

# 考虑输入变量相关性的概率潮流计算方法

陈雁, 文劲宇, 程时杰

(华中科技大学电气与电子工程学院, 湖北省 武汉市 430074)

## Probabilistic Load Flow Analysis Considering Dependencies Among Input Random Variables

CHEN Yan, WEN Jinyu, CHENG Shijie

(College of Electrical and Electronics Engineering, Huazhong University of Science and Technology,  
Wuhan 430074, Hubei Province, China)

**ABSTRACT:** With large-scale integration of wind farms into the bulk power system, it needs to take account of the wind power uncertainty in power system operation and planning. Probabilistic load flow (PLF) analysis is an important tool for analysing power system under steady state taking into account the uncertainties. In allusion to the disadvantages of the current PLF methods, a new method was proposed in this paper. This method is based on Monte Carlo simulation combined with Latin hypercube sampling (LHS) and can handle dependencies among the input random variables. It has many other advantages, such as high accuracy and fast computation. It is unconstrained by the type of the input random variables' probability distributions. Considering the uncertainties of wind power output and loads, the effectiveness and accuracy of the proposed method was proven by the comparative tests in the IEEE 14-bus system and IEEE 118-bus system.

**KEY WORDS:** probabilistic load flow (PLF); Monte Carlo simulation; Latin hypercube sampling (LHS); correlation

**摘要:** 风电场的大规模接入使得电力系统在进行规划设计和方式安排时需要计及风电出力的不确定性, 概率潮流计算方法是在计及不确定因素的条件下分析电力系统运行状态的重要工具。针对当前所使用的概率潮流计算方法的不足, 提出一种可以处理多个输入随机变量相关性的基于拉丁超立方采样(Latin hypercube sampling, LHS)的 Monte Carlo 模拟概率潮流计算方法, 该方法同时还具有精度高和速度快等优点, 并且不受输入随机变量的概率分布类型的约束。在同时考虑风电和负荷不确定性的条件下, 对 IEEE 14 和 IEEE 118

节点系统进行仿真计算, 结果验证了所提出方法的有效性和准确性。

**关键词:** 概率潮流; 蒙特卡罗模拟; 拉丁超立方采样; 相关性

## 0 引言

电力系统运行时会遇到大量的不确定因素, 如负荷的波动、设备故障等, 特别是在机组出力具有随机波动性的发电系统(如风力发电系统、太阳能光伏发电系统)并网运行时, 电力系统的随机特性将进一步增强。确定性潮流计算方法只能反映电力系统在某种确定工况下的稳态运行状况, 不能用于计及不确定性因素场景的分析。概率潮流计算是解决这个问题的重要工具。概率潮流计算实质是求解含有随机参数的潮流方程。其中, 输入随机变量为网络结构和节点注入的有功和无功功率(其不确定性来源于负荷的波动、风电场出力的波动和发电机的停运)。输出随机变量包括状态输出随机变量(即节点电压幅值和相角)和支路潮流。解概率潮流方程的过程就是根据输入随机变量的期望值、方差或概率分布来确定输出随机变量的期望值、方差或概率分布。

概率潮流计算方法是由 Borkowska 在 1974 年提出的<sup>[1]</sup>。在将近 40 a 的时间里, 国内外学者提出了多种概率潮流计算方法。一种完整、性能良好的概率潮流计算方法应满足以下 2 个指标: 1) 能够求出输出随机变量的数字特征(主要是均值和方差)和概率分布; 2) 能够处理多个输入随机变量间的相关性。此外, 从实用化的角度考虑, 概率潮流计算方法还应该在保持计算结果具有足够精度的情

**基金项目:** 国家自然科学基金重点项目(50937002); 国家重点基础研究发展计划项目(973 项目)(2009CB219701)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (NSFC)(50937002); The National Basic Research Program of China (973 Program)(2009CB219701).

况下尽量少地消耗计算时间，同时对输入随机变量的数学模型也不应有太高的要求。

目前，常用的概率潮流计算方法归纳起来可分为 Monte Carlo 模拟法<sup>[2-8]</sup>、点估计法(point estimate method, PEM)<sup>[8-11]</sup>和解析法<sup>[12-20]</sup>。传统的基于简单随机采样的 Monte Carlo 模拟法(simple random sampling Monte Carlo simulation, SRS-MCS)在采样规模足够大的情况下能够得到很高的精度，其缺点是要耗费大量的计算时间，在系统规模较大的情况下几乎不可行，因此 SRS-MCS 方法更多用于作为标准验证其他概率潮流计算方法的准确度。在现有的各种基于 Monte Carlo 模拟法的概率潮流计算方法中，有的没有考虑输入随机变量的相关性或只是考虑了输入随机变量为线性关系的简单情形<sup>[2-5]</sup>，有的虽然考虑了输入随机变量的相关性，但对克服 Monte Carlo 模拟法需要消耗大量计算时间这一缺点上没有提出相应的解决方法<sup>[6-8]</sup>。点估计法是一种近似的求解方法，该方法具有计算耗时少、得到的输出随机变量的均值和方差精度高等优点，但输出随机变量的高阶矩误差较大<sup>[18-19]</sup>，且不能得出输出随机变量的概率分布。解析法的核心思想是分别把输入/输出随机变量表示为其均值与波动部分之和，然后把潮流方程在输入随机变量的均值处进行 Taylor 展开，得到输出随机变量的波动部分与输入随机变量波动部分的近似线性关系，利用该线性关系对输出随机变量的概率分布进行求解。求解方法有：

1) 快速傅里叶变换法。当系统规模较大时，该方法需要大量的存储空间和计算时间。

2) 半不变量法。该方法用 Gram-Charlier 展开级数、Laguerre 多项式或 Cornish-Fisher 展开级数拟合求出输出随机变量的概率密度函数。该算法的前提是输入随机变量相互独立或者满足线性关系。文献<sup>[18-19]</sup>虽然提出了处理输入随机变量相关性问题的方法，但其处理相关性方法的准确性缺乏理论证明，且在线性化基础上用 Cornish-Fisher 展开级数拟合得到的输出随机变量的高阶矩误差较大。

3) 一次二阶矩法，该方法能处理输入随机变量的相关性，但只能求出输出随机变量的均值与方差。

本文提出一种可处理输入随机变量相关性的基于拉丁超立方采样的 Monte Carlo 概率潮流计算方法(correlation Latin hypercube sampling Monte Carlo simulation, CLMCS)。该方法具有以下特点：

1) 能给出输出随机变量的全面信息；2) 能处理输入随机变量的相关性，且不受输入随机变量概率分布类型的约束；3) 实现简单，结果精度高；4) 在相同精度下，相比于随机采样的 Monte Carlo 方法耗时少。

## 1 CLMCS 方法

### 1.1 LHS 采样

CLMCS 方法由拉丁超立方(Latin hypercube sampling, LHS)采样和输入随机变量相关性处理方法 2 部分组成，能方便处理输入随机变量的相关性，同时具有 LHS 采样的优点。

LHS 采样是 M. D. McKay 等学者在 1979 年提出的一种分层采样方法<sup>[21]</sup>，现已在多个领域里得到应用。与随机采样相比，LHS 采样具有如下优势<sup>[4,22]</sup>：1) 在相同的采样规模下，LHS 采样所覆盖的输入随机变量采样空间大；2) LHS 采样的稳健性好。传统 LHS 方法只针对随机变量相互独立的情况，主要分为采样和排序两步进行，其采样的核心思想是确保采样点涵盖所有输入随机变量的随机分布区域；其排序是在输入随机变量相互独立的情况下提出的，通过改变各随机变量采样值的排列顺序，使相互独立随机变量采样值的相关性趋于最小。

1) 采样。

用  $N$  表示采样规模， $X_1, X_2, \dots, X_n$  表示待求概率问题中的  $n$  个输入随机变量，输入随机变量  $X_k$  的累积概率分布函数为

$$Y_k = F_k(X_k), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

可见， $F_k$  是在  $[0, 1]$  上取值的连续单调递增函数。

采样方法具体如下：把  $F_k$  的取值空间均分为  $N$  等份，即  $[0, \frac{1}{N}]$ 、 $[\frac{1}{N}, \frac{2}{N}]$ 、 $\dots$ 、 $[\frac{N-1}{N}, 1]$ ，从每个区间中随机选取一个数(或选择区间中点)作为  $Y_k$  的采样值，则  $X_k$  的采样值可通过求反函数  $X_k = F_k^{-1}(Y_k)$  得到。把每个随机变量的采样值排成一行，最终形成  $n \times N$  的采样矩阵  $\mathbf{S}$ 。

2) 排序。

在输入随机变量相互独立时，不同输入随机变量采样值之间的相关性对计算精度有一定影响，排序就是为了降低这种影响而提出的。排序方法有多种，如 Gram-Schmidt 序列正交化方法、Cholesky 分解法等<sup>[4-5]</sup>，但这些方法只能处理输入随机变量间

相互独立的情况。

## 1.2 输入随机变量相关性的处理方法

描述随机变量相关性的方法有多种,工程中常用相关系数矩阵描述。并且,在工程中一般假定相关系数矩阵为正定矩阵(相关系数矩阵非正定时的处理方法可参考文献[23]),假定下文提到的相关系数矩阵为正定矩阵。在 Monte Carlo 模拟中,若输入随机变量间具有相关性,则产生的样本应具有相同的相关性。即若给定每个输入随机变量  $X_i$  的概率分布  $F_i$  和它们之间的相关系数矩阵  $C_X$ ,则按每个  $F_i$  生成的样本之间的相关系数矩阵应为  $C_X$ 。

假设  $n$  个输入随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的相关系数矩阵为  $C_X$ :

$$C_X = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad \rho_{ij} = \frac{\text{cov}(X_i, X_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2)$$

式中  $\sigma_i$  和  $\sigma_j$  分别为随机变量  $X_i$  和  $X_j$  的标准差。当已获得输入随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的样本矩阵时,其相关系数矩阵的求解方法可参考文献[24]。引入标准正态分布的随机变量  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , 其满足

$$Z_k = \Phi^{-1}(F_k(X_k)), \quad k=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

式中  $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布的累积概率分布函数。假设  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  的相关系数矩阵为  $C_Z$ :

$$C_Z = \begin{bmatrix} 1 & \rho'_{12} & \cdots & \rho'_{1n} \\ \rho'_{21} & 1 & \cdots & \rho'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho'_{n1} & \rho'_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

则  $C_X$  与  $C_Z$  的非对角线元素满足

$$\rho'_{ij} = T(\rho_{ij}) \rho_{ij} \quad (5)$$

随  $X_i, X_j$  的分布不同,  $T(\rho_{ij})$  有不同的表达式。当  $X_i, X_j$  为正态分布时,  $T(\rho_{ij}) = 1$ ; 当  $X_i, X_j$  为 Weibull 分布时,  $T(\rho_{ij})$  近似满足以下关系<sup>[8]</sup>:

$$T(\rho_{ij}) = 1.063 - 0.004 \rho_{ij} - 0.2 \left( \frac{\sigma_i}{\mu_i} + \frac{\sigma_j}{\mu_j} \right) - 0.001 \rho_{ij}^2 + 0.337 \left( \frac{\sigma_i^2}{\mu_i^2} + \frac{\sigma_j^2}{\mu_j^2} \right) + 0.007 \rho_{ij} \left( \frac{\sigma_i}{\mu_i} + \frac{\sigma_j}{\mu_j} \right) - 0.007 \frac{\sigma_i \sigma_j}{\mu_i \mu_j} \quad (6)$$

式中  $\mu, \sigma$  分别为对应随机变量  $X$  的均值和标准差。式(6)的最大误差不超过 2.6%, 且当  $0.1 \leq \sigma_i/\mu_i$  且  $\sigma_j/\mu_j \leq 0.5$  时, 式(6)为精确表达式。文献[25-26]已

给出了  $X_i, X_j$  为任意分布情况下  $T(\rho_{ij})$  的详细求解方法, 并给出了  $X_i, X_j$  为一些常用分布时  $T(\rho_{ij})$  的表达式。

从上述分析可看到, 若能够产生相关系数矩阵为  $C_Z$  的标准正态分布样本  $Z$ , 就可通过变换  $X = F^{-1}(\Phi(Z))$  得到累积概率分布函数为  $F$ 、相关系数矩阵为  $C_X$  的样本。事实上可通过下述简单的方法得到相关系数矩阵为  $C_Z$  的标准正态分布样本  $Z$ 。

**定理 1** 设  $n$  个相互独立的标准正态分布随机变量为  $y_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。对  $C_Z$  进行 Cholesky 分解得到下三角矩阵  $B$ , 则可知

$$Z' = \begin{bmatrix} z'_1 \\ \vdots \\ z'_n \end{bmatrix} = BY = \begin{bmatrix} b_{11} & & \\ \vdots & \ddots & \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

为满足相关系数矩阵为  $C_Z$  的标准正态分布随机变量。证明:

有限个相互独立的正态随机变量的线性组合仍服从正态分布, 且对于任意的  $z'_i$ , 有

$$E(z'_i) = E\left(\sum_{j=1}^i b_{ij} y_j\right) = \sum_{j=1}^i b_{ij} E(y_j) = 0$$

其协方差矩阵为

$$E(Z'Z'^T) = E(BYY^T B^T) = B E(Y Y^T) B^T = B B^T = C_Z$$

根据相关系数矩阵的定义,  $Z'$  的相关系数矩阵与协方差矩阵相同。则  $z'_i$  为标准正态分布随机数, 其相关系数矩阵为  $C_Z$ 。证毕。

由定理 1 可知, 只要对  $y_i (i=1, 2, \dots, n)$  进行  $N$  次采样得到样本矩阵  $W_{n \times N}$ , 利用定理中的变换方法即可得到所求的样本矩阵  $Z$ 。

## 1.3 CLMCS 方法的原理

**定理 2**<sup>[27]</sup> 设按照  $n$  个输入随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的联合分布(相关系数矩阵为  $C_X$ )进行采样形成的样本

$$\text{矩阵为 } X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nN} \end{bmatrix}, \quad N \text{ 为样本数。设 } X \text{ 的}$$

顺序矩阵为  $L_s (L_s \text{ 为一与 } X \text{ 相对应的 } n \times N \text{ 矩阵, 每一行为整数 } 1 \text{ 到 } N \text{ 的一个排列, 对应着 } X \text{ 中相应行的元素的大小顺序), 对 } n \text{ 个输入随机变量 } X_1, X_2, \dots,$

$$X_n \text{ 进行 LHS 采样, 形成样本矩阵 } X' = \begin{bmatrix} x'_{11} & \cdots & x'_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ x'_{n1} & \cdots & x'_{nN} \end{bmatrix},$$

$x'_{ij} = F_i^{-1}\left(\frac{j-1+u_{ij}}{N}\right)$ ,  $u_{ij}$  是  $(0, 1)$  的均匀分布随机数。

将样本矩阵  $\mathbf{X}'$  的每一行元素按顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$  重新进行排列, 得到新的样本矩阵  $\mathbf{S}$ 。则  $\sum_{j=1}^n (s_{ji} - x_{ji})^2 = o(1)$  ( $i=1,2,\dots,N$ ), 即  $\mathbf{S}$  的相关系数矩阵近似为  $\mathbf{C}_X$ 。

定理 2 提出了一种具有 LHS 采样的优点、并能处理输入随机变量相关性的方法。实现上述方法的关键是必须找到顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$ 。按照 1.2 节提供的寻找顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$  的方法, 在已知输入随机变量的均值、方差和相关系数矩阵的条件下, 可以生成相关系数矩阵为  $\mathbf{C}_Z$  的标准正态分布的样本矩阵  $\mathbf{Z}$ , 通过变换  $\mathbf{X} = \mathbf{F}^{-1}(\Phi(\mathbf{Z}))$  生成相关系数矩阵为  $\mathbf{C}_X$  的样本矩阵  $\mathbf{X}$ , 从而可以得到顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$ 。由于  $\Phi(\cdot)$  和  $\mathbf{F}^{-1}(\cdot)$  都是单调递增函数, 因此, 样本矩阵  $\mathbf{Z}$  的顺序矩阵与样本矩阵  $\mathbf{X}$  的顺序矩阵相同, 即, 只要得到样本矩阵  $\mathbf{Z}$ , 就可得到顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$ , 而无需求取样本矩阵  $\mathbf{X}$ 。

综上所述, 可以得到 CLMCS 方法的流程:

1) 根据输入随机变量  $\mathbf{X}$  的概率分布和相关系数矩阵  $\mathbf{C}_X$  得到修订的相关系数矩阵  $\mathbf{C}_Z$ , 并对其进行 Cholesky 分解, 得到下三角矩阵  $\mathbf{B}$ ;

2) 对  $n$  个相互独立的标准正态随机分布随机变量进行采样, 得到样本矩阵  $\mathbf{W}_{n \times N}$ , 从而由  $\mathbf{Z} = \mathbf{B}\mathbf{W}$  得到相关性矩阵为  $\mathbf{C}_Z$  的样本矩阵  $\mathbf{Z}$ , 再由矩阵  $\mathbf{Z}$  得到顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$ ;

3) 对输入随机变量  $\mathbf{X}$  进行 LHS 采样, 并按顺序矩阵  $\mathbf{L}_s$  进行排序, 得到最终的样本矩阵  $\mathbf{S}$ ;

4) 由样本矩阵  $\mathbf{S}$  及输出随机变量和输入随机变量之间的函数关系最终可求得输出随机变量的数字特征及概率分布。

## 2 CLMCS 概率潮流计算方法的性能分析

### 2.1 算例测试

CLMCS 概率潮流计算方法流程如图 1 所示。为了验证 CLMCS 概率潮流计算方法的性能, 分别采用 IEEE 14、IEEE 118 节点算例在 Matlab 平台下进行测试, 并与结合 1.2 节的能处理输入随机变量相关性的简单随机采样 Monte Carlo 模拟法 (correlation SRS-MCS, CSMCS) 进行比较。简单说来, CSMCS 方法就是在求得样本矩阵  $\mathbf{Z}$  后直接利用变换  $\mathbf{X} = \mathbf{F}^{-1}(\Phi(\mathbf{Z}))$  得到的最终采样矩阵。假设用采样规模为 30 000 次的 CSMCS 方法得到的概率潮流计算结果为准确值, 用  $\mu_a$ 、 $\sigma_a$  表示输出随机变量的准确期望值和标准差。类似地,  $\mu_s$ 、 $\sigma_s$  表示

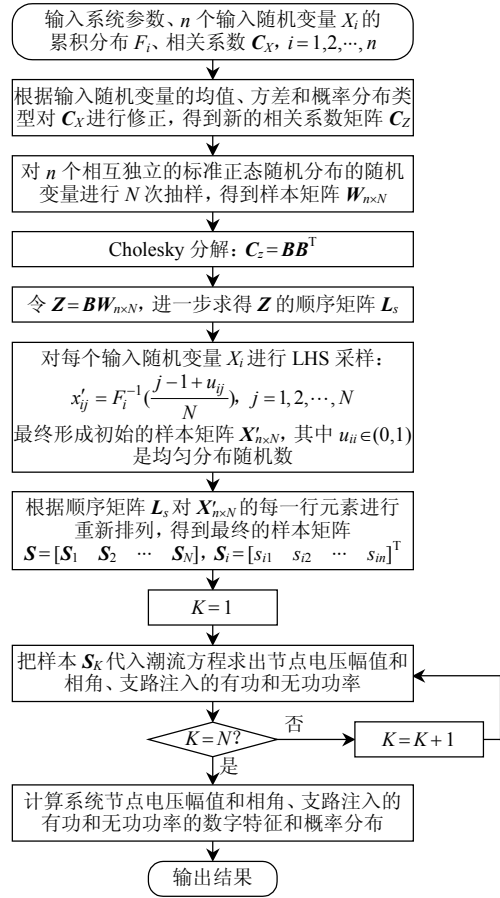


图 1 CLMCS 概率潮流计算方法的流程图

Fig. 1 Flow chart of CLMCS probabilistic load flow method

CLMCS、CSMCS 方法计算得到的输出变量的期望值和标准差。用输出随机变量的期望值和标准差的相对误差来衡量计算结果的准确程度, 计算公式为

$$\varepsilon_{\mu} = \left| \frac{\mu_a - \mu_s}{\mu_a} \right| \times 100\% \quad (7)$$

$$\varepsilon_{\sigma} = \left| \frac{\sigma_a - \sigma_s}{\sigma_a} \right| \times 100\% \quad (8)$$

把概率潮流计算中输出随机变量分为 4 类, 分别为电压幅值、相角和支路注入有功、无功功率。由于每类输出随机变量的数量都不止 1 个, 所以本文采用每类输出随机变量的相对误差的平均值  $\bar{\varepsilon}_{\mu}$ 、 $\bar{\varepsilon}_{\sigma}$  表示整个系统输出变量的误差收敛情况。

由于 CLMCS、CSMCS 计算收敛过程是波动的且具有随机性。为了准确评估这 2 种方法的收敛特性, 每种方法在确定的采样规模下均计算 100 次。对于每个输出随机变量, 将 100 次误差的平均值作为该输出随机变量的最终误差, 最后再计算每类输出随机变量的相对误差的平均值  $\bar{\varepsilon}_{\mu}$ 、 $\bar{\varepsilon}_{\sigma}$ 。针对这

100 次计算再引入误差标准差的平均值和误差平均最大值这 2 个指标。所谓误差标准差是指每个输出随机变量在这 100 次计算中结果误差的标准差, 即偏离程度, 记为  $\varepsilon_{\sigma 100}$ ; 误差标准差的平均值是指每类输出随机变量中  $\varepsilon_{\sigma 100}$  的平均值  $\bar{\varepsilon}_{\sigma 100}$ , 将这个指标用于衡量上述 2 种方法收敛的稳定性; 记录这 100 次计算中每个输出随机变量的均值、标准差出现的最大误差, 按照上述分类, 计算每一类输出随机变量的最大误差的平均值, 称为误差平均最大值, 分别记作  $\bar{\varepsilon}_{\mu \max}$ 、 $\bar{\varepsilon}_{\sigma \max}$ 。

1) IEEE 14 节点系统。

在 IEEE 14 节点系统<sup>[28]</sup>中, 假设节点 2 的常规机组被 2 个规格相同、装机容量均为 0.7 pu 的风电场代替。两风电场的风速均满足尺度参数为 9.0、形状参数为 2.15 的双参数 Weibull 分布, 且两风电场的风速具有相关性, 相关性矩阵为

$$C_W = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 \\ 0.5 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

假设风电场采用恒电压控制策略, 风电场输出有功功率为

$$P_W = \begin{cases} 0, & v_W \leq v_{in} \text{ 或者 } v_W \geq v_{out} \\ \frac{v_W^3 - v_{in}^3}{v_R^3 - v_{in}^3} P_R, & v_{in} \leq v_W \leq v_{out} \\ P_R, & v_W \geq v_R \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $v_W$  为风速;  $v_{in} = 3.5 \text{ m/s}$ 、 $v_{out} = 25 \text{ m/s}$ 、 $v_R = 13 \text{ m/s}$  分别为风机启动、切出和额定风速;  $P_R$  为风电场装机容量。

系统负荷采用恒功率因数模型, 负荷中的有功功率服从正态分布, 详细参数如表 1 所示。

表 1 负荷参数

Tab. 1 Parameters of loads

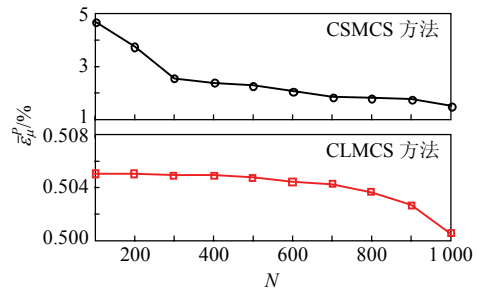
节点号	有功均值/pu	有功标准差/pu	功率因数
2	0.2170	0.090	0.863
3	0.9420	0.100	0.980
4	0.4780	0.110	0.310
5	0.0760	0.050	0.979
6	0.1120	0.060	0.831
9	0.2948	0.100	0.871
10	0.0900	0.100	0.841
11	0.0350	0.095	0.890
12	0.0610	0.076	0.967
13	0.1350	0.105	0.920
14	0.1490	0.086	0.948

整个系统被分为 2 个区域, 区域 1 包括节点 1—6, 区域 2 包括节点 7—14, 同一区域内的负荷具有相关性, 不在同一区域内的负荷相互独立, 其相关系数矩阵(按负荷节点号从小到大排列)为

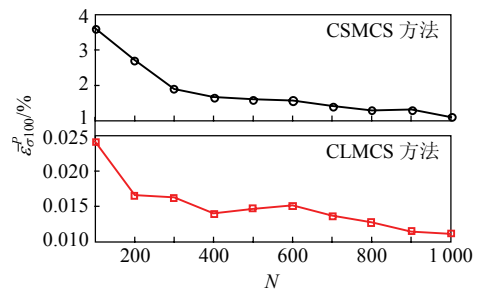
$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & 1.0 & 0.7 & 0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 1.0 & 0.5 & 0.6 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 & 1.0 & 0.9 \\ 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 1.0 & 0.7 & 0.6 & 0.8 & 0.5 \\ 0.8 & 0.7 & 1.0 & 0.5 & 0.6 & 0.5 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 & 1.0 & 0.9 & 0.6 \\ 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 1.0 & 0.6 \\ 0.4 & 0.5 & 0.5 & 0.6 & 0.6 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

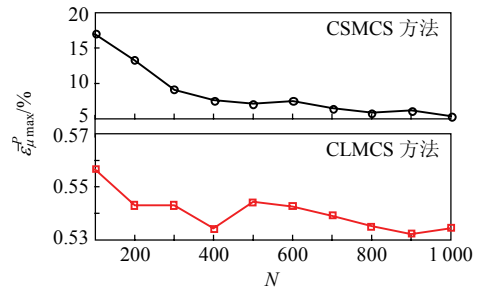
图 2、3 表示支路注入有功功率的误差变化趋



(a) CLMCS 与 CSMCS 的  $\bar{\varepsilon}_{\mu}^p$  特性比较



(b) CLMCS 与 CSMCS 的  $\bar{\varepsilon}_{\sigma 100}^p$  特性比较



(c) CLMCS 与 CSMCS 的  $\bar{\varepsilon}_{\mu \max}^p$  特性比较

图 2 CLMCS 与 CSMCS 的  $\bar{\varepsilon}_{\mu}^{P_{ij}}$  误差特性比较

Fig. 2 Error curves comparisons of CLMCS and CSMCS ( $\bar{\varepsilon}_{\mu}^{P_{ij}}$ , IEEE 14-bus system)

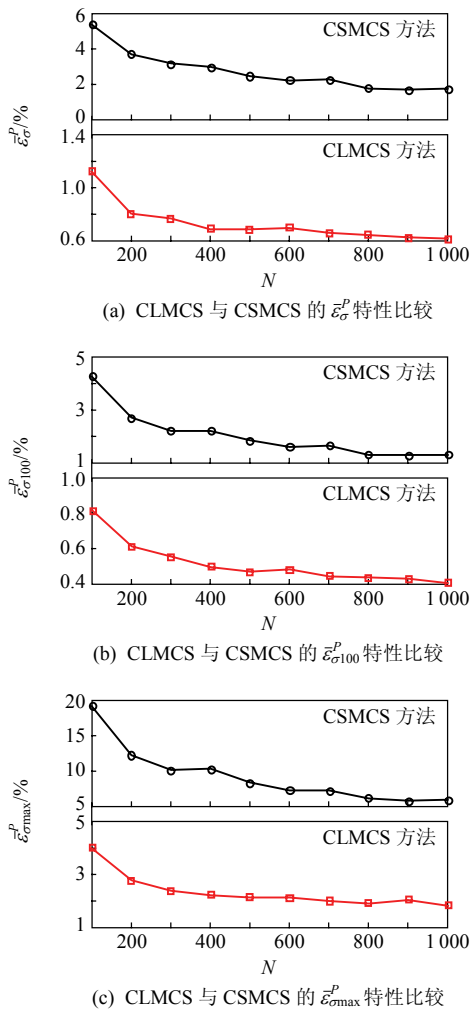


图 3 CLMCS 与 CSMCS 的  $\bar{\varepsilon}_{\sigma^{ij}}^p$  误差特性比较

Fig. 3 Error curves comparisons of CLMCS and CSMCS ( $\bar{\varepsilon}_{\sigma^{ij}}^p$ , IEEE 14-bus system)

势，图中  $N$  表示采样规模。其他类型输出随机变量的误差变化趋势与支路注入有功功率误差变化趋势类似。

分别用采样规模为 500 次的 CLMCS 方法和 CSMCS 方法进行计算，所得的误差结果如表 2 所示(CLMCS、CSMCS 均运行 100 次)。

用 CLMCS 很容易得到输出随机变量的概率分布。选取 IEEE 14 节点系统中支路 2-3 的注入无功功率作为考察对象，用 500 次采样的 CLMCS 方法和 30000 次采样的 CSMCS 方法得到的支路 2-3 的注入无功概率分布如图 4 所示。图中： $p_{df}$  与  $c_{df}$  分别表示概率密度函数和累积分布函数的取值； $Q_{ij}$  表示注入的无功功率。

2) IEEE 118 节点系统。

假设 2 个规格相同、装机容量为 0.8 pu 的风电

表 2 IEEE 14 节点系统的 2 种方法误差比较( $N=500$ )

Tab. 2 Error comparisons of two methods for IEEE 14-bus system ( $N=500$ )

方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^U/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^U/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.0168	0.0139	0.00096	1.760	0.495	0.358
CSMCS	0.1680	0.0531	0.03720	5.922	1.762	1.321

方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^{\theta}/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^{\theta}/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.437	0.378	0.0197	2.582	0.769	0.537
CSMCS	4.187	1.351	0.9850	9.063	2.502	1.987

方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^{P_{ij}}/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^{P_{ij}}/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.544	0.504	0.0147	2.117	0.689	0.468
CSMCS	7.039	2.263	1.5920	8.357	2.444	1.837

方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^{Q_{ij}}/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^{Q_{ij}}/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.513	0.405	0.0466	3.010	0.848	0.641
CSMCS	8.277	2.192	1.6780	9.044	2.702	2.041

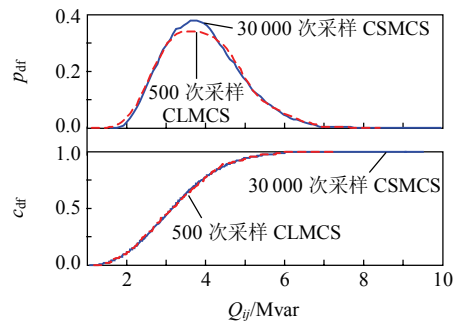


图 4 支路 2-3 的注入无功概率分布

Fig. 4 Probabilistic distribution reactive power load flow in line 2-3

场接入节点 59，风电场其余参数设置与上例一致。系统负荷均服从正态分布，详细参数参见文献[8]。分别用 CLMCS 和 CSMCS 方法进行测试，结果如表 3 所示(CLMCS、CSMCS 均运行 100 次)。

在主频为 3.0 GHz 的 Intel 双核计算机上，采样规模为 500 次，2 种方法各耗费的时间如表 4 所示。

CLMCS、CSMCS 耗费的时间主要由潮流计算时间和样本生成时间组成，其主要决定因素是采样的规模。因为 CLMCS 方法要求解顺序矩阵，所以在相同采样规模下，CLMCS 方法耗费的时间要比 CSMCS 方法多。一般说来，CLMCS 在 1000 次采样以内就能够得到相当高的精度。

表3 IEEE 118节点系统2种方法的误差比较(N=500)

Tab. 3 Error comparisons of two methods for IEEE 118-bus system (N=500)

方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^U/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^U/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	$4.03 \times 10^{-4}$	$2.34 \times 10^{-4}$	$5.45 \times 10^{-5}$	0.96	0.374	0.204
CSMCS	$7.25 \times 10^{-3}$	$2.06 \times 10^{-3}$	$1.61 \times 10^{-3}$	6.94	1.740	1.360
方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^O/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^O/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.0821	0.0796	$1.13 \times 10^{-3}$	1.66	0.731	0.382
CSMCS	2.6400	0.7700	0.58	8.89	2.610	2.050
方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^P/\%$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^P/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.16	0.147	$3.71 \times 10^{-3}$	1.41	0.544	0.316
CSMCS	6.61	1.990	1.49	8.10	2.340	1.770
方法	$\bar{\varepsilon}_{\mu}^{Q_s}/\% \text{ s}$			$\bar{\varepsilon}_{\sigma}^{Q_s}/\%$		
	平均最大值	均值	标准差	平均最大值	均值	标准差
CLMCS	0.18	0.126	0.0357	2.22	0.80	0.494
CSMCS	4.18	1.200	0.8900	10.03	2.74	2.080

表4 IEEE 118节点系统的计算时间对比(N=500)

Tab. 4 Computational time comparisons of IEEE 118-bus system (N=500)

方法	CLMCS	CSMCS
计算时间/s	23.0	16.1

## 2.2 仿真结果分析

分析以上2个算例的仿真结果可以得到以下结论:

1) 由图2、3的误差曲线和表2、3可以看出,在相同采样规模的情况下,无论是精确度还是收敛的稳定性,CLMCS方法均优于CSMCS方法。

2) 从计算时间上来说,CLMCS方法略微长些。但在获得同等精度的情况下,CLMCS方法的耗时则远远小于CSMCS方法,并且CLMCS也能给出输出随机变量的全面统计信息。

## 3 结论

针对目前所提出的概率潮流计算方法不能同时满足能够处理输入随机变量相关性和给出输出随机变量概率分布等不足,本文提出了一种可处理输入随机变量相关性的基于LHS采样的Monte Carlo概率潮流计算方法。该方法具有以下特点:

1) 能给出输出随机变量的全面信息; 2) 能处理输入随机变量的相关性,且不受输入随机变量的概率分布类型的约束; 3) 实现简单、精度高; 4) 在相

同精度下,相比于随机采样的Monte Carlo方法可以大大减少计算耗时。本文提出的方法可以用于分析风电等可再生能源大规模接入电网后带来的潮流随机波动特性,具有较好的工程应用前景。

## 参考文献

- [1] Borkowska B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1974, PAS-93(3): 752-759.
- [2] Leite da Silva A M, Arienti V L. Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1984, PAS-103(6): 1524-1530.
- [3] Leite da Silva A M, Arienti V L. Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm[J]. IEEE Proceedings: Generation, Transmission & Distribution, 1990, 137(4): 276-282.
- [4] 于晗, 钟志勇, 黄杰波, 等. 采用拉丁超立方采样的电力系统概率潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(21): 32-36.  
Yu Han, Zhong Zhiyong, Huang Jiebo, et al. A probabilistic load flow calculation method with Latin hypercube sampling[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(21): 32-36(in Chinese).
- [5] Yu H, Chung C Y, Wong K P, et al. Probabilistic load flow evaluation with hybrid Latin hypercube sampling and cholesky decomposition[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(2): 661-667.
- [6] 丁明, 李生虎, 黄凯. 基于蒙特卡罗模拟的概率潮流计算[J]. 电网技术, 2001, 25(11): 10-15.  
Ding Ming, Li Shenghu, Huang Kai. Probabilistic load flow analysis based on Monte-Carlo simulation[J]. Power System Technology, 2001, 25(11): 10-15(in Chinese).
- [7] Mori H, Jiang Wenjun. A new probabilistic load flow method using MCMC in consideration of nodal load correlation[C]//International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems. Curitiba: IEEE, 2009: 1-6.
- [8] Morales J M, Baringo L, Conejo A J, et al. Probabilistic power flow with correlated wind sources[J]. Generation, Transmission & Distribution, IET, 2010, 4(5): 641-651.
- [9] Chun-Lien S. Probabilistic load-flow computation using point estimate method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(4): 1843-1851.
- [10] Morales J M, Perez-Ruiz J. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(4): 1594-1601.
- [11] Caramia P, Carpinelli G, Varilone P. Point estimate

- schemes for probabilistic three-phase load flow[J]. Electric Power Systems Research, 2010, 80(2): 168-175.
- [12] Allan R N, Silva da A M L, Burchett R C. Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981, PAS-100(5): 2539-2546.
- [13] Sanabria L A, Dillon T S. Stochastic power flow using cumulants and Von Mises functions[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 1986, 8(1): 47-60.
- [14] 胡泽春, 王锡凡, 张显, 等. 考虑线路故障的随机潮流[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(24): 26-33.  
Hu Zechun, Wang Xifan, Zhang Xian, et al. Probabilistic load flow method considering branch outages[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(24): 26-33(in Chinese).
- [15] Tian W D, Sutanto D, Lee Y B, et al. Cumulant based probabilistic power system simulation using Laguerre polynomials[J]. IEEE Transactions on Energy conversion, 1989, 4(4): 567-574.
- [16] Pei Z, Lee S T. Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(1): 676-682.
- [17] Usaola J. Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish-Fisher expansion[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2009, 31(9): 474-481.
- [18] Usaola J. Probabilistic load flow with correlated wind power injections[J]. Electric Power Systems Research, 2010, 80(5): 528-536.
- [19] Usaola J. Probabilistic load flow in systems with wind generation[J]. Generation, Transmission & Distribution, IET, 2009, 3(12): 1031-1041.
- [20] Madrigal M, Ponnambalam K, Quintana V H. Probabilistic optimal power flow[C]//IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Waterloo: IEEE, 1998: 385-388.
- [21] McKay M D, Beckman R J, Conover W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239-245.
- [22] Iman R L. Uncertainty and sensitivity analysis for computer modeling applications[C]//Proceedings of the Winter Annual Meeting of ASME. Anaheim: ASME, 1992: 153-168.
- [23] Yang I T. Distribution-free Monte Carlo simulation: premise and refinement[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2008, 134(5): 352-360.
- [24] 向东进, 李宏伟, 刘小雅. 实用多元统计分析[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 2005: 25.  
Xiang Dongjin, Li Hongwei, Liu Xiaoya. Applied multivariable statistical analysis[M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 2005: 25(in Chinese).
- [25] Der Kiureghian A, Asce M, Liu P L. Structural reliability under incomplete probability information[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1986, 112(1): 85-104.
- [26] Liu P L, Der Kiureghian A. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 1986, 1(2): 105-112.
- [27] Miguel S. Large sample properties of simulations using Latin hypercube sampling[J]. Technometrics, 1987, 29(2): 143-151.
- [28] Allan R N, Al-Shakarchi M R G. Probabilistic techniques in AC load-flow analysis[J]. IEE Proceedings: Generation, Transmission & Distribution, 1977, 124(2): 154-160.



陈雁

收稿日期: 2011-02-16.

作者简介:

陈雁(1983), 男, 博士研究生, 研究领域为电力系统优化、运行与控制, Ychen\_hust@163.com;

文劲宇(1970), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为智能电网运行与控制、大规模风电接入和储能技术等;

程时杰(1945), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为电力系统运行与控制、人工智能、低压电力载波通讯等。

(责任编辑 谷子)