 表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij}(x, y) &= \sigma_{ij}^q(x, y) + \sigma_{ij}^p(x, y) + \sigma_{ij}^o(x, y), \\ \varepsilon_{ij}(x, y) &= \varepsilon_{ij}^q(x, y) + \varepsilon_{ij}^p(x, y) + \varepsilon_{ij}^o(x, y), \quad (i, j = x, y). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

裂纹面的自由边界条件及夹杂与母体之间的变形协调条件为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy}(x, 0) = 0, \sigma_{xy}(x, 0) = 0, \quad 0 < x < a, \\ \varepsilon_{rr}(r, \theta) = \varepsilon_r^s(r), \quad 0 < r < b. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式中 $\varepsilon_r^s(r)$ 表示夹杂的纵向应变。不难得出

$$\varepsilon_r^s(r) = -\frac{1+K_s}{8\mu_s A_s} \int_r^b p(r) dr. \quad (3)$$

其中, $K_s = (3-\nu_s)/(1+\nu_s)$, ν_s, μ_s 及 A_s 分别表示夹杂的泊松比、剪切模量及截面积; $P(r)$ 表示夹杂与母体之间的分布切力。

将(1)式代入(2)式可得如下方程

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy}^d(x,0) + \sigma_{yy}^p(x,0) + \sigma_{yy}^s(x,0) &= 0, \quad 0 < x < a, \\ \sigma_{xy}^d(x,0) + \sigma_{xy}^p(x,0) + \sigma_{xy}^s(x,0) &= 0, \quad 0 < x < a, \\ \varepsilon_{rr}^d(r,\theta) + \varepsilon_{rr}^p(r,\theta) + \varepsilon_{rr}^s(r,\theta) &= \varepsilon_{rs}^s(r), \quad 0 < r < b. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

根据刃型位错的格林函数, 我们可得

$$\sigma_{yy}^d(x,0) = \frac{2\mu}{(1+K)\pi} \int_0^a \frac{g(t)}{t-x} dt, \quad \sigma_{xy}^d(x,0) = \frac{2\mu}{(1+K)\pi} \int_0^a \frac{h(t)}{t-x} dt \quad (5)$$

上式中, $K = (3-\nu)/(1+\nu)$, ν, μ 分别表示母体材料的泊松比及剪切模量。 $g(t), h(t)$ 为位错分布的密度函数, 其定义为

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= \frac{\partial}{\partial x} [v(x, +0) - v(x, -0)], \quad 0 < x < a, \\ h(x) &= \frac{\partial}{\partial x} [u(x, +0) - u(x, -0)], \quad 0 < x < a. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中, u, v 分别表示母体沿 x 方向和 y 方向的位移分量。

根据集中力作用的格林函数并进行一系列的坐标变换, 我们可得(4)式中,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy}^p(x,0) &= \frac{1}{2\pi(K+1)} \int_0^b Q_{yy}(x,0,r)P(r)dr \\ \sigma_{xy}^p(x,0) &= \frac{1}{2\pi(K+1)} \int_0^b Q_{xy}(x,0,r)P(r)dr \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

上式中,

$$\left. \begin{aligned} Q_{yy}(x,0,r) &= [A_1(x\cos\theta, x\sin\theta, r) - A_1(x\cos\theta, x\sin\theta, r)\cos 2\theta \\ &\quad + A_3(x\cos\theta, x\sin\theta, r)\sin 2\theta] / [(x\cos\theta - r)^2 + x^2\sin^2\theta]^2, \\ Q_{xy}(x,0,r) &= [A_3(x\cos\theta, x\sin\theta, r)\cos 2\theta + A_2(x\cos\theta, x\sin\theta, r)\sin 2\theta] / \\ &\quad [(x\cos\theta - r)^2 + x^2\sin^2\theta]^2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中 A_1, A_2, A_3 为 3 个已知函数^[1]。

由广义虎克定律, 刃型位错与集中力作用的格林函数以及坐标变换, 经过冗长推导可得

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr}^d(r,\theta) &= \frac{1+K}{8\mu} \left[\int_0^a G_s(r,t)g(t)dt + \int_0^a H_s(r,t)h(t)dt \right] \\ \varepsilon_{rr}^p(r,\theta) &= \frac{K}{2\pi\mu(K+1)} \int_0^b \frac{P(r_0)}{r_0-r} dr_0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上式中,

$$\left. \begin{aligned} G_s(r,t) &= \left(\cos^2\theta - \frac{3-K}{1+K} \sin^2\theta \right) G_{xx}(r\cos\theta, r\sin\theta, t) + \left(\sin^2\theta \right. \\ &\quad \left. - \frac{3-K}{1+K} \cos^2\theta \right) G_{yy}(r\cos\theta, r\sin\theta, t) + \frac{4}{1+K} \sin 2\theta G_{xy}(r\cos\theta, r\sin\theta, t) \\ H_s(r,t) &= \left(\cos^2\theta - \frac{3-K}{1+K} \sin^2\theta \right) H_{xx}(r\cos\theta, r\sin\theta, t) + \left(\sin^2\theta \right. \\ &\quad \left. - \frac{3-K}{1+K} \cos^2\theta \right) H_{yy}(r\cos\theta, r\sin\theta, t) + \frac{4}{1+K} \sin 2\theta H_{xy}(r\cos\theta, r\sin\theta, t) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中 $G_{xx}, G_{yy}, G_{xy}, H_{xx}, H_{yy}$ 及 H_{xy} 为 6 个已知函数^[1]。

将(5)式, (7)式, (9)式及(3)式代入(4)式, 即得如下关于 $g(t), h(t)$ 和 $P(r)$ 3 个未知函数的积分方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\mu}{(1+K)\pi} \int_0^a \frac{g(t)}{t-x} dt + \frac{1}{2\pi(K+1)} \int_0^b Q_{yy}(x, 0, r) P(r) dr + \sigma_{yy}^\infty(x, 0) &= 0, 0 < x < a, \\ \frac{2\mu}{(1+K)\pi} \int_0^a \frac{h(t)}{t-x} dt + \frac{1}{2\pi(K+1)} \int_0^b Q_{xy}(x, 0, r) P(r) dr + \sigma_{xy}^\infty(x, 0) &= 0, 0 < x < a, \\ \frac{1+K}{8\mu} \int_0^a G_z(r, t) g(t) dt + \frac{1+K}{8\mu} \int_0^a H_z(r, t) h(t) dt + \frac{K}{2\pi\mu(K+1)} \int_0^b \frac{P(r_0)}{r_0-r} dr_0 & \\ + \frac{1+K_s}{8\mu_s A_s} \int_r^b P(r_0) dr_0 + \varepsilon_{rr}^\infty(r) &= 0, 0 < r < b. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

上式中,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^\infty(r) = \frac{1+K}{8\mu} \left[\sigma_{xx}^\infty \left(\cos^2\theta - \frac{3-K}{1+K} \sin^2\theta \right) \right. \\ \left. + \sigma_{yy}^\infty \left(\sin^2\theta - \frac{3-K}{1+K} \cos^2\theta \right) + \frac{4}{1+K} \sigma_{xy}^\infty \sin 2\theta \right] \end{aligned} \quad (12)$$

在求解积分方程组(11)式时, 还必须满足以下位移单值条件及夹杂平衡条件

$$\int_0^a g(t) dt = 0, \int_0^a h(t) dt = 0, \int_0^b P(r) dr = 0, \quad (13)$$

2 应力奇异性指数及应力强度因子

积分方程组(11)式带有多个奇异核, 除标准的 Cauchy 核外, 还有奇异核 $Q_{yy}(x, 0, r), Q_{xy}(x, 0, r), G_z(r, t)$ 及 $H_z(r, t)$, 为了能够应用函数理论分析方程组的奇异性, 须将这些非标准 Cauchy 核化为广义形式的 Cauchy 核。在此略去冗长的转化过程, 最后可得如下具有标准 Cauchy 核和广义 Cauchy 核的奇异积分方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{g(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{1}{4\mu} \sum_{n=1}^4 c_{1n} \varphi_n(x, t) P(t) dt + \frac{1+K}{2\mu} \sigma_{yy}^\infty(x, 0) &= 0, \\ \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{h(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{1}{4\mu} \sum_{n=1}^4 c_{2n} \varphi_n(x, t) P(t) dt + \frac{1+K}{2\mu} \sigma_{xy}^\infty(x, 0) &= 0, \\ \frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{P(t)}{t-r} dt + \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{\mu(1+K)}{2K} \sum_{n=1}^4 [c_{3n} \varphi_n(r, t) g(t) + c_{4n} \varphi_n(r, t) h(t)] dt & \\ + \frac{\mu(1+K_s)(1+K)}{4\mu_s A_s K} \int_r^b P(t) dt + \frac{2\mu(1+K)}{K} \varepsilon_{rr}^\infty(r) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中 c_{1n}, c_{2n}, c_{3n} 及 $c_{4n} (n=1, 4)$ 为关于 θ 的复常数, 详见附录。 $\varphi_n(x, t)$ 或者 $\varphi_n(r, t) (n=1, 4)$ 为广义的 Cauchy 核, 其具体表达式为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(x, t) = x \frac{d}{dx} \frac{1}{t-xe^{i\theta}}, \quad \varphi_2(x, t) = x \frac{d}{dx} \frac{1}{t-xe^{-i\theta}}, \\ \varphi_3(x, t) = \frac{1}{t-xe^{i\theta}}, \quad \varphi_4(x, t) = \frac{1}{t-xe^{-i\theta}}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

根据奇异积分方程理论^[7,8], 可设(14)式中3个未知函数 $g(t)$, $h(t)$ 及 $P(t)$ 具有如下形式

$$\left. \begin{aligned} g(t) &= F_1(t)(a-t)^{\beta_1 t^\alpha}, \quad h(t) = F_2(t)(a-t)^{\beta_2 t^\alpha}, \quad 0 < t < a, \\ P(t) &= F_3(t)(b-t)^{\beta_3 t^\alpha}, \quad 0 < t < b \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中, $-1 < \text{Re}(\beta_i, \alpha) < 0$; $F_i(t)$ 为有界函数且在相应的区间端点处不为零 ($i=1, 3$)。将上式代入(14)式并在端点 A, B 及交点 O 处对积分方程组中各项进行主部分析, 最后可得一组特征方程

$$\text{ctg}(\beta_i \pi) = 0, \quad |[a_{ij}]| = 0, \quad (i, j=1, 3). \quad (17)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = a_{33} = \cos \alpha \pi, \quad a_{12} = a_{21} = 0, \\ a_{13} &= \frac{1}{4} \{ [2 - (K+1) \cos 2\theta + 2\alpha \sin^2 \theta] \cos \alpha (\theta - \pi) + (\alpha + K \\ &\quad + 1) \sin 2\theta \sin \alpha (\theta - \pi) \}, \\ a_{23} &= \frac{1}{4} \{ (\alpha + K + 1) \sin 2\theta \cos \alpha (\theta - \pi) + [-2\alpha \sin^2 \theta + (K \\ &\quad + 1) \cos 2\theta] \sin \alpha (\theta - \pi) \}, \\ a_{31} &= \frac{1}{K} [(K-1-2\alpha \sin^2 \theta) \cos \alpha (\theta - \pi) - \alpha \sin 2\theta \sin \alpha (\theta - \pi)], \\ a_{32} &= \frac{1}{K} [(2+\alpha) \sin 2\theta \cos \alpha (\theta - \pi) + (1+K-4\sin^2 \theta \\ &\quad - 2\alpha \sin^2 \theta) \sin \alpha (\theta - \pi)]. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将(16)式代入(1)式并进行主部分析, 便可容易证明特征方程(17)式的解 β_i 与 α 正是裂纹和夹杂在端点和交点处的应力奇异性指数。显然由(17)式中第一式可得 $\beta_i = -1/2$, 这与已知的裂尖应力奇异性指数一致。对于裂纹与夹杂交点处的应力奇异性指数 α , 令 $\theta = \pi/2$, 由(17)式可以得出与文献[4]完全一致的结果。

确定了应力奇异性指数后, 我们便可进一步来确定应力强度因子。与文献[1]一致, 定义裂纹与夹杂尖端的应力强度因子为

$$\left. \begin{aligned} K_1(A) &= \lim_{x \rightarrow a^+} \sqrt{2} (x-a)^{-\beta_1} \sigma_{yy}(x, 0), \\ K_2(A) &= \lim_{x \rightarrow a^+} \sqrt{2} (x-a)^{-\beta_2} \sigma_{xy}(x, 0), \\ K_1(B) &= \lim_{r \rightarrow b^+} \sqrt{2} (r-b)^{-\beta_3} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

根据奇异积分方程理论由(1)式求出 $\sigma_{yy}(x, 0)$, $\sigma_{xy}(x, 0)$ 及 $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$ 的主部后, 代入上式可得

$$\left. \begin{aligned} K_1(A) &= -\frac{2\sqrt{2}\mu}{1+K} F_1(a) a^\alpha, \quad K_2(A) = -\frac{2\sqrt{2}\mu}{1+K} F_2(a) a^\alpha, \\ K_1(B) &= \frac{\sqrt{2}(K-1)}{2(1+K)} F_3(b) b^\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

以上3式就是我们所要导出的应力强度因子的计算公式。其中 $F_1(a)$, $F_2(a)$ 及 $F_3(b)$ 可利用 Gauss-Jacobi 方法通过求解积分方程组(11)式得到。

3 算例与讨论

导出了裂纹与夹杂尖端应力强度因子的计算公式,这使得我们能够很方便地讨论各种几何参数以及材料参数对裂纹与夹杂相互干涉效应的影响。作为方法的验证,本文对几种常见的参数情况作为算例进行了计算。在计算中,对应力强度因子作了如下正则化

$$K_i'(A) = \frac{K_i(A)}{\sigma^\infty \sqrt{a/2}}, \quad i=1,2, \sigma^\infty = (\sigma_{xx}^\infty, \sigma_{yy}^\infty, \sigma_{xy}^\infty),$$

$$K_i'(B) = \frac{K_i(B)}{K_0}, \quad K_0 = \frac{1-K}{2(1+K)} \sigma^\infty \sqrt{b/2}.$$

图2与图3给出了在外载 $\sigma_{y,y}^\infty$ 作用下,裂纹与夹杂垂直相交时裂纹尖端两种应力强度因子 $K_1'(A)$ 与 $K_2'(A)$ 随参数 γ 的变化情况。其中 γ 相当于夹杂相对于母体的柔度:

$$\gamma = \frac{b\nu(1+K_s)}{\mu_s A_s(1+K)}.$$

(夹杂尖端应力强度因子的变化很小,未给出)。从图中可以看出:(1)当夹杂柔度变大时, $K_1'(A) \rightarrow 1$, $K_2'(A) \rightarrow 0$,即裂尖应力强度因子都趋于没有夹杂时的值,这显然是合理的;(2)当夹杂柔度较小时,干涉效应对裂尖应力强度因子的影响随夹杂与裂纹的长度比 b/a 的增大而增大。这种影响有的使得裂尖应力强度因子值大于没有夹杂时的值,而有的则使得裂尖应力强度因子值小于没有夹杂时的值。与文献[4]计算的类似情况相比,此处的变化规律较为复杂,这是因为前者裂纹垂直相交于夹杂的中部,是对称的,而后者裂纹垂直相交于夹杂的端部,是非对称的。

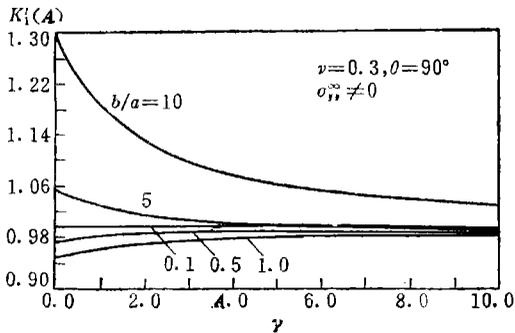


图2 夹杂柔度对裂尖应力强度因子的影响

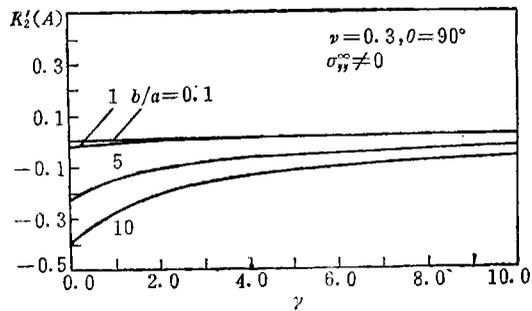


图3 夹杂柔度对裂尖应力强度因子的影响

图4与图5给出了在外载 $\sigma_{y,y}^\infty$ 作用下,裂纹与夹杂的夹角 $\theta=135^\circ$ 时夹杂尖端应力强度因子 $K_1'(B)$ 以及裂尖应力强度因子 $K_2'(A)$ 随夹杂柔度参数 γ 的变化情况。(裂尖应力强度因子 $K_1'(A)$ 变化很小,未给出)。从图4可以看出:(1)当夹杂柔度变大时,夹杂尖端应力强度因子趋于零;(2)当夹杂与裂纹长度比变大时, $K_1'(B)$ 随 γ 的变化将趋于一条确定的曲线,此曲线就是没有裂纹时 $K_1'(B)$ 随 γ 的变化曲线。显然以上两点都是合理的。图5中 $K_2'(A)$ 的变化规律与图3相同,但其绝对值要小于图3中的相应值,这也是不难理解的。

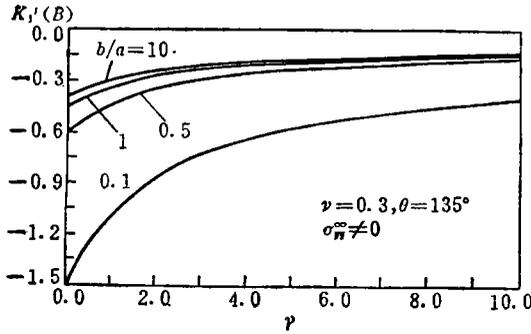


图 4 夹杂柔度对夹杂尖端应力强度因子的影响

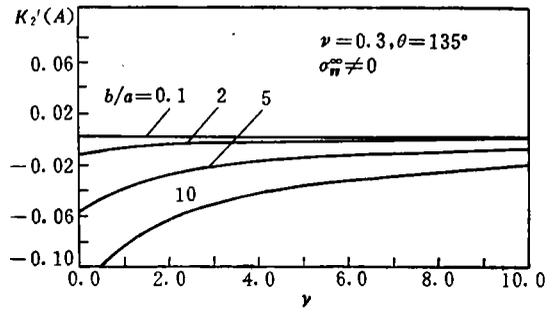


图 5 夹杂柔度对裂尖应力强度因子的影响

通过以上分析可以看出，本文的奇异积分方程方法是可靠的，它对处理由于裂纹与夹杂相互干涉而产生的奇异性问题是非常有效的。根据文中所导出的公式可以快速而准确地计算出裂纹与夹杂尖端的应力强度因子。

附 录

积分方程(14)式中的复常数

$$c_{11} = \sin^2\theta + \frac{1}{2i}\sin 2\theta, c_{13} = \frac{1}{2}[2 - (K+1)\cos 2\theta] + \frac{1}{2i}(K+1)\sin 2\theta,$$

$$c_{21} = \frac{1}{2}\sin 2\theta + i\sin^2\theta, c_{23} = \frac{K+1}{2}(\sin 2\theta - i\cos 2\theta),$$

$$c_{31} = -\frac{2}{K+1}\left(\sin^2\theta + \frac{1}{2i}\sin 2\theta\right), c_{33} = \frac{K-1}{K+1},$$

$$c_{41} = \frac{2}{K+1}\left(\frac{1}{2}\sin 2\theta + i\sin^2\theta\right), c_{43} = \frac{1}{K+1}[2\sin\theta - i(K+1-4\sin^2\theta)],$$

$$c_{12} = \bar{c}_{11}, c_{14} = \bar{c}_{13}, c_{22} = \bar{c}_{21}, c_{24} = \bar{c}_{23},$$

$$c_{32} = \bar{c}_{31}, c_{34} = c_{33}, c_{42} = \bar{c}_{41}, c_{44} = \bar{c}_{43}.$$

参 考 文 献

- 1 刘雪惠. 裂纹与薄型夹杂物的相互干涉问题. 固体力学学报, 1987; 8; (3)216~224
- 2 Erdogan F, Gupta G D. The Inclusion Problem with a Crack Crossing The Boundary. Int. J. Frac., 1975; (11)13~27
- 3 Theocaris P S, Bardzokas D. The Influence of a Finite Stringer on The Stress Intensity Around Cracks in Plates. Engng. Frac. Mech., 1981; (14)493~506
- 4 Liu Xuehui, Erdogan F. The Crack-Inclusion Interaction Problem. NASA GRANT NGR 39-007-011, 1983
- 5 Liu Xuehui, Erdogan F. The Crack-Soft Inclusion Interaction Problem. Int. J. Frac. Mech., 1986; (23)821~832
- 6 刘铁让, 刘雪惠. 裂纹与线型软夹杂在端点相交时的相互干涉. 第五届全国断裂学术会议论文集(一), 桂林, 1988; 377~383
- 7 H. N. 穆斯海里什维里. 朱季纳译, 奇异积分方程. 上海科技出版社, 1966
- 8 Erdogan F. Mixed Boundary Value Problem in Mechanics. In: S. Nemat-Nasser, ed. Mechanics Today 1978; (4)1~81