

一种新型拓扑结构的电阻层析成像有限元模型

肖理庆¹, 王化祥¹, 韩成春²

- (1. 天津大学电气与自动化工程学院, 天津市 南开区 300072;
2. 徐州工程学院信电工程学院, 江苏省 徐州市 221111)

A New Topology Structure Finite Element Model of Electrical Resistance Tomography System

XIAO Liqing¹, WANG Huaxiang¹, HAN Chengchun²

(1. School of Electrical Engineering & Automation, Tianjin University, Nankai District, Tianjin 300072, China;

2. Department of Information & Electrical Engineering, Xuzhou Institute of Technology, Xuzhou 221111, Jiangsu Province, China)

ABSTRACT: In order to improve the calculation accuracy of electrical resistance tomography system and simulate the distribution of current lines in the sensing field, a new topology structure finite element model was designed. Experimental results show that, under the same condition, comparing to the other models, it effectively improves the quality of triangle finite element which deduces shape error and is benefit to smooth transition of field vector. In addition, it also reduces root mean square and improves the accuracy of the forward problem in electrical resistance tomography, and hence, improves the performance of evolution of different typical flow regime.

KEY WORDS: electrical resistance tomography (ERT); finite element; sensing field; topology structure; shape error

摘要: 为了提高电阻层析成像有限元计算精度, 模拟相邻激励模式下敏感场内电流线的分布密度与分布形式, 设计了一种新型拓扑结构的有限元模型。仿真与实际实验结果表明: 相同实验条件下, 新型拓扑结构的有限元模型与其他模型相比, 提高了三角形有限元的质量, 从而降低了有限元的形状误差, 更有利于场域中场矢量变化的平稳过渡; 降低了敏感场均匀分布时模型均方根值, 提高了电阻层析成像正问题的计算精度; 提高了对不同典型流型的反演效果。

关键词: 电阻层析成像; 有限元; 敏感场; 拓扑结构; 形状误差

基金项目: 国家自然科学基金项目(60820106002, 60532020, 50937005); “青蓝工程”; 天津市自然科学基金项目(11JCYBJC06900)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (60820106002, 60532020, 50937005); “Qing Lan Project”; Natural Science Foundation of Tianjin Municipal Science and Technology Commission (11JCYBJC06900).

0 引言

由医学计算机层析成像 (computerized tomography, CT) 技术移植而来的过程层析成像技术主要包括: 电容层析成像 (electrical capacitance tomography, ECT)^[1]、电阻层析成像 (electrical resistance tomography, ERT)^[2-3]、电磁层析成像 (electromagnetic tomography, EMT)^[4-5]、电阻抗层析成像 (electrical impedance tomography, EIT)^[6-7] 等, 目前已在流化、床内物料分布、气力输送、分离器的气/固两相流及燃烧火焰测量等可视化监测中获得实验应用^[8-14]。为了满足应用于实际系统的精度要求与实时性要求, 各国学者在传感器结构的优化设计、图像重建算法等方面做了大量的工作^[15-19]。

文献[20]为了提高 ERT 正问题计算精度, 针对 ERT 中广泛采用的 16 电极相邻激励模式以及三角形有限元划分方法, 讨论了不同因素对 ERT 有限元仿真不确定度的影响, 并指出通过调整有限元节点分布, 使之与场域内电流线分布密度一致, 可有效提高有限元计算精度。本文不仅模拟了场域内电流线分布密度, 同时考虑到电流线的分布形式, 设计了一种新型拓扑结构的有限元模型。

1 ERT 数学描述

1.1 正问题

电阻层析成像技术是一种基于电阻传感机制的层析成像技术, 通过测量电阻率分布而获得多相介质分布。实际上它是电阻抗层析成像技术的一种简化情况, 即只利用了实部信息。

假定 ERT 敏感场内部没有电流源，则根据 Maxwell 方程，ERT 传感器的敏感场可以描述为：

在 Ω 内部

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \Phi = 0 \tag{1}$$

边界条件

$$\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial n} |_{\partial \Omega} = j \tag{2}$$

$$\Phi |_{\partial \Omega} = u_j^0 \tag{3}$$

式中： $\nabla \cdot$ 和 ∇ 分别为散度和梯度算子； Ω 为物体所在的空间区域； σ 为待定的电导率分布； $\partial \Omega$ 为其边界； Φ 为未知电势分布函数； j 为边界电流密度分布函数； u_j^0 为相应的边界电势分布函数； n 为边界外法线方向。

当场域内电导率分布 σ 为已知时，由式(1)、(2)求场域的电势分布函数 Φ 是熟知的 Neumann 问题，或由式(1)、(3)求场域的电势分布函数 Φ 是熟知的 Dirichlet 问题，两者都称为 ERT 正问题，它们的解在 Hadmard 意义下是适定的。

1.2 反问题

ERT 反问题是由测量到的边界电压利用图像重建算法求取被测场域内电导率分布的过程，即图像重建过程，是 ERT 技术的关键。目前图像重建算法已有几十种，各种算法在计算时间、反演精度等方面各有优缺点^[21-22]。其中比较常见的重建算法多为基于灵敏度理论的方法，包括灵敏度系数法、Landweber 迭代法及牛顿-拉夫逊算法等。由于灵敏度系数法采取一步成像，图像重建质量不理想。Landweber 迭代法本质是用线性函数去近似目标函数，精度较灵敏度系数法更高，但收敛速度较牛顿-拉夫逊算法慢。而牛顿-拉夫逊算法是公认的理论较为完善、实际应用效果较好的迭代算法。

2 有限元模型

如图 1 所示 3 种有限元模型，模型 1 为传统常见有限元模型，为均匀分布形式，模型 2 为文献[20]提出的能有效提高有限元计算精度、非均匀分布的有限元模型，模型 3 为本文模拟相邻激励模式下敏感场内电流线的分布密度与分布形式(如图 2^[23])所示设计的有限元模型。

当通过 1 号与 2 号(或 2 号与 3 号)电极施加激励电流时，敏感场内电流线的分布如图 2 所示，电

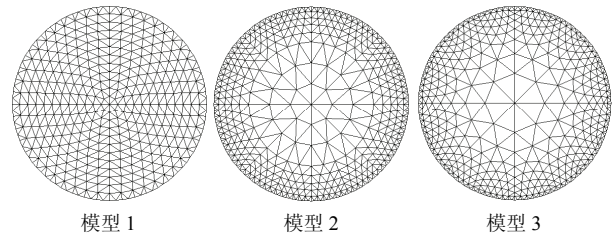


图 1 有限元模型示意图

Fig. 1 Pictorial diagram of ERT finite element model

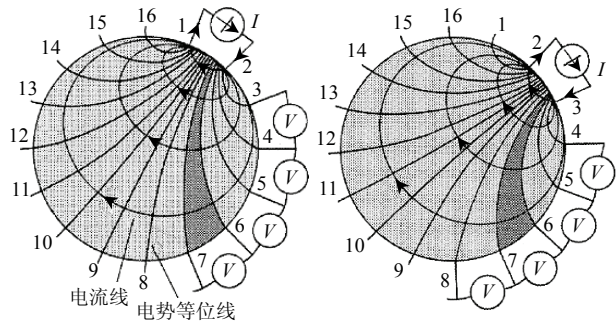


图 2 敏感场内电流线分布

Fig. 2 Distribution of current lines in the sensing field

流密度在 1 号与 2 号(或 2 号与 3 号)电极之间最高，并且以距离的函数向外迅速衰减^[23]。

3 仿真实验与分析

3.1 仿真实验条件

仿真实验环境为 Pentium M 1.60 GHz CPU, 760 M RAM, Matlab 7.0 版本。电极数目 $n=16$ ，电极所对圆心角 $\Delta=5.625^\circ$ ，管道半径 $R=100.0$ cm，均匀场域分布时介质电导率 $\sigma=1.000$ mS/m，两相流分布时介质电导率分别为 $\sigma_1=0.756$ 、 $\sigma_2=36.000$ mS/m (模拟含有一定浓度盐离子的地层水)，电流强度 $I=1.000$ mA，数据采集采取相邻激励模式。

3.2 关于有限元质量的讨论

离散化误差作为有限元模型误差的主要来源，包含有限元类型误差、有限元尺寸误差以及有限元形状误差三部分，而提高有限元质量可有效降低有限元形状误差^[24]。另外，通常认为，有限元质量越高，越有利于场域中场矢量变化的平稳过渡。

目前比较流行的 ERT 有限元模型采用三节点三角形有限元，而三角形有限元质量一般用三角形的形状因子^[24-25]来描述，其定义为

$$\alpha = 2r/R, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \tag{4}$$

式中： r 与 R 分别表示三角形内切圆半径和外接圆半径； α 值越大表明三角形有限元质量越高。为了

便于计算, 本文采用如下 2 个式子表示三角形有限元质量:

$$\beta = \frac{(a+b-c) \times (a+c-b) \times (b+c-a)}{abc} \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{4\sqrt{3}s}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (6)$$

式中: $0 \leq \beta \leq 1$; $0 \leq \gamma \leq 1$; a 、 b 、 c 为三角形边长; s 为三角形面积。 β 与 γ 越大, 有限元质量越高^[24-25]。3 种不同拓扑结构的有限元模型有限元质量如表 1 所示。

表 1 不同拓扑结构模型有限元质量比较

Tab. 1 Comparison of quality between finite element models of different topology structures

模型类型	有限元数目	$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$
模型 1	408	0.812	0.825
	808	0.832	0.844
	1 336	0.843	0.855
	1 992	0.851	0.861
	2 776	0.856	0.866
模型 2	464	0.819	0.846
	880	0.892	0.912
	1 424	0.911	0.926
	2 096	0.912	0.925
	2 896	0.908	0.919
模型 3	464	0.846	0.870
	880	0.920	0.935
	1 424	0.942	0.951
	2 096	0.945	0.950
	2 896	0.942	0.946

由表 1 可知, 在相同或同一数量等级有限元数目情况下, 模型 3 有限元质量最高, 对应其有限元形状误差最小, 最有利于场域中场矢量变化的平稳过渡。

3.3 关于模型均方根值的讨论

为了衡量有限元计算精度, 常采用均方根 S ^[26] 表示:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\Phi_{FEM} - \Phi_{Theory}}{\Phi_{Theory}} \right)^2} \times 100\% \quad (7)$$

式中: n 为电极数目; Φ_{FEM} 为有限元仿真结果; Φ_{Theory} 为理论计算结果。在二维场域均匀分布时, Φ_{Theory} 可按如下式子^[26]进行计算:

$$\varphi(\rho, \theta) = \frac{2I}{\Delta\sigma\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\rho}{R} \right)^n \frac{1}{n^2} \sin(n\Delta/2) [\cos n(\theta - \theta_2) - \cos n(\theta - \theta_1)] \quad (8)$$

式中: I 为激励电流强度; R 为敏感场场域半径; σ 为场内介质电导率; θ 为极角; ρ 为极径; Δ 为电极所对圆心角; θ_2 、 θ_1 分别为注入电流电极、引出电流电极与坐标轴正实轴所成夹角。3 种模型有限元数目分别为 808、880、880, 其他实验条件不变, 仿真实验结果如图 3、表 2 所示。其中 A、B 分别表示包含与不包含激励电极所在节点的情况。由图 3、表 2 可知, 在二维场域均匀分布时, 若不包含激励电极所在节点, 3 种模型均方根值均有不同程度的降低, 且 2 种情况下, 模型 3 均方根值均为最小。

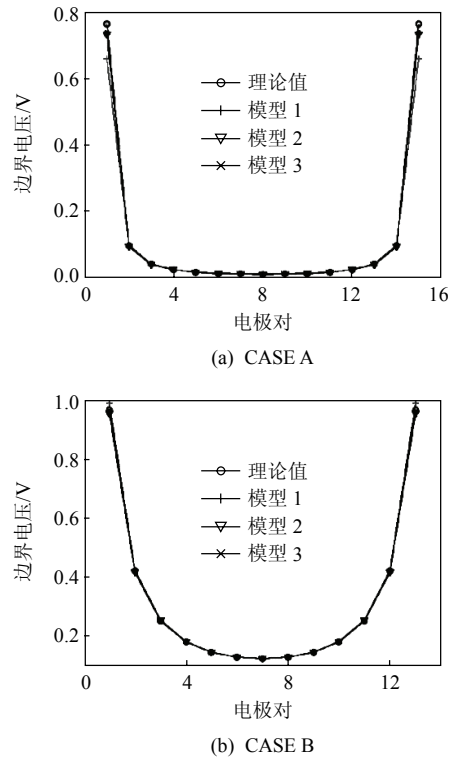


图 3 二维均匀敏感场边界电压 U 型曲线
Fig. 3 U-curve of boundary voltage in 2D uniform sensing field

表 2 敏感场均匀分布时不同模型均方根值比较

Tab. 2 Comparison of root mean square between finite element models of different topology structures

模型类型	$S/\%$	
	CASE A	CASE B
模型 1	4.989	0.916
模型 2	1.670	0.821
模型 3	1.446	0.800

3.4 对典型流型反演效果的讨论

为了验证 3 种不同拓扑结构的有限元模型对典型流型的反演效果，现利用细化后模型 1 计算 ERT 正问题，获取边界电压，其他仿真实验条件不变，图像重建算法选取修正的牛顿-拉夫逊类算法，误差函数见式(9)：

$$e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (V_{\text{era}}(i) - V(i)^2) \quad (9)$$

式中： V 为由细化后模型测得的边界电压； N 为有效电压数目； V_{era} 表示当前迭代次数时牛顿-拉夫逊类算法输出的边界电压，最大迭代次数为 200。设置的典型流型、模型最优反演结果及在最优值附近算法收敛曲线如表 3、图 4、5 所示。

由表 3、图 4、5 可知，对几种典型流型，模型 3 反演效果最理想。这不仅因为模型 3 有限元质量最高、形状误差最小，且在仿真实验中发现，按照 Isaacson 和 Gisser 等人给出的空间分辨能力的计算方法，模型 3 的空间分辨能力最高；同时，在矩阵维数相同的情况下，模型 3 总体刚度矩阵条件数最小，这都有利于提高图像重建效果。

表 3 不同模型对典型流型反演误差比较

Tab. 3 Comparison of revolution error between different models for typical flow regime

流型类型	模型 1	模型 2	模型 3
层状流	0.004	0.003	0.001
中心流	0.001	4.330×10^{-5}	1.399×10^{-7}
环状流	0.071	0.074	0.028
泡状流 1	0.001	3.785×10^{-4}	1.341×10^{-4}
泡状流 2	0.033	0.013	0.009
泡状流 3	0.060	0.007	0.002

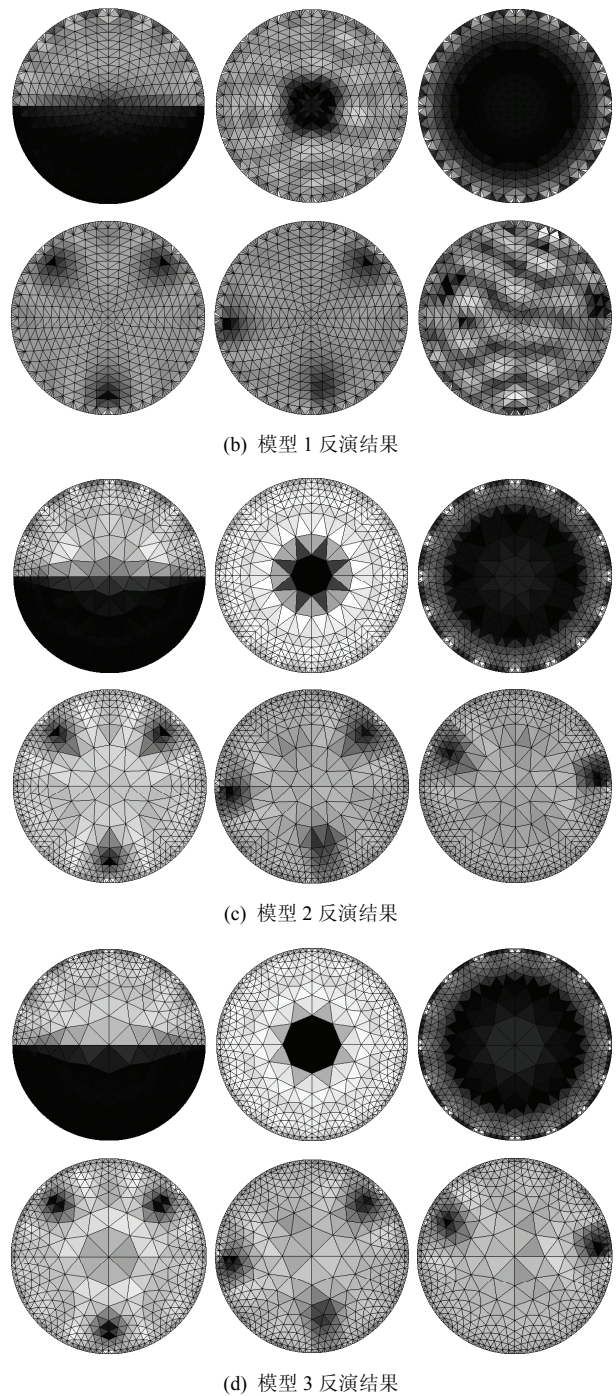
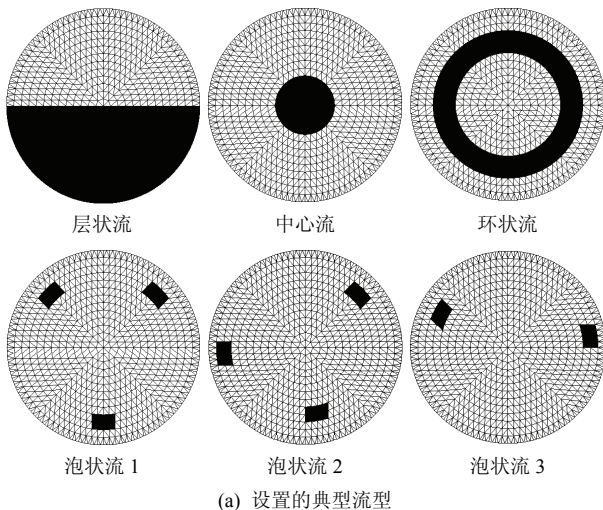


图 4 设置典型流型及各模型反演结果

Fig. 4 Typical flow regime and revolution results of different models

4 实际实验与分析

为进一步验证新型拓扑结构有限元模型的性能，利用天津大学电气与自动化工程学院自制的 ERT 系统获取实际实验数据，如图 6 所示。该系统电源为 110~220 VAC，扫描频率为 10 kHz~1 MHz，测量信噪比为 60 dB(具体计算公式如式(10)所示)，

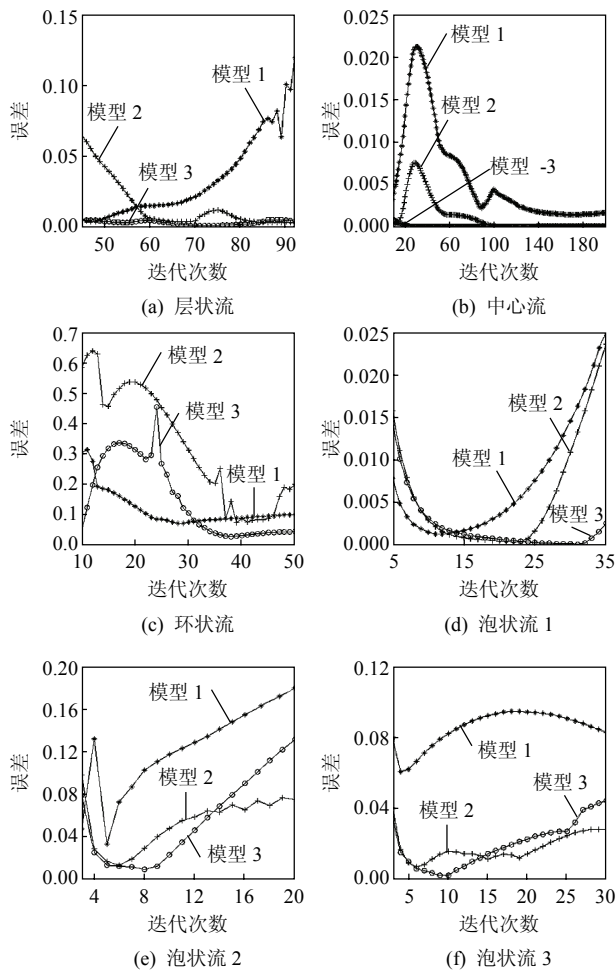


图5 对典型流型各个模型收敛曲线

Fig. 5 Convergence curves of different models for typical flow regime

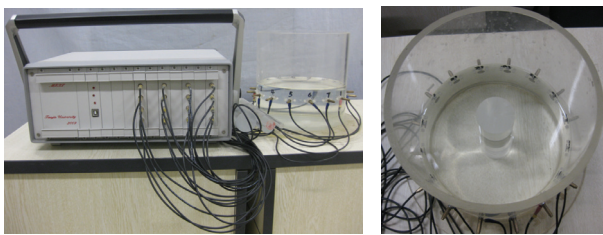


图6 ERT 系统与实际流型

Fig. 6 ERT system and actual flow regime

数据采集速度为 120 帧/s, 各种模型重建结果如图 7 所示。

$$S_{NR} = 10 \log_{10} \frac{\sum_{l=1}^L [\delta(l)]^2}{\sum_{l=1}^L [\delta(l) - \bar{\delta}]^2} \quad (10)$$

式中 $\delta(l)$ 与 $\bar{\delta}$ 分别表示测量电导率及电导率的平均值。

由图 7 可知, 针对实际设置的流型, 相同实验

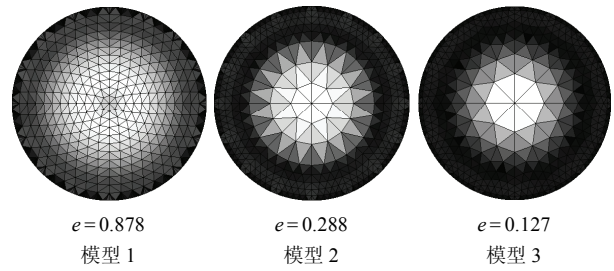


图7 不同模型对实际流型反演效果比较

Fig. 7 Comparison of revolution error between different models for actual flow regime

条件下, 模型 3 反演效果最理想。

5 结论

本文针对 ERT16 电极相邻激励模式及三角形有限元划分方法, 模拟敏感场内电流线的分布密度与分布形式, 提出一种新型拓扑结构的有限元模型。仿真与实际实验结果表明, 与传统模型相比, 新型模型具有以下优点:

- 1) 三角形有限元质量高(见表 1);
- 2) 敏感场均匀分布时模型均方根值小(见表 2、图 3);
- 3) 对不同的典型流型反演效果最理想(见图 4、5、7、表 3)。

参考文献

- [1] Yang W Q, York T A. New AC-based capacitance tomography system[J]. IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology, 1999, 146(1): 47-53.
- [2] West Robert M, Jia Xiaodong, Williams Richard A. Quantification of solid-liquid mixing using electrical resistance and positron emission tomography[J]. Chemical Engineering Communications, 1999, 175(3): 71-97.
- [3] Ricard F, Brechtelsbauer C, Xu X Y, et al. Monitoring of multiphase pharmaceutical processes using electrical resistance tomography[J]. Chemical Engineering Research & Design, 2005, 83(A7): 794-805.
- [4] Ma X, Peyton A J, Higson S R, et al. Hardware and software design for an electromagnetic induction tomography (EMT) system for high contrast metal process applications[J]. Measurement Science & Technology, 2006, 17(1): 111-118.
- [5] Yin W, Peyton A J. A planar EMT system for the detection of faults on thin metallic plates[J]. Measurement Science & Technology, 2006, 17(8): 2130-2135.
- [6] Brown B H. Medical impedance tomography and process

- impedance tomography: a brief review[J]. Measurement Science & Technology, 2001, 12(8): 991-996.
- [7] Nahvi M, Hoyle B S. Wideband electrical impedance tomography[J]. Measurement Science & Technology, 2008, 19(9): 1-9.
- [8] 陈琪, 刘石. 电容层析成像对火焰的介电感应机制及实验验证[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(26): 56-62. Chen Qi, Liu Shi. Study on dielectric induction of electrical capacitance tomography on flame and experimental validation[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(26): 56-62(in Chinese).
- [9] 姜凡, 刘靖, 刘石, 等. 电容层析成像技术应用于冰水两相测试研究[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(5): 49-53. Jiang Fan, Liu Jing, Liu Shi, et al. Measurement of ice-water two phase using electrical capacitance tomography[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(5): 49-53(in Chinese).
- [10] 陈琪, 刘石. 多孔介质内燃烧的电容层析成像可视化测量及数值分析[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(29): 62-67. Chen Qi, Liu Shi. Electrical capacitance tomography visualization and numerical analysis of combustion in porous media[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(29): 62-67(in Chinese).
- [11] 杜运成, 王化祥. 基于电容层析成像的气液两相流型聚类分析[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(29): 72-76. Du Yuncheng, Wang Huaxiang. Cluster analysis of gas/liquid two phase flow regime based on electrical capacitance tomography[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(29): 72-76(in Chinese).
- [12] 孙猛, 刘石, 雷兢, 等. 利用电容层析成像测量稀疏气固两相流动[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(8): 29-33. Sun Meng, Liu Shi, Lei Jing, et al. Measurement of thin gas/solids flow using electrical capacitance tomography [J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(8): 29-33(in Chinese).
- [13] 李惊涛, 肖海平, 董向元, 等. 脉动热管内微尺度两相流的电容层析成像测量[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(17): 103-107. Li Jingtao, Xiao Haiping, Dong Xiangyuan, et al. Measurement of micro-scale two-phase flow in a pulsating heat pipe using electrical capacitance tomography[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(17): 103-107(in Chinese).
- [14] 杨道业, 周宾, 许传龙, 等. 气力输送电容层析成像在线标定方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(14): 31-35. Yang Daoye, Zhou Bin, Xu Chuanlong, et al. Online calibration of electrical capacitance tomography applied in pneumatic conveying[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(14): 31-35(in Chinese).
- [15] 董向元, 刘石, 李惊涛, 等. 基于均匀设计和最小二乘支持向量机的电容层析成像传感器优化设计[J]. 应用基础与工程科学学报, 2006, 14(3): 396-402. Dong Xiangyuan, Liu Shi, Li Jingtao, et al. The optimizing design of capacitance tomography sensors based on uniform design and LS-SVM[J]. Journal of basic science and engineering, 2006, 14(3): 396-402(in Chinese).
- [16] 江鹏, 彭黎辉, 陆耿, 等. 基于贝叶斯理论的电容层析成像图像重建迭代算法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(11): 65-71. Jiang Peng, Peng Lihui, Lu Geng, et al. Iterative image reconstruction algorithm based on bayesian theorem for electrical capacitance tomography[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(11): 65-71(in Chinese).
- [17] 王化祥, 唐磊, 崔自强. 油/气两相流高速电容层析成像可视化系统[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(5): 61-65. Wang Huaxiang, Tang Lei, Cui Ziqiang. A high-speed ECT visualization system for oil/gas two-phase flow[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(5): 61-65(in Chinese).
- [18] 崔自强, 王化祥, 许燕斌, 等. 双截面电阻层析成像系统设计[J]. 天津大学学报, 2010, 43(2): 115-120. Cui Ziqiang, Wang Huaxiang, Xu Yanbin, et al. Design of twin-plane electrical resistance tomography system[J]. Journal of Tianjin University, 2010, 43(2): 115-120(in Chinese).
- [19] 张立峰, 王化祥. 基于小波神经网络的电容层析成像图像重建算法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(35): 39-43. Zhang Lifeng, Wang Huaxiang. Image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography based on wavelet neural networks[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(35): 39-43(in Chinese).
- [20] 肖理庆, 邵晓根, 王琳琳, 等. 电阻层析成像有限元仿真模型分析与设计[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(2): 354-360. Xiao Liqing, Shao Xiaogen, Wang Linlin, et al. Analysis and design of finite element models used in electrical resistance tomography[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(2): 354-360(in Chinese).
- [21] 魏颖, 赵进创, 王师, 等. 基于 RBF 神经网络的电阻层析成像算法的研究[J]. 仪器仪表学报, 2001, 22(4): 369-371. Wei Ying, Zhao Jinchuang, Wang Shi, et al. Research of the image reconstruction algorithm for electrical

- tomography based on RBF neural net work[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2001, 22(4): 369-371(in Chinese).
- [22] 肖理庆, 邵晓根, 李子龙, 等. 基于遗传算法的组合 ERT 图像重建算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(2): 305-311.
- Xiao Liqing, Shao Xiaogen, Li Zilong, et al. Research on a hybrid ERT image reconstruction algorithm based on GA[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(2): 305-311(in Chinese).
- [23] 何为, 罗辞勇, 徐征, 等. 电阻抗成像原理[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 100-106.
- He Wei, Luo Ciyong, Xu Zheng, et al. Principle of electrical impedance tomography[M]. Beijing: Science Press, 2009: 100-106(in Chinese).
- [24] Lo S H. A new mesh generation scheme for arbitrary planar domains[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1985, 21(8): 1403-1426.
- [25] 程世才, 林国成, 王永洁. 二维有限元网格全自动生成方法——AFM 法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1995, 27(4): 103-107.
- Cheng Shicai, Lin Guocheng, Wang Yongjie. A fully automatic mesh generation scheme for 2-DIM finite element method-AFM approach[J]. Journal of Harbin Institute of technology, 1995, 27(4): 103-107(in Chinese).

- [26] Artola J. A study on EIT reconstruction algorithms[D]. New York: University of New York, 1994: 25-33.



肖理庆

收稿日期: 2010-10-28。

作者简介:

肖理庆(1981), 男, 博士, 讲师, 主要从事多相流检测及电学层析成像技术方面的研究工作, lqx1981@tju.edu.cn;



王化祥

王化祥(1945), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为过程层析成像技术、传感技术及信处理, hxwang@tju.edu.cn;



韩成春

韩成春(1971), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为三维图像测量技术, han_chengchun@163.com。

(责任编辑 车德竞)