

基于许-克变换的悬浮电磁铁力与转矩解析计算

崔鹏, 张锬, 李杰

(国防科技大学磁悬浮技术研究中心, 湖南省长沙市 410073)

Calculation of Electromagnetic Force and Torque of Suspension Electromagnet Based on Schwarz-Christoffel Transform

CUI Peng, ZHANG Kun, LI Jie

(Engineering Research Center of Maglev Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan Province, China)

ABSTRACT: The electromagnetic force and torque should be calculated when suspension system dynamics are studied. If there exists pitch angles between the electromagnets and the rails, the distribution of magnetic field would be not uniform and the usual methods cannot satisfy our requirements. The magnetic field of the electromagnet and the simple magnetic field can be related with each other through Schwarz-Christoffel transform, and based on this relationship, the analytical solution of the magnetic field distribution can be obtained for electromagnet. The formulas of electromagnetic force and torque have been derived in two circumstances where the electromagnets and the rails are parallel or there exists pitch angles between them. The electromagnetic force and torque have been computed based on finite element method (FEM). The results show that the calculation of electromagnetic force and torque based on Schwarz-Christoffel transform has higher accuracy.

KEY WORDS: suspension system; electromagnetic force; Schwarz-Christoffel transform; electromagnetic torque; finite element method simulation

摘要: 研究悬浮系统的动力学特性时, 需要计算电磁铁与轨道间存在俯仰角情况下的电磁力与电磁转矩。由于此时磁场分布不均匀, 常用的计算方法不能满足要求。该文采用许-克变换法把电磁铁磁场与已知分布的简单场对应起来, 得到磁场分布的解析解, 进而得到电磁铁与轨道平行和存在俯仰角 2 种情况下的电磁力与电磁转矩的计算公式。最后, 利用有限元分析软件对磁场进行数值计算, 结果表明, 基于许-

克变换法得到的电磁力与电磁转矩更接近于采用有限元的计算结果。

关键词: 悬浮系统; 电磁力; 许-克变换; 电磁转矩; 有限元仿真

0 引言

常导电磁悬浮(electro-magnetic suspension, EMS)型低速磁浮列车依靠电磁吸力支撑车辆, 而确定电磁场分布及电磁力的计算多采用有限元法, 但有限元法的解答不是解析解^[1-5]。电磁力与电磁转矩的解析计算公式是磁悬浮控制系统分析与控制器设计的重要基础^[6-13]。文献[14]给出了基于平面矩形磁极的二维电磁力计算公式, 文献[15]将其推广到电磁铁相对于轨道存在滚转角(电磁铁沿 x 转动)的情况。目前已知文献均是在电磁铁的横向二维平面上计算电磁力^[16-17], 如图 1(a)所示。通常, 在求解横向二维平面上电磁力时, 假定气隙均匀一致、磁场均匀分布, 不考虑边端效应。在研究悬浮系统动力学特性时, 经常需要计算当电磁铁与轨道存在俯仰角(即电磁铁沿 y 轴转动)时电磁铁的电磁力与电磁转矩^[17]。此时, 电磁铁与轨道之间的磁场分布发生变化, 前述方法不易求得解析解。因此, 本文采用解析法求解电磁铁纵向二维平面上电磁铁的电磁力与电磁转矩, 如图 1(b)所示。首先, 考虑边端效应的影响, 分析了电磁铁与轨道平行的情况下磁场分布情况, 基于许瓦兹-克列斯多菲(Schwarz-Christoffel)变换的方法把电磁铁的磁场与已知分布的简单场对应起来, 得到了磁场分布的表达式, 进而推出了电磁力的解析式。然后, 分析了电磁铁与轨道存在俯仰角情况下的磁场分布。同理, 采用许

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划重大项目(2006BAG02B05-04); 国家自然科学基金资助项目(60404003)。

Key Project of the National Eleventh-Five Year Research Program of China(2006BAG02B05-04); Project Supported by National Natural Science Foundation of China(60404003).

-克变换法推出了电磁力与电磁转矩的解析式。最后,采用 Maxwell 有限元分析软件对磁场进行数值模拟,并比较了一般方法和许-克变换得到电磁力与电磁转矩计算公式的结果。

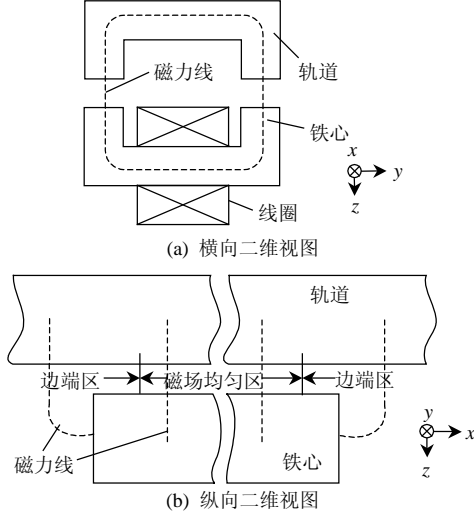


图1 悬浮系统二维视图

Fig. 1 Two dimensions schematic diagram of suspension systems

1 磁场均匀情况下求解电磁力与电磁转矩

电磁力求解的前提假设: 1) 忽略绕组漏磁通 ($\phi_L=0$); 2) 忽略磁铁芯和导轨中的磁阻, 即认为磁势均匀降在气隙 $z(t)$ 上; 3) 认为电磁铁和轨道无限长, 忽略电磁铁纵向边端效应。

设 N 为电磁铁绕组匝数; L 为电磁铁的长度; W 为电磁铁极面的宽度; $i(t)$ 为控制线圈电流; W_m 为磁场能量; δ 为悬浮电磁铁的悬浮间隙; μ_0 为真空中磁导率; H 为磁场强度; B 为磁感应强度。得到气隙中磁场能量^[18]为

$$W_m = \left(\frac{1}{2} \int_V H \cdot B dv \right) \times 2 = \mu_0 H^2 L W \delta \quad (1)$$

把 $H=N \cdot i(t)/(2\delta)$ 代入式(1), 并根据虚位移原理可得电磁吸引力 F 为

$$F = \frac{dW_m}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} (\mu_0 H^2 L W \delta) = \frac{\mu_0 L W N^2}{4} \left[\frac{i(t)}{\delta(t)} \right]^2 \quad (2)$$

此时求解电磁力时, 不用考虑磁场的分布情况。当电磁铁与轨道之间存在俯仰角 θ 时, 假设电磁力作用在电磁铁的重心处(重心在电磁铁的一半 $L/2$ 处), 电磁转矩为

$$T = F \times S \quad (3)$$

当 $S \gg L/2$ 时, 这种假设比较符合工程实际, 得到的电磁转矩与仿真计算值接近; 而当 $S \leq L/2$ 时, 无法计算电磁转矩。

2 基于许-克变换求解电磁力与电磁转矩

2.1 简单场

许-克变换的思想是首先找出一个简单且分布已知的磁场, 然后建立待确定场与已知场之间任意点的对应关系, 再把已知磁场的分布通过这种对应关系映射到待确定场上, 从而可以得到待确定场的分布情况^[19]。

简单场在电磁场分析中一般采用如图2所示的二维磁场: 以原点为顶点, 由反向无限延伸的2个等磁位面板及其所包围的上半平面组成, 2个平板在原点处不相交。简单场的磁场分布^[19]是已知的:

$$w = \frac{\psi_0}{\pi} \log t \quad (4)$$

式中: $t=u+jv$ 表示 t 平面中的点; ψ_0 为2个磁极面之间的磁位差; $w=\phi+j\psi$, 称为复位势函数, 其中 ϕ 表示通量函数, ψ 表示位函数, $\phi=\text{常数}$ 的曲线是通量线, $\psi=\text{常数}$ 的曲线是等位线。分别赋予 ϕ 、 ψ 不同的常数值, 在空间中画出互相垂直的等位线族和等通量线族, 从而确定磁场的分布。简单场的分布如图2所示, 通量线是绕原点的半圆形(图中用实线表示), 等位线是从原点出发的放射线(图中用虚线表示)。

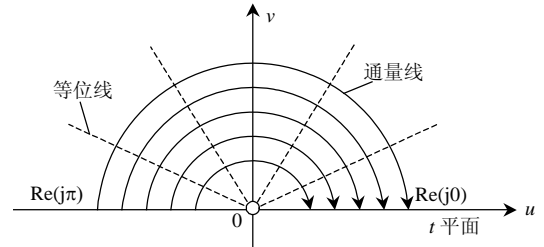


图2 二维简单磁场的分布

Fig. 2 Distribution of two dimensions simple magnetic field

根据电磁场理论可知, x 方向的场强 $H_x=-\partial\psi/\partial x$, y 方向的场强 $H_y=-\partial\psi/\partial y$ 。总场强为

$$H = H_x + jH_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x} - j\frac{\partial\psi}{\partial y} \quad (5)$$

因为 ϕ 和 ψ 是共轭函数, 满足柯西-黎曼条件, 即 $\partial\psi/\partial y = \partial\psi/\partial x$, 代入式(5), 可得

$$H = -\frac{\partial\psi}{\partial x} - j\frac{\partial\phi}{\partial x} = -j\left(\frac{\partial\phi}{\partial x} - j\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) \quad (6)$$

又因为 $dw/dz = \partial\psi/\partial x + j\partial\psi/\partial y$, 结合式(7)可得

$$|H| = |dw/dz| \quad (7)$$

当考虑二维电磁场问题时, 电磁力的计算可以由麦克斯韦电磁应力张量^[20]得到

$$f = \int_V [\mu H(n \cdot H) - \frac{\mu}{2} (H \cdot H)n] dV \quad (8)$$

式中：曲线 Γ 为闭合曲线， \mathbf{n} 为曲面的单位法向矢量； μ 为材料的磁导率。根据式(8)计算电磁力是非常复杂的。但对于磁悬浮系统而言，由于材料边界的导磁率很高，可认为铁心边界以内的 H 为零。这样，磁力仅作用于磁极面，而且磁力线从磁极面出发时都垂直与该面，彼此是平行的。从而式(8)可以简化为 $f = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{\Gamma} |H|^2 d\Gamma$ 。结合式(7)得到电磁力方程：

$$F = \frac{1}{2} \mu_0 W \int_{\Gamma} |H|^2 d\Gamma = \frac{1}{2} \mu_0 W \int_{\Gamma} \left| \frac{dw}{dz} \right|^2 d\Gamma \quad (9)$$

2.2 电磁铁与轨道平行的情况

2.2.1 磁场边端区电磁力计算

许-克变换前提是其边界必须能够假定为等位边界，即导磁率为无限大。由于实际电磁铁和轨道都是导磁材料，与空气导磁率相比，可近似认为是无限大，因而满足假设条件。由图 1(b)磁悬浮系统的磁场纵向分布图可知，磁场分布可以分为 2 种情况进行讨论：其一是位于电磁铁中间的磁场均匀区；其二是位于两端的磁场边端区。电磁铁长度 $L=0.66\text{m}$ ，可设磁场均匀区长度 $L_m=0.62\text{m}$ ，边端区长度 $L_s=0.02\text{m}$ 。

z 平面为电磁铁边端区磁场分布的平面， t 平面为简单场的平面。首先，要确定 2 个平面的对应关系，让 z 平面中磁场分布映射到 t 平面中，取 $z=j\infty$ 的点与 $t=-\infty$ 相对应， $z=j\delta$ 与 $t=-1$ 相对应， $z=-\infty$ 与 $t=0$ 相对应， $z=\infty$ 与 $t=\infty$ 相对应，如图 3 所示。

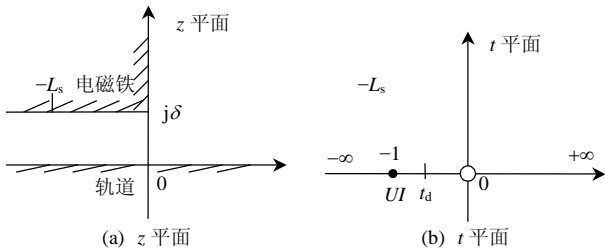


图 3 磁场边端区 z 、 t 平面示意图

Fig. 3 Sketch of plane z and t at the end of magnetic field

图 3 多角形在 $z=j\delta$ 处的顶点内角为 $3\pi/2$ ，在 $z=-\infty$ 处的顶点内角为 0。这样得到许-克方程为

$$\frac{dz}{dt} = S(t+1)^{1/2} t^{-1} = S \frac{\sqrt{t+1}}{t} \quad (10)$$

对式(10)积分，得

$$z = S \int \frac{\sqrt{t+1}}{t} dt + k = S(2\sqrt{t+1} + \ln \frac{\sqrt{t+1}-1}{\sqrt{t+1}+1}) + k \quad (11)$$

然后，将 t 平面和 z 平面的对应点坐标代入，可得 $S=\delta\pi$ ， $k=0$ 。电磁铁中电流产生的电磁势为 $\psi=Ni(t)$ ，

每一边空气隙上的磁位差为 $Ni(t)/2$ 。可知，对应 t 平面中正实轴和负实轴的磁位差为 $Ni(t)/2$ 。

从 $z=-L_s+j\delta$ 到 $z=0+j\delta$ 范围内的磁力线产生悬浮力，而从 $z=0+j\delta$ 到 $z=0+j\infty$ 范围内的磁力线产生电磁铁推动力。其中 $z=j\delta$ 对应 $t=-1$ ， $z=-L_s+j\delta$ 对应 $t=t_\delta$ ，即

$$-L_s + j\delta = \frac{\delta}{\pi} (2\sqrt{t_\delta+1} + \ln \frac{\sqrt{t_\delta+1}-1}{\sqrt{t_\delta+1}+1}) \quad (12)$$

对于每一个给定的 δ ，总可以通过式(12)确定出对应的 t_δ ，但真正解出 t_δ 的解析式并非易事。在这里采用数值算法，得到 $\delta-t_\delta$ 的对应点，然后拟合出 $\delta-t_\delta$ 的函数曲线 $t_\delta=T(\delta)$ 。

由式(9)得到悬浮力的计算公式：

$$F_s = \frac{1}{2} \mu_0 W \int_{-L_s+j\delta}^{j\delta} \left| \frac{dw}{dz} \right|^2 dz = \frac{1}{2} \mu_0 W \int_{-L_s+j\delta}^{j\delta} \left| \frac{dw}{dt} \right|^2 \left| \frac{dt}{dz} \right|^2 dz \quad (13)$$

对式(4)求导，有

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\psi}{\pi t} \quad (14)$$

把式(10)和(14)代入式(13)进行积分后得到电磁铁边端区磁场作用于轨道的电磁力为

$$F_s = \frac{1}{8} \frac{\mu_0 N^2 i^2(t) W}{\pi \delta} \ln \frac{1 + \sqrt{1+T(\delta)}}{1 - \sqrt{1+T(\delta)}} \quad (15)$$

2.2.2 磁场均匀区电磁力计算

同理，利用许-克变换求出均匀区电磁力的计算公式为

$$F_m = \frac{\mu_0 L_m W N^2}{8} \left[\frac{i(t)}{\delta(t)} \right]^2 \quad (16)$$

式(16)乘以 2 后，为两边气隙磁场均匀区产生的电磁力。对比式(2)可知，在相同假设前提下，利用许-克变换法求出的电磁力计算公式与式(2)得到的结果相同。

结合式(15)、式(16)求得电磁铁的悬浮电磁力计算公式为

$$F = 2F_m + 4F_s = \frac{\mu_0 N^2 i^2(t) W}{2\delta} \left(\frac{L_m}{2\delta} + \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 + \sqrt{1+T(\delta)}}{1 - \sqrt{1+T(\delta)}} \right) \quad (17)$$

2.3 电磁铁与轨道间俯仰角为 θ 的情况

2.3.1 电磁力的计算

上面的电磁力计算公式是在假设电磁铁和轨道之间的俯仰角 $\theta=0$ 的基础上得到的。而当俯仰角 $\theta \neq 0$ 时，磁场的分布发生变化，电磁力计算公式也随之改变，此时还会出现转动引起的电磁转矩问

题。为了简化问题，忽略电磁铁边缘效应，如图4所示。在坐标原点处相交(但不接触)，夹角为 θ 的2个半无限长等磁势面，从其中一个上截取一段长度为 L 的部分为悬浮电磁铁，计算它与另一等势面(轨道)的磁场。其中，点 m 为电磁铁等势面上的任意一点。

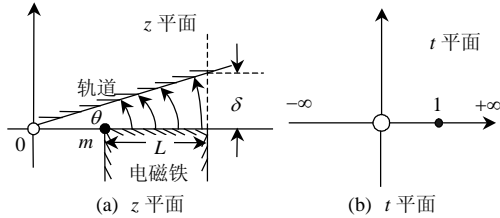


图4 电磁铁与轨道间俯仰角为 θ 时磁场 z, t 平面示意图
Fig. 4 Sketch of plane z and t when pitch angle between electro-magnet and rail is θ

在实际系统中， $\theta_{max} \approx 0.337^\circ$ 。在正常悬浮时，夹角范围不超过 $\pm 0.2^\circ$ 。可见，悬浮电磁铁上下运动时与轨道面所形成的夹角是一个很小的值，满足 $\theta = \sin \theta = \tan \theta^{[16]}$ 。

同理，先确定2个平面的对应关系，让 z 平面中磁场分布映射到 t 平面中，取 $z=0$ 的点与 $t=0$ 相对应， $z=\delta\theta$ 与 $t=1$ 相对应，如图4所示。许-克方程为

$$\frac{dz}{dt} = St^{\theta/\pi-1} \quad (18)$$

积分后代入对应点坐标，得

$$z = \frac{\delta}{\theta} t^{\theta/\pi} \quad (19)$$

计算电磁力时，在 z 平面上，积分范围为 $[\delta\theta-L, \delta\theta]$ ；而在 t 平面上，积分范围为 $[(1-L\delta\theta)^{\pi/\theta}, 1]$ 。

$$F = \mu_0 \int_{\delta/\theta-L}^{\delta/\theta} \left| \frac{dw}{dt} \right|^2 \left| \frac{dt}{dz} \right|^2 dz \times W = \frac{\mu_0 N^2 I^2 L W}{4\delta(\delta-L\theta)} \quad (20)$$

当磁铁与轨道平行时， $\theta=0$ ，此时悬浮力 F 的表达式与假设磁场均匀情况下得到的结果相同。

2.3.2 电磁转矩的计算

下面计算悬浮力相对于点 m 的转矩，假设 m 点为电磁铁边端的一个端点，如图4所示。此时， m 点到原点 o 的距离 $S_m = \delta\theta - L$ 。电磁转矩的计算公式为

$$T = 2 \times \int S \times dF = \mu_0 \int_{\delta/\theta-L}^{\delta/\theta} (z - S_m) \times \left| \frac{dw}{dt} \right|^2 \left| \frac{dt}{dz} \right|^2 dz = \frac{\mu_0 N^2 I^2 W}{4\theta} \left[\frac{-\ln(1-L\theta/\delta)}{\theta} - \frac{L}{\delta} \right] \quad (21)$$

式中 S 为电磁力微元 dF 到参考点 m 的距离。特别指出，俯仰角 $\theta=0$ 时，即电磁铁与轨道平行的情况下，根据式(16)得到电磁转矩 $T = 2 \times \int S \times dF =$

$$\frac{\mu_0 N^2 I^2 L^2 W}{8\delta^2}。$$

2.4 电磁力与力矩计算公式适用情况说明

式(17)得到了电磁铁和轨道平行情况下的电磁力解析公式，此时考虑了电磁铁的边端效应。式(20)和式(21)为电磁铁和轨道存在俯仰角情况下的电磁力和电磁转矩计算公式。由于电磁铁在 y 轴方向有自导向功能，并且悬浮模块是通过防滚梁连接的，防滚梁可以防止电磁铁在 x 方向滚动，因此上述分析没有考虑电磁铁和轨道发生错位和电磁铁发生滚动的情况。

当分析电磁铁静态特性时，需要得到较为准确的电磁场和电磁力分布情况，此时可用式(17)计算电磁力。当分析电磁铁动态特性和对悬浮系统进行控制器设计时，要考虑电磁铁 z 轴方向的移动和 y 轴方向的俯仰2个自由度。此时，可利用式(20)和式(21)来计算悬浮系统的电磁力和电磁转矩，进而得到控制器的控制律。

3 有限元仿真计算

为了验证所得到电磁力与电磁转矩的计算公式，利用Ansoft公司的Maxwell软件对电磁铁-轨道系统进行有限元仿真，电磁铁参数如表1所示。

表1 单铁悬浮系统参数

Tab. 1 Parameters of single-magnet suspension systems

L/m	W/m	N	δ/m
0.66	0.028	360	0.009

当电磁铁与轨道平行时，电流 $i=24\sim 32$ A，比较由式(2)和式(17)计算的电磁力和有限元计算的结果，如图5所示。可见，利用许-克变换得到的电磁力更加接近有限元仿真计算结果。磁场均匀情况下计算的电磁力与有限元计算结果间最大误差为420 N，而利用许-克变换得到的电磁力与有限元计算结果间最大误差仅为250 N。

图6(a)为俯仰角 $\theta=0.2^\circ$ 时，电磁力随电流变化

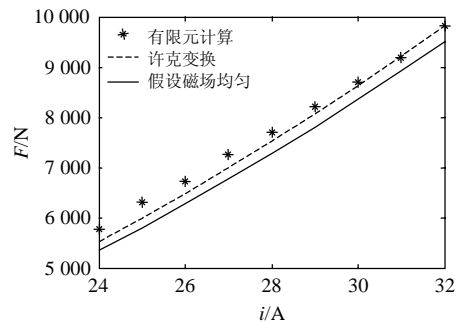


图5 $\theta=0$ 电磁力计算结果曲线
Fig. 5 Curves of electromagnetic force with $\theta=0$

的曲线。图 6(b)为俯仰角 $\theta=0.2^\circ$ 时, 电磁转矩的变化曲线。比较 2 种方法计算的电磁力与电磁转矩与有限元计算结果, 可见, 随着电流增大, 磁场增强, 磁场分布越不规则, 磁场均匀情况下的计算结果与有限元计算结果之间的误差也越大, 而许-克变换得到的电磁力和电磁转矩更加接近有限元仿真计算结果。

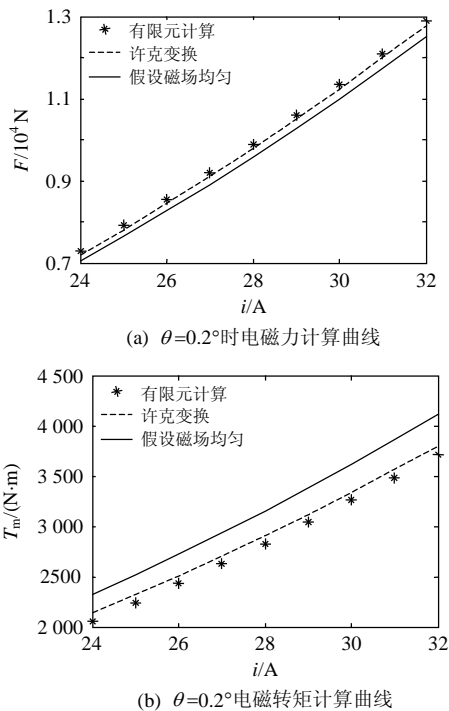


图 6 $\theta=0.2^\circ$ 电磁力与电磁转矩计算结果曲线

Fig. 6 Curves of electromagnetic force and torque with $\theta=0.2^\circ$

4 结论

本文以 EMS 型低速磁浮列车为研究对象, 分析纵向二维平面上电磁场的分布情况, 利用许-克变换把纵向二维平面上电磁场与已知分布的简单场对应起来, 得到磁场分布表达式, 进而得到了电磁铁与轨道平行和存在俯仰角 2 种情况下电磁力与电磁转矩解析表达式。采用有限元分析软件对磁场进行数值计算, 仿真结果表明, 采用许-克变换计算的电磁力和电磁转矩更接近数值计算结果。

参考文献

- [1] 戴魏, 余海涛, 胡敏强. 基于虚功法的直线同步电机电磁力计算[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(22): 110-114.
Dai Wei, Yu Haitao, Hu Minqiang. Electromagnetic force computation of linear synchronous motor with virtual work method[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(22): 110-114 (in Chinese).
- [2] 严登俊, 刘瑞芳, 胡敏强, 等. 处理电磁场有限元运动问题的新方法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 23(8): 163-167.
Yan Dengjun, Liu Ruifang, Hu Minqiang, et al. A new method to deal with the motion problem in electromagnetic field finite element analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 23(8): 163-167(in Chinese).
- [3] 潘开林, 傅建中, 陈子辰. 永磁直线同步电机的磁阻力分析及其最小化研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(4): 112-115.
Pan kailin, Fu Jianzhong, Chen zichen. Detent force analysis and reduction of PMLSM[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 112-115(in Chinese).
- [4] 焦留成, 袁世鹰. 永磁直线同步电动机等效电路参数计算[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(2): 12-16.
Jiao Liucheng, Yuan Shiyong. Evaluation of equivalent circuit parameters for permanent magnet linear synchronous motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(2): 12-16(in Chinese).
- [5] 孙玉坤, 吴建兵, 项倩雯. 基于有限元法的磁悬浮开关磁阻电机数学模型[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(12): 33-40.
Sun Yukun, Wu Jianbing, Xiang Qianwen. The mathematic model of bearingless switched reluctance motor based on the finite-element analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(12): 33-40(in Chinese).
- [6] 闫宇壮, 李云钢, 程虎. 电动电磁混合磁悬浮稳定性及技术特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(6): 53-56.
Yan Yunzhuang, Li Yungang, Cheng Hu. Analysis of levitation stability and technology characters of EDS and EMS hybrid maglev [J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 53-56(in Chinese).
- [7] 徐正国, 徐绍辉, 史黎明, 等. 电磁型混合磁极直接自适应模糊悬浮[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(18): 157-161(in Chinese).
Xu Zhengguo, Xu Shaohui, Shi Liming. Study on direct fuzzy adaptive control for hybrid magnets used on ems maglev systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(18): 157-161(in Chinese).
- [8] 陈慧星, 李云钢, 常文森. 电磁-永磁混合磁悬浮系统的悬浮刚度研究[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(27): 148-152.
Chen Huixing, Li Yungang, Chang Wensen. Research on levitation stiffness of hybrid suspension system[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(27): 148-152(in Chinese).
- [9] 李云钢, 常文森. 磁浮列车悬浮系统的串级控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(2): 247-251.
Li Yungang, Chang Wensen. Cascade control of an emsmaglev vehicle's levitation control system[J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 25(2): 247-251(in Chinese).
- [10] 杨泉林. 磁悬浮实验列车模型的解耦控制系统[J]. 自动化学报, 1989, 15(1): 23-29.
Yang Quanlin. The decoupled control system of the magnetic suspension test vehicle model[J]. Acta Automatica Sinica, 1989, 15(1): 23-29(in Chinese).
- [11] 江浩, 连级三. 单磁铁悬浮系统的动态模型与控制[J]. 西南交通大学学报, 1992(83): 59-67.
Jiang Hao, Lian Jisan. The dynamic model and control of single-magnet suspension systems[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1992(83): 59-67(in Chinese).
- [12] 刘德生, 李杰, 张轶. 基于反馈线性化的 EMS 型磁浮列车非线性悬浮控制器设计[J]. 国防科技大学学报, 2005, 27(2): 96-101.
Liu Desheng, Li Jie, Zhang Kun. The design of the nonlinear suspension controller for EMS maglev train based on feedback linearization[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2005, 27(2): 96-101(in Chinese).

- [13] 刘德生, 李杰, 常文森. EMS 型磁浮列车模块的运动耦合研究[J]. 铁道学报, 2006, 28(3): 22-26.
Liu Desheng, Li Jie, Chang Wensen. Study on motional coupling of single EMS module[J]. Journal of the China Railway Society, 2006, 28(3): 22-26(in Chinese).
- [14] Brezina W, Langerhole J. Lift and side forces on rectangular-pole pieces in two dimensions[J]. Journal of Applied Physics, 1974, 45(4): 1869-1872.
- [15] 谢云德. EMS 型磁浮列车系统动力学建模与仿真的研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 1998.
Xie Yunde. The research of EMS maglev vehicle's dynamics modeling & simulation[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 1998(in Chinese).
- [16] 张锟. 磁浮列车悬浮系统的数字控制技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2004.
Zhang Kun. Research on digital control technology of MAGLEV vehicle's suspension system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004(in Chinese).
- [17] Liu Desheng, Li Jie, Zhang Kun. Design of nonlinear decoupling controller for double-electromagnet suspension system[J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(3): 321-328.
- [18] Van Bladel J. Electromagnetic Fields[M]. New York, USA: Hemisphere Corporation, 1985: 44-50.
- [19] 宾斯 K J, 劳伦松 P J. 电场及磁场问题的分析与计算[M]. 北京: 人民教育出版社, 1980: 90-99.
Binns K J, Lawrenson P J. Analysis and computation of electric and magnetic field problems[M]. Beijing: Peoples Education Press, 1973: 90-99.
- [20] 马西奎. 电磁场理论及应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000: 268-290.
Ma Xikui. Theory and application of electric and magnetic field [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2000: 268-290.



崔鹏

收稿日期: 2010-06-08。

作者简介:

崔鹏(1981—), 男, 博士研究生, 2003年毕业于天津大学电气工程与自动化专业, 获学士学位; 2005年毕业于国防科技大学控制科学与工程专业, 获硕士学位, 主要从事磁悬浮控制、磁悬浮系统建模的研究工作, cpthree@sina.com;

张锟(1976—), 男, 博士, 讲师, 1999年毕业于国防科技大学自动化专业, 获学士学位; 2006年毕业于国防科技大学控制科学与工程专业, 获博士学位, 主要从事磁悬浮控制技术的研究工作;

李杰(1971—), 男, 博士, 教授, 博导, 1995年毕业于国防科技大学自动化专业, 获学士学位; 2000年毕业于国防科技大学控制科学与工程专业, 获博士学位, 主要从事磁悬浮控制技术的研究工作, eejieli_cn@yahoo.com.cn。

(责任编辑 王剑乔)