

有限长均匀链式电力系统中机电扰动传播分析

王德林, 王晓茹

(西南交通大学电气工程学院, 四川省 成都市 610031)

Analysis on Electromechanical Disturbance Propagation in a Finite-length Uniform Chain Discrete Power System

WANG Delin, WANG Xiaoru

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan Province, China)

ABSTRACT: In order to grasp the essence of electromechanical disturbance propagation in a power network, based on a finite length uniform chain discrete power system, the reflection characteristics of electromechanical disturbance propagation were studied after the machine internal impedance was neglected. Utilizing the Laplace transformations, the analytical expressions of the machine rotor's angle increments and power increments at all buses were derived under the impacts of disturbance with the form of the unit-impulse function and the unit-step one. At the same time, the reflection formula of electromechanical disturbance propagation in the discrete model was also presented, as the same as that of electromechanical wave propagation in the continuum model. All of these above show that the electromechanical dynamics of power system can be represented by the multiple superpositions of the reflections process of electromechanical disturbance propagation. Finally, the conclusions presented in this paper are validated through a simulation case, as have some theoretical meanings for understanding the time-space distribution characteristics of large-scale power systems' frequency and revealing the internal mechanisms of electromechanical dynamic phenomena.

KEY WORDS: power system; electromechanical disturbance propagation; reflection coefficient; electromechanical dynamics; Bessel functions; Laplace transformation

摘要: 为掌握电力系统中机电扰动传播的本质, 基于有限长均匀链式离散电力系统, 在不考虑发电机的内阻抗时, 研究

机电扰动在系统中传播的反射特性。通过拉普拉斯(Laplace)变换, 推导出冲激函数和阶跃函数形式的扰动作用下发电机的转子角和功率增量随时间变化的解析表达式, 给出离散模型中扰动传播的反射公式, 与连续体模型中机电波的反射公式相同, 说明了电力系统的机电动态可表达为机电扰动传播过程中多次反射的叠加。最后通过一个实例验证了所得结论的正确性。该结论对于认识大规模电力系统的频率在时间和空间上的分布特性、揭示机电动态现象的内在机制具有一定的理论意义。

关键词: 电力系统; 机电扰动传播; 反射系数; 机电动态; 贝塞尔函数; 拉普拉斯变换

0 引言

随着现代互联电力系统规模的不断扩大, 电力系统频率的动态特性日趋复杂, 动态变化过程中系统频率在时间和空间上的分布特性逐渐显现^[1]。大规模系统内各区域的频率变化并不完全一致, 在动态过程中联络线功率发生振荡, 导致各个地区的频率也发生变化^[2-3]。当系统中出现有功功率冲击时, 区域间联络线上的功率会发生振荡, 不同阶段系统内有功功率具有不同的分配方式, 各发电机转子角和转速均将产生幅值不同的振荡, 因而在同步摇摆的范围内, 系统中各个节点的频率也将有不同的变化趋势, 由此产生扰动下系统频率动态过程的传播现象^[4]。实际电力系统的研究结果表明: 当大规模电力系统出现严重的有功功率缺额时, 频率的动态过程具有明显的空间分布特性^[2]。Yilu Liu 等在美国电网中建立了频率监测网(frequency monitoring network, FNET)系统, 通过同步监测观察到了美国电网中频率动态变化的时空分布特性^[5]。

基金项目: 国家自然科学基金项目(50937002); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(200806131023); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(SWJTU09CX029, SWJTU09ZT10)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (50937002); Project Supported by Special Scientific and Research Funds for Doctoral Speciality of Institution of Higher Learning (200806131023); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (SWJTU09CX029, SWJTU09ZT10).

机电扰动在系统中的传播可能会影响到电力系统的安全稳定运行。目前,扰动对电力系统稳定性的影响正越来越受到重视^[6-9]。研究机电扰动的传播对于深刻认识电力系统的动态机制、进行动态稳定性分析以及建立安全稳定的控制系统有着重要意义。传统的单机模型分析系统频率动态特性的方法已不能适应大规模电力系统的需要,因而迫切需要对现代电力系统中影响频率动态特性的因素进行研究^[10-12]。文献[13]从连续体建模的角度,基于线性化的机电波方程研究了机电波的传播特性,说明了连续体电力系统中的机电动态能够表达为机电波在连续体参数不均匀处反射和透射过程的叠加。文献[14]研究了机电扰动在无限长均匀离散的链式电力系统中的传播规律,推导了扰动在均匀系统中的解析式,用临界速度揭示了扰动传播时幅度增长或衰减的基本规律。

本文基于有限长均匀链式离散电力系统,通过 Laplace 变换,研究机电扰动在参数均匀的电力系统中传播的反射特性,给出冲激函数和阶跃函数形式的扰动作用下每一个发电机的转子角增量和功率增量随时间变化的解析解和反射公式的表达式,说明电力系统的机电动态可表达为机电扰动传播过程中反射波的叠加。最后,通过一个实例仿真,证实本文的结论用来描述电力系统机电动态过程的正确性。

1 有限长链式离散系统中的扰动传播方程

有限长链式均匀离散系统模型由多个 T 型模型级联而成,如图 1 所示,串联臂是阻抗为 $R/2$ 和 $X/2$ 的输电线路,并联臂是惯性为 M 、阻尼为 D 的发电机。有限长链式均匀离散系统也是一种不均匀系统,机电扰动在这样的系统中传播时会在两端发生反射。

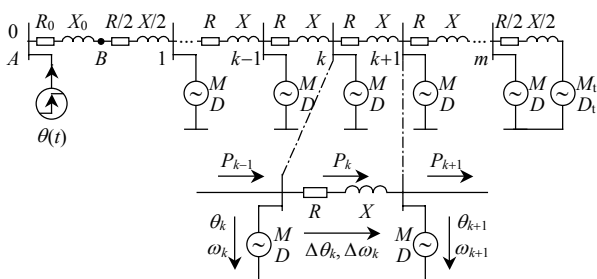


图 1 有限长链式均匀离散系统

Fig. 1 A finite-length chain uniform discrete power system

假定图 1 中共有 $m+1$ 条母线,其中母线 0 为一个容量很大的等值母线,并通过等值阻抗 R_0 和 X_0 与级联模型相连;最后的母线 m ,所接的发电机转子惯性和阻尼分别为 M_t 和 D_t ;其余母线上发电机转子惯性和阻尼分别为 M 和 D 。文献[14]假定了系统中所有母线电压相等,为 1.0 pu ,输电线路电阻远小于电抗,即 $R/X \ll 1$,因而求得图 1 中第 k 个 Π 型环节中输电线路首、末端传递的增量功率 p_k^{sl} 和 p_k^{end} 与两端母线电压相角增量 θ_k 和 θ_{k+1} 的近似关系为

$$p_k(t) = p_k^{\text{sl}} \approx p_k^{\text{end}} \approx B[\theta_k(t) - \theta_{k+1}(t)] \quad (1)$$

式中: $G = R/(R^2 + X^2) \approx R/X^2$ 和 $B = R/(R^2 + X^2) \approx 1/X$ 分别为输电线路的电导和电纳; R 和 X 分别为输电线路的电阻和电抗; p_k 为输电线路中传输的平均增量功率。

当忽略发电机的内阻抗时,发电机的转子角等于与其相连的母线电压相角,因此发电机转子的增量角速度 $\omega(t) = d\theta(t)/dt$,对式(1)两边分别求得

$$\omega_k(t) - \omega_{k+1}(t) = X \frac{dp_k(t)}{dt} \quad (2)$$

对式(2)中的 ω_k 和 θ_k 求 Laplace 变换,即令

$$\begin{cases} \omega_k(s) = L(\omega_k(t)) \\ P_k(s) = L(p_k(t)) \end{cases} \quad (3)$$

整理后得式(2)的复频域形式为

$$\omega_k(s) - \omega_{k+1}(s) = (R' + sX)P_k(s) \quad (4)$$

式中 R' 为线路中传输功率 $P_k(s)$ 所对应的等值损耗系数,与线路电阻 R 成正比^[15]。

假定所有发电机的机械功率恒定不变,根据图 1 可得如下第 k 和 $k+1$ 条母线上发电机的摇摆方程:

$$\begin{cases} M \frac{d}{dt} \omega_k + D \omega_k = -\Delta p_k = -(p_k - p_{k-1}) \\ M \frac{d}{dt} \omega_{k+1} + D \omega_{k+1} = -\Delta p_{k+1} = -(p_{k+1} - p_k) \end{cases} \quad (5)$$

对式(5)求 Laplace 变换,并考虑式(4),可得

$$Z_2 P_{k-1} - (Z_1 + 2Z_2)P_k + Z_2 P_{k+1} = 0 \quad (6)$$

式中: $Z_1 = R' + sX$; $Z_2 = 1/(D + sM)$ 。

给定转子的相角激励为一个阶跃函数,幅度为 E ,即 $e_\theta(t) = E\varepsilon(t)$,等价于转子的增量角速度为冲

激函数，即 $\varpi_{\theta}(t) = d e_{\theta}(t) / dt = E \delta(t)$ 。II 型环节 0 和 m 中可列出如下方程组：

$$\begin{cases} \varpi_{\theta} - \varpi_1 = (X_0 + \frac{X}{2}) \frac{dp_0}{dt} \\ M \frac{d\varpi_1}{dt} + D\varpi_1 = -\Delta p_1 = -(p_1 - p_0) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \varpi_m - \varpi_{m+1} = \frac{X}{2} \frac{dp_m}{dt} \\ M \frac{d\varpi_m}{dt} + D\varpi_m = -\Delta p_m = -(p_m - p_{m-1}) \\ M_t \frac{d\varpi_{m+1}}{dt} + D_t \varpi_{m+1} = -\Delta p_{m+1} = p_m \end{cases} \quad (8)$$

对式(7)、(8)求 Laplace 变换，并考虑式(4)、(6)，可得下列方程组：

$$\begin{cases} (\frac{Z_1}{2} + Z_2)P_0 - Z_2 P_1 = E - Z_0 P_0 \\ Z_2 P_{k-1} - (Z_1 + 2Z_2)P_k + Z_2 P_{k+1} = 0 \\ (\frac{Z_1}{2} + Z_2 + Z_t)P_m - Z_2 P_{m-1} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中： $Z_0 = R'_0 + sX_0$ ； $Z_t = \frac{1}{D_t + sM_t}$ 。

令母线 k 和 $k+1$ 之间线路中增量功率的试探解具有下列形式：

$$P_k = M e^{kv} \quad (10)$$

式中 M 和 v 均为待定的复常数。则可得 $P_{k-1} = e^{-v} P_k$ 和 $P_{k+1} = e^v P_k$ ，代入式(9)的第 2 式，则有

$$e^{2v} - 2(1 + \frac{Z_1}{2Z_2})e^v + 1 = 0 \quad (11)$$

解得

$$e^{\pm v} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \pm \sqrt{(1 + \frac{Z_1}{2Z_2})^2 - 1} \quad (12)$$

于是有

$$\begin{cases} \cosh v = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \\ \sinh v = \sqrt{(1 + \frac{Z_1}{2Z_2})^2 - 1} \end{cases} \quad (13)$$

所以式(10)变为

$$P_k = M e^{kv} + N e^{-kv} \quad (14)$$

式中 N 为待定的复常数。代入式(9)的第 1、3 式得

$$\begin{cases} (\frac{Z_1}{2} + Z_2 - Z_2 e^v + Z_0)M + (\frac{Z_1}{2} + Z_2 - Z_2 e^{-v} + Z_0)N = E \\ (\frac{Z_1}{2} + Z_2 - Z_2 e^{-v} + Z_t)M e^{mv} + (\frac{Z_1}{2} + Z_2 - Z_2 e^v + Z_t)N e^{-mv} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

整理得

$$\begin{cases} (Z_0 - Z_2 \sinh v)M + (Z_0 + Z_2 \sinh v)N = E \\ (Z_t + Z_2 \sinh v)M e^{mv} + (Z_t - Z_2 \sinh v)N e^{-mv} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

定义

$$\begin{cases} n_1 = \frac{Z_0 - Z_2 \sinh v}{Z_0 + Z_2 \sinh v} \\ n_2 = \frac{Z_t - Z_2 \sinh v}{Z_t + Z_2 \sinh v} \end{cases} \quad (17)$$

为图 1 所示的均匀链式离散系统始、末端的反射系数。定义

$$Z_2 \sinh v = \sqrt{Z_1 (\frac{Z_1}{4} + Z_2)} \quad (18)$$

为均匀链式离散系统的特性阻抗。

根据式(16)—(18)，可求出

$$\begin{cases} M = \frac{-E n_2 e^{-2mv}}{(Z_0 + Z_2 \sinh v)(1 - n_1 n_2 e^{-2mv})} \\ N = \frac{E}{(Z_0 + Z_2 \sinh v)(1 - n_1 n_2 e^{-2mv})} \end{cases} \quad (19)$$

由文献[13]中式(16)反射系数的定义可知，将式(17)定义为链式离散系统始、末端的反射系数是合理的。将式(19)代入式(14)，可得

$$P_k = M e^{kv} + N e^{-kv} = \frac{E}{Z_0 + Z_2 \sinh v} \frac{e^{-kv} - n_2 e^{-2mv} e^{kv}}{1 - n_1 n_2 e^{-2mv}} \quad (20)$$

根据图 1 求得

$$\omega_k = (P_{k-1} - P_k)Z_2 = \frac{E Z_2 (1 - e^{-v})}{Z_0 + Z_2 \sinh v} \frac{e^{-(k-1)v} + n_2 e^{-2mv} e^{kv}}{1 - n_1 n_2 e^{-2mv}} \quad (21)$$

式中 ω_k 为母线 k 上相角增量变化的角速度。

2 有限长均匀系统中扰动的传播特性

下文分 2 种情况讨论有限长离散均匀系统中扰动的传播：

1) 当 $Z_0 = 0$ 时，由式(17)可得 $n_1 = -1$ ，表示初始扰动发生在图 1 中的 B 点，处距母线 1 的电气距

离为 $(R+jX)/2$ 的位置, 由式(20)、(21)得

$$\begin{cases} P_{Bk} = \frac{E}{Z_2 \sinh v} \frac{e^{-kv} - n_2 e^{-2mv} e^{kv}}{1 + n_2 e^{-2mv}} \\ \omega_{Bk} = \frac{E(1 - e^{-v})}{\sinh v} \frac{e^{-(k-1)v} + n_2 e^{-2mv} e^{kv}}{1 + n_2 e^{-2mv}} \end{cases} \quad (22)$$

假定链式系统末端的反射系数 n_2 为实数, 忽略发电机的转子阻尼 D 和线路等值损耗系数 R' , 得 $Z_1 = sX$ 和 $Z_2 = 1/(sM)$, 并记 $c = \sqrt{M/B}/2$ 和 $Z_{c0} = 1/\sqrt{MB}$, 则有下列恒等式:

$$\begin{cases} \cosh v = 1 + 2c^2 s^2 \\ \sinh v = 2cs\sqrt{c^2 s^2 + 1} \\ e^v = \cosh v + \sinh v = (cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^2 \end{cases} \quad (23)$$

于是求出

$$\begin{cases} P_{Bk}(s) = \frac{E}{Z_{c0} \sqrt{c^2 s^2 + 1}} \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^i n_2^i}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2(2mi+k)}} + \frac{(-1)^{i+1} n_2^{i+1}}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2[2m(i+1)-k]}} \right] \\ \omega_{Bk}(s) = E \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{\sqrt{c^2 s^2 + 1}} \left[\frac{n_2^i}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2(2mi+k-1)+1}} + \frac{n_2^{i+1}}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2[2m(i+1)-k]+1}} \right] \end{cases} \quad (24)$$

对式(24)求 Laplace 逆变换^[16-19], 得

$$\begin{cases} p_{Bk}(t) = L^{-1}(P_{Bk}(s)) = \frac{E}{cZ_{c0}} \sum_{i=0}^{\infty} \{(-1)^i n_2^i J_{2(2mi+k)} + (-1)^{i+1} n_2^{i+1} J_{2[2m(i+1)-k]}\} = 2EB(J_{2k} - n_2 J_{2(2m-k)} - n_2^2 J_{2(2m+k)} + n_2^2 J_{2(4m-k)} + n_2^2 J_{2(4m+k)} - n_2^3 J_{2(6m-k)} - \dots) \\ \varpi_{Bk}(t) = L^{-1}(\omega_{Bk}(s)) = \frac{E}{c} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \{n_2^i J_{2(2mi+k-1)+1} + n_2^{i+1} J_{2[2m(i+1)-k]+1}\} = \frac{E}{c} (J_{2k-1} + n_2 J_{2(2m-k)+1} - n_2 J_{2(2m+k)-1} - n_2^2 J_{2(4m-k)+1} + n_2^2 J_{2(4m+k)-1} + n_2^3 J_{2(6m-k)+1} - \dots) \end{cases} \quad (25)$$

式中省略了 Bessel 函数 $J_n(\cdot)$ 的自变量 t/c 。

2) 当 $Z_0 = Z_1/2$ 时, 表示初始扰动发生在到母线1的电气距离为 $R+jX$ 的母线0所在位置(即A点), 代入式(17)得

$$n_1 = \frac{Z_0 - Z_2 \sinh v}{Z_0 + Z_2 \sinh v} = \frac{Z_1/2 - Z_2 \sinh v}{Z_1/2 + Z_2 \sinh v} = -e^{-v} \quad (26)$$

将 n_1 代入式(20)、(21)得

$$\begin{cases} P_{Ak}(s) = \frac{E}{Z_{c0}(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})} \frac{e^{-kv} - n_2 e^{-(2m+1)v} e^{(k+1)v}}{1 + n_2 e^{-(2m+1)v}} = \frac{E}{Z_{c0}} \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^i n_2^i}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2[(2m+1)i+k]+1}} + \frac{(-1)^{i+1} n_2^{i+1}}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2[(2m+1)(i+1)-k-1]+1}} \right\} \\ \omega_{Ak}(s) = E \frac{e^{-kv} + n_2 e^{-(2m+1)v} e^{kv}}{1 + n_2 e^{-(2m+1)v}} = E \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \left\{ \frac{n_2^i}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2[(2m+1)i+k]}} + \frac{n_2^{i+1}}{(cs + \sqrt{c^2 s^2 + 1})^{2[(2m+1)(i+1)-k]}} \right\} \end{cases} \quad (27)$$

对式(27)求 Laplace 逆变换^[20-22], 得

$$\begin{cases} p_{Ak}(t) = L^{-1}(P_{Ak}(s)) = \frac{E}{Z_{c0}} \sum_{i=0}^{\infty} \{(-1)^i n_2^i \cdot \frac{2[(2m+1)i+k]+1}{x} J_{2[(2m+1)i+k]+1} + (-1)^{i+1} n_2^{i+1} \cdot \frac{2[(2m+1)(i+1)-k-1]+1}{x} J_{2[(2m+1)(i+1)-k-1]+1}\} = \frac{E}{Z_{c0}} \left\{ \frac{2k+1}{x} J_{2k+1} - n_2 \frac{2(2m+1-k-1)+1}{x} J_{2(2m+1-k-1)+1} - n_2 \frac{2[(2m+1)+k]+1}{x} J_{2[(2m+1)+k]+1} + n_2^2 \frac{2[2(2m+1)+k]+1}{x} J_{2[2(2m+1)+k]+1} - n_2^3 \cdot \frac{2[3(2m+1)-k-1]+1}{x} J_{2[3(2m+1)-k-1]+1} - \dots \right\} \\ \varpi_{Ak}(t) = L^{-1}(\omega_{Ak}(s)) = E \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \{n_2^i \cdot \frac{2[(2m+1)i+k]}{x} J_{2[(2m+1)i+k]} + n_2^{i+1} \cdot \frac{2[(2m+1)(i+1)-k]}{x} J_{2[(2m+1)(i+1)-k]}\} = E \cdot \left\{ \frac{2k}{x} J_{2k} + n_2 \frac{2[(2m+1)-k]}{x} J_{2[(2m+1)-k]} - n_2 \frac{2[(2m+1)+k]}{x} J_{2[(2m+1)+k]} - n_2^2 \frac{2[2(2m+1)-k]}{x} J_{2[2(2m+1)-k]} + n_2^2 \frac{2[2(2m+1)+k]}{x} J_{2[2(2m+1)+k]} + n_2^3 \frac{2[3(2m+1)-k]}{x} J_{2[3(2m+1)-k]} - \dots \right\} \end{cases} \quad (28)$$

对式(25)的第2式和式(28)的第2式进行积分, 可得发电机转子角增量 θ_{Bk} 和 θ_{Ak} 随时间的变化规律, 即

$$\theta_k(t) = \int_0^t \varpi_k(\tau) d\tau \quad (29)$$

文献[14]给出了描述无限长均匀链式电力系统中机电扰动传播的基本方程和解析解。不过，即使系统为不均匀情况时，文献[14]中的差分-微分方程(7)形式仍然不变。因此，其结果即式(20)仍然可以利用。本文的式(25)、(28)说明，不均匀系统(有限长是不均匀的一种特例)中描述机电扰动传播的解析解可写为不同阶第 1 类 Bessel 函数的线性组合，即发电机转子角增量 $\theta_k(t)$ 具有下列形式：

$$\theta_k(t) = \sum_{i=0}^{\infty} C_{k,i} J_{f(i)}(\lambda_k t) \quad (30)$$

式中： $f(i)$ 为一个正整函数； $\{\lambda_k\}$ 为 Hilbert 函数空间 $L^1(0, \infty)$ 的一个线性基。

可见，只要确定了式(30)中的函数 $f(i)$ 和系数 $C_{k,i}$ 即可求出有限长均匀链式离散电力系统中描述机电扰动传播的解析表达。同理，增量角速度 $\omega_k(t)$ 和增量功率 $p_k(t)$ 也具有与式(30)相同的性质，如本文的式(25)、(28)所示。

3 算例仿真

本文算例采用图 1 所示由 $m=5$ 个 T 型等值模型级联而成的链式均匀离散电力系统，其参数如下：1) 发电机间输电线路的电阻 $R=0 \text{ pu}$ ，电抗 $X=2 \text{ pu}$ ，即电纳 $B=1/X=0.5 \text{ pu}$ ；2) 发电机转子的角动量 $M=2 \text{ pu}$ ，转子阻尼系数 $D=0$ ；3) 均匀链末端的线路空载，即末端等值阻抗 $Z_t \rightarrow \infty$ ，由式(17)可得 $n_2=1, c=1$ ；4) 初始扰动的幅度为 $E=1 \text{ pu}$ 。基于 Matlab/Simulink，对有限长链式均匀离散电力系统中机电扰动传播过程的分析共分 7 个步骤：

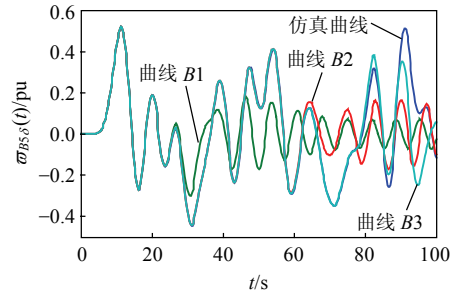
1) 将相应的参数代入式(25)的第 2 式得(以 ω_{Bk} 为例)

$$\omega_{Bk\delta}(t) = J_{2k-1} + J_{2(10-k)+1} - J_{2(10+k)-1} - J_{2(20-k)+1} + J_{2(20+k)-1} + J_{2(30-k)+1} - J_{2(30+k)-1} - J_{2(40-k)+1} + J_{2(40+k)-1} + \dots \quad (31)$$

式中省略了 Bessel 函数 $J_n(t)$ 的自变量， $k=1, 2, \dots, 5$ 。

2) 令激励位于图 1 中的 B 点，由于相角扰动是幅度为 $E=1 \text{ pu}$ 的单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ ，则增量角速度为单位冲激函数 $\delta(t)$ ，于是 $\Omega_0(s) = L(\delta(t)) = 1$ 。将仿真曲线与式(31)的解析解对比，其结果如图 2 所示(图中仅画出 $\omega_{B5\delta}$)。

3) 设激励的位置不变，增量角速度激励变成幅度为 $E=1 \text{ pu}$ 的单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ ，则增量角速度 ω_k 的解析解为式(31)的积分，即



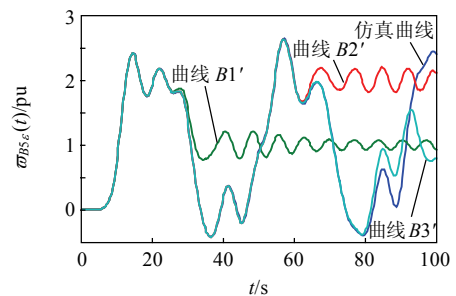
曲线 B1、B2、B3 分别表示式(31)等号右边取前 3、6、9 项。

图 2 位于 B 点的初始扰动为单位冲激函数时仿真曲线与解析解的对比

Fig. 2 Comparison between the simulation curve and the analytical solutions as the initial disturbance at the B point is a unit impulse function

$$\omega_{Bk\varepsilon}(t) = \int_0^t \omega_{Bk\delta}(\tau) d\tau, \quad k=1, 2, \dots, 5 \quad (32)$$

重新对模型进行仿真，并与由式(32)求出的解析解对比，其结果如图 3 所示(图中仅画出 $\omega_{B5\varepsilon}$)。



曲线 B1'、B2'、B3' 分别表示式(32)等号右边取前 3、6、9 项。

图 3 位于 B 点的初始扰动为单位阶跃函数时仿真曲线与解析解的对比

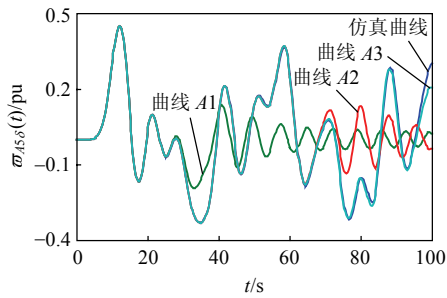
Fig. 3 Comparison between the simulation curve and the analytical solutions as the initial disturbance at the B point is a unit step function

4) 将相应的参数代入式(28)的第 2 式得(以 ω_{Ak} 为例)

$$\omega_{Ak\delta}(t) = \frac{2}{x} [kJ_{2k} + (11-k)J_{2(11-k)} - (11+k)J_{2(11+k)} - (22-k)J_{2(22-k)} + (22+k)J_{2(22+k)} + (33-k)J_{2(33-k)} - (33+k)J_{2(33+k)} - (44-k)J_{2(44-k)} + (44+k)J_{2(44+k)} + \dots] \quad (33)$$

5) 令激励位于图 1 中的 A 点，相角扰动为 $\varepsilon(t)$ ，增量角速度为 $\delta(t)$ ， $\Omega_0(s) = L(d(t)) = 1$ 。将仿真曲线与式(33)的解析解对比，其结果如图 4 所示(图中仅画出 $\omega_{A5\delta}$)。

6) 激励的位置不变，增量角速度激励变成阶



曲线 A1、A2、A3 分别表示式(33)等号右边取前 3、6、9 项。

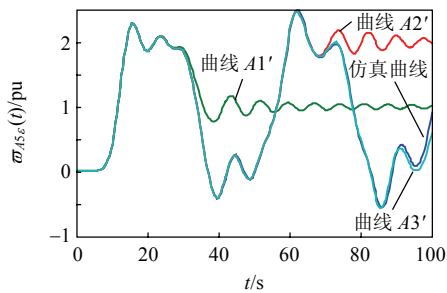
图 4 位于 A 点的初始扰动为单位冲激函数时仿真曲线与解析解的对比

Fig. 4 Comparison between the simulation curve and the analytical solutions while the initial disturbance at the A point is a unit impulse function

跃函数 $\varepsilon(t)$, 则 ω_k 的解析解为式(33)的积分, 即

$$\omega_{Ak\varepsilon}(t) = \int_0^t \omega_{Ak\delta}(\tau) d\tau, \quad k = 1, 2, \dots, 5 \quad (34)$$

重新对模型进行仿真, 并与由式(34)求出的解析解对比, 其结果如图 5 所示(图中仅画出 $\omega_{A5\varepsilon}$)。



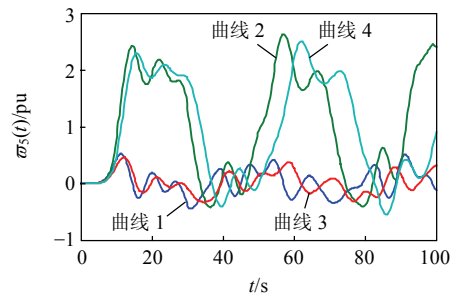
曲线 A1'、A2'、A3' 分别表示式(34)等号右边取前 3、6、9 项。

图 5 位于 A 点的初始扰动为单位阶跃函数时仿真曲线与解析解的对比

Fig. 5 Comparison between the simulation curve and the analytical solutions as the initial disturbance at the A point is a unit step function

7) 将图 2—5 中的仿真曲线进行对比, 其结果如图 6 所示。

由图 2、3 可见, 曲线 B1、B1' 表示式(31)中用无穷级数表示的解析解中忽略了 30 阶以上 Bessel 函数的影响, 因而在 $0 < t < 30$ pu 之间曲线 B1、B1' 与相应仿真曲线基本重合, 当 $t > 30$ pu 后, 2 条曲线不再重合; 曲线 B2、B2'(或 B3、B3') 表示解析解中忽略了 60(或 90)阶以上 Bessel 函数的影响, 因而在 $0 < t < 60$ pu(或 90 pu)之间曲线 B2、B2'(或 B3、B3') 与相应仿真曲线基本重合, 当 $t > 60$ pu(或 90 pu)



曲线 1—4 分别表示图 2—5 中的仿真曲线。

图 6 本文图 2—5 中的仿真曲线对比
Fig. 6 Contrasts among the simulation curves in the figures 2-5 of this paper

后, 相应的曲线不再重合。

同样, 在图 4、5 中, 曲线 A1、A1' 表示式(33)用无穷级数表示的解析解中忽略了 32 阶以上 Bessel 函数的影响, 因而在 $0 < t < 32$ pu 之间曲线 A1、A1' 与相应仿真曲线基本重合, 当 $t > 32$ pu 后, 2 条曲线不再重合; 曲线 A2、A2'(或 A3、A3') 表示解析解中忽略了 64(或 98)阶以上 Bessel 函数的影响, 因而在 $0 < t < 64$ pu(或 98 pu)之间曲线 A2、A2'(或 A3、A3') 与相应仿真曲线基本重合, 当 $t > 64$ pu(或 98 pu)后, 相应的曲线也不再重合。

基于上面的仿真, 可总结如下:

1) 式(31)中的 $\omega_{Bk\delta}$ 和式(33)中的 $\omega_{Ak\delta}$ 所截取的项数不同时, 解析解与仿真结果的逼近程度也不相同。显然, 截断后剩余的项数 N 越多, 在时间 $0 < t < t_N$ (图 2—5 中 $k=5$, t_N 表示式(31)、(33)中等号右边的项数与 Bessel 函数阶数的对应关系)内解析解逼近仿真结果的效果较好, $t > t_N$ 后, 逼近程度开始变差。这是因为 Bessel 函数 $J_N(t)$ 在 $t < t_N$ 时, $J_N(t) \approx 0$, 因而 $J_N(t)$ 在区间 $t \in [0, t_N]$ 内对式(31)或(33)的函数值几乎没有影响, 只有当 $t > t_N$ 后, 被截去的项才开始产生作用, 导致了解析解偏离仿真曲线。

2) 忽略发电机内阻抗以及励磁和调速器的作用, 电力系统的机电动态过程在时间和空间上会呈现分布特性, 传播过程中机电扰动的反射与连续体模型中机电波的反射特性相同, 因而机电动态可以表示为扰动多次反射过程的叠加。不过, 在更为复杂的电力系统中, 机电动态要表示为扰动多次反射过程和透射过程的叠加。

3) 图 6 表示仅初始扰动发生的位置不同、而模型中的其他参数都相同时, 母线 5 上的增量角速

度的变化过程。可以看出, 由于线路阻抗的影响, 曲线 3 相比于曲线 1、曲线 4 相比于曲线 2 均有 1 个时延, 并随着时间 t 的增大而增大。这是因为线路阻抗的增大导致电气距离也增大, 机电扰动传播时需要更多的时间, 客观上也说明了电力系统的机电动态过程在时间和空间上的分布特性。

4 结论

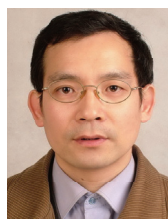
本文基于有限长均匀链式离散电力系统, 研究了电力系统中机电扰动在发电机母线之间的传播过程, 得出了下列结论:

- 1) 通过 Laplace 变换, 研究了机电扰动在用离散参数表示的电力系统中传播的反射特性;
- 2) 给出了描述机电扰动在离散电力系统中反射的解析公式以及离散电力系统的特性阻抗;
- 3) 离散电力系统中机电扰动传播特性与连续体模型中机电波传播具有相同的机制, 证明了电力系统的机电动态可表达为机电扰动传播过程中反射波的叠加;
- 4) 本文结论对于认识大规模电力系统的频率在时间和空间上的分布特性、揭示机电动态现象的物理本质具有一定的理论价值。

参考文献

- [1] 韩英铎, 闵勇, 洪绍斌. 复杂扩展式电力系统功率频率动态过程分析[J]. 电力系统自动化, 1992, 16(1): 28-33. Han Yingduo, Min Yong, Hong Shaobin. Analysis of power-frequency dynamics in large scale multi-machine power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 1992, 16(1): 28-33(in Chinese).
- [2] 蔡泽祥, 侯勇, 申洪. 地区电力系统的频率动态过程仿真[J]. 吉林电力技术. 1999(2): 12-15. Cai Zexiang, Hou You, Shen Hong. Simulation for frequency dynamic process of local electric power system [J]. Jilin Electric Power, 1999(2): 12-15(in Chinese).
- [3] 韩英铎, 闵勇, 何学农, 等. 电力系统动态频率的新概念和新算法[J]. 电力系统自动化. 1993, 17(10): 5-9. Han Yingduo, Min Yong, He Xuenong, et al. A new concept and algorithm for dynamic frequency in power systems[J]. Automation of Electric Power Systems, 1993, 17(10): 5-9(in Chinese).
- [4] Okamura M. A new power model and solution method including load and generator characteristic and effects of system control devices[J]. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1975, 94(3): 1042-1049.
- [5] Zhong Zhian, Xu C C, Billian B J, et al. Power system frequency monitoring network (FNET) implementation [J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2005, 20(4): 1916-1921.
- [6] 林湘宁, 刘沛, 程时杰. 电力系统振荡中轻微故障识别的小波算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(3): 39-44. Lin Xiangning, Liu Pei, Cheng Shijie. Researches on fault identification during fast power swings with wavelet transform based algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(3): 39-44(in Chinese).
- [7] 金敏杰, 陈家荣, 梅生伟, 等. 基于改进信号能量法估计暂态稳定极限[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(9): 1-6. Jin Minjie, Chen Jiarong, Mei Shengwei, et al. Transient stability limit assessment by modified signal energy approach[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(9): 1-6(in Chinese).
- [8] 杜正春, 刘伟, 方万良, 等. 小干扰稳定分析中一种关键特征值计算的稀疏实现[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(2): 17-21. Du Zhengchun, Liu Wei, Fang Wanliang, et al. A sparse method for the calculation of critical eigenvalue in small signal stability analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(2): 17-21(in Chinese).
- [9] 江全元, 程时杰, 曹一家, 等. 基于鲁里叶型 Lyapunov 函数的电力系统次同步谐振稳定运行域的分析[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(8): 1-5. Jiang Quanyuan, Cheng Shijie, Cao Yijia, et al. Analysis of the stability operation region of SSR in power system based on a Lure Lyapunov function[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(8): 1-5(in Chinese).
- [10] 蔡泽祥, 徐志勇, 申洪. 电力系统频率稳定分析的直接法[J]. 电力系统及其自动化学报. 1999, 11(12): 13-17. Cai Zexiang, Xu Zhiyong, Shen Hong. A direct method for frequency stability analysis of power system[J]. Proceedings of the EPSA, 1999, 11(12): 13-17(in Chinese).
- [11] Faulk D, Murphy R J. Comanche peak unit No. 2 100% load rejection test-under-frequency and system phasors measured across TU electric power system[C]//Proceedings of Annual Conference on Protective Relay Engineering. Texas: College Station, 1994: 567-573.
- [12] Murphy R J. Power system disturbance monitoring[C]//Western Protective Relay Conference. Washington: Spokane, 1994: 17-20.
- [13] 王德林, 王晓茹. 电力系统连续体模型中机电波传播特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(16): 43-48.

- Wang Delin, Wang Xiaoru. Study on characteristics of electromechanical wave propagation in the continuum model for power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(16): 43-48(in Chinese).
- [14] 王德林, 王晓茹. 电力系统中机电扰动的传播特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(18): 18-24.
Wang Delin, Wang Xiaoru. Characteristic analysis of electromechanical disturbance propagation for power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(18): 18-24(in Chinese).
- [15] Semlyen A. Analysis of disturbance propagation in power systems based on a homogeneous dynamic model[J]. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1974, 93(2): 676-684.
- [16] 奚定平. 贝塞尔函数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998: 14-15.
Xi Dingping. Bessel function[M]. Beijing: Higher Education Press, 1998: 14-15(in Chinese).
- [17] 安德烈·安戈. 电工电信工程师手册[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1979: 281-291.
Angot A. Manual for electrical and telecom engineers[M]. Beijing: People Posts & Telecom Press, 1979: 281-291(in Chinese).
- [18] Watson E J. Laplace transforms and its applications[M]. New York: Van Nostrand Reinhold Co., Ltd, 1981: 87-94.
- [19] Starkey B J. Laplace transforms for electrical engineers [M]. London: Iliffe and Sons Ltd., 1954: 123-132.
- [20] Fritz O, Larry B. Tables of Laplace transforms[M]. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1973: 58-64.
- [21] György Fodor. Laplace transforms in engineering[M]. Budapest: Hungarian Academy of Sciences Publishing House, 1965: 234-256.
- [22] 陆金甫, 关治. 偏微分方程数值解法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 105-120.
Lu Jinfu, Guan Zhi. Numerical methods of partial differential equations[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 105-120(in Chinese).



王德林

收稿日期: 2011-04-26。

作者简介:

王德林(1970), 男, 博士, 副教授, 主要从事大规模电力系统连续体建模、机电动态、频率稳定控制和风力发电方面的研究, dlwang@swjtu.cn;

王晓茹(1962), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事电力系统保护与安全稳定控制、变电站自动化技术方面的研究。

(责任编辑 谷子)