

文章编号:0253-9993(2012)06-0936-08

# 改进的岩石非线性黏弹塑性蠕变模型及其 硬化黏滞系数的修正

高赛红<sup>1,2</sup>, 曹平<sup>1</sup>, 汪胜莲<sup>2</sup>, 蒲成志<sup>1</sup>

(1. 中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 江西理工大学 应用科学学院, 江西 赣州 341000)

**摘要:**基于蠕变过程中的硬化-损伤机制,在对江西东乡铜矿砂质页岩单轴循环加卸载蠕变试验数据分析过程中,提出硬化-损伤效应的时效机制,并基于此对高应力条件下衰减蠕变阶段的黏滞系数(硬化黏滞系数)进行修正;结合定常蠕变阶段的损伤蠕变机制,提出高应力条件下岩石损伤效应的累积-扩散机理,并据此引入以累积损伤蠕变量为判定准则的加速蠕变触发模型(非线性蠕变体)描述岩石的不稳定蠕变特征。在此基础上,引入瞬时塑性元件,与虎克体和黏弹塑性体串联,建立了一个能够完整描述岩石蠕变全过程的非线性黏弹塑性蠕变模型。试验曲线与模型曲线较吻合,说明对高应力下硬化黏滞系数修正的必要性,改进非线性蠕变体的正确性与合理性。

**关键词:**黏弹塑性蠕变模型;硬化黏滞系数;硬化-损伤效应;累积损伤蠕变量;瞬时塑性元件;加速蠕变体

中图分类号:TU458.4

文献标志码:A

## Improved nonlinear viscoelasto-plastic rheological model of rock and its correction of hardening coefficient of viscosity

GAO Sai-hong<sup>1,2</sup>, CAO Ping<sup>1</sup>, WANG Sheng-lian<sup>2</sup>, PU Cheng-zhi<sup>1</sup>

(1. School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China; 2. School of Application Sciences, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

**Abstract:** Under uniaxial loading instrument, the cyclic loading and unloading creep test on the sandy shale specimens of Dongxiang Copper Mine was done. Based on the hardening-damage mechanism of creep process, the timeliness of hardening-damage effect was proposed during the analysis of creep data. And then the coefficient of viscosity (hardening coefficient of viscosity) in the decay creep stage under high stress condition was corrected. Based on the creep mechanism of damage in the stationary creep stage, the accumulation-diffusion mechanism of rock damage effect was put forward under high stress condition. Hereby, the triggering model (nonlinear creep body) of accelerated creep according to the accumulative creep deformation of damage was introduced to describe the unstable creep characters. On these bases, introduced the instantaneous plastic component, combined with the hooker body and viscoelasto-plastic body, the nonlinear rheological model of rock was established to describe the overall process of creep. The comparison between nonlinear rheological model and experimental curves show that two curves accord well each other, the correction of hardening coefficient of viscosity is necessary, and the improved nonlinear viscoelasto-plastic rheological model is available and reasonable.

**Key words:** viscoelasto-plastic rheological model; hardening coefficient of viscosity; hardening-damage effect; accumulative creep deformation of damage; instantaneous plastic component; accelerating creep body

收稿日期:2011-05-27 责任编辑:王婉洁

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10972238)

作者简介:高赛红(1978—),男,江西九江人,讲师,博士研究生。E-mail:gaosaihong914210@126.com

岩石流变是指岩石矿物结构随时间增长而不断调整重组,导致其应力、应变状态随时间增加而持续增长的变化过程。目前对于岩石流变的研究工作开展的比较多,而且较多集中在流变模型的研究上,尤其是岩石加速蠕变阶段,提出了较多的蠕变模型元件及其蠕变本构关系,其大部分的研究工作主要基于非线性损伤理论,选择非线性的黏塑性元件取代线性元件<sup>[1-12]</sup>表征加速蠕变阶段。但是由于对加速蠕变阶段岩石蠕变机制的研究深度不够,这些模型仅能够解释特定的蠕变问题。对于加速蠕变规律的研究工作,仍是岩石流变学要深入研究的内容之一。

在对岩石蠕变变形特征研究过程中,笔者发现目前对于衰减蠕变阶段岩石的黏弹塑性蠕变特征研究深度不够,尤其是高应力水平下岩石试件的衰减蠕变规律。大部分的研究学者在研究高水平应力下的蠕变规律时,往往将重心放在加速蠕变特征研究上,而简单的直接引入低应力条件下的衰减蠕变规律。同时,对于瞬时塑性蠕变规律的研究工作仍然不够<sup>[13-14]</sup>。本文基于岩石损伤理论,在对蠕变机制与蠕变变形关系深入分析基础上,首先对高低应力条件下蠕变机制的硬化-损伤时效性机制进行分析,借此对高应力下衰减蠕变阶段的黏滞系数进行了修正;并基于损伤效应的累积-扩散机理提出由于岩石损伤过渡累积而导致试件进入加速蠕变阶段的蠕变损伤机制,并量化损伤效应的累积作用,对陈沅江等<sup>[14]</sup>的蠕变体做了进一步地改进工作。

### 1 蠕变试验及其数据处理

马明军<sup>[15]</sup>以东乡铜矿砂质页岩为研究对象,在自主设计的GFQ-I型单轴压缩流变仪上,采用循环加卸载的方式,进行了不同载荷下的稳定蠕变试验和蠕变破坏试验。本文基于文献[15]的岩石蠕变实验数据,进行研究工作。图1给出了部分应力水平下的蠕变试验曲线。

#### 1.1 低应力水平下岩石蠕变试验曲线

由实验曲线可知,在低应力水平下,岩石只发生瞬时蠕变和衰减蠕变。衰减蠕变阶段,蠕变速率随时间推移而减小,并逐渐趋近于0。赵延林等<sup>[16]</sup>认为:衰减蠕变阶段的实质是岩石材料的硬化流动过程。范秋雁等<sup>[17]</sup>也认为,在衰减蠕变阶段,岩石的硬化效应强于损伤效应。观察试件的卸载曲线发现:卸载瞬时回弹应变变量小于加载瞬时蠕变量,这表明加载瞬时蠕变中不仅包括瞬时弹性应变,还有部分瞬时塑性应变;完全卸载时的永久残余应变变量大于加载瞬时塑性

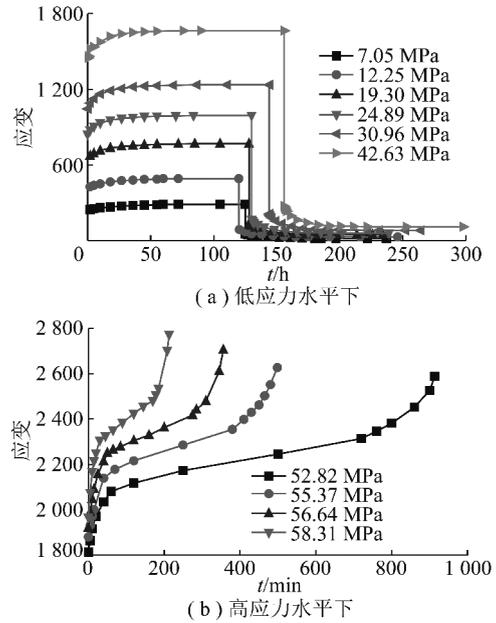


图1 蠕变试验曲线

Fig. 1 Creep curves of rock

应变变量,这表明在衰减蠕变阶段,不仅有黏弹性应变,还有黏塑性应变存在。

由此判断:岩石任一时刻的蠕变应变变量( $\epsilon(t)$ )是由瞬时弹性应变( $\epsilon_e^0$ )、瞬时塑性应变( $\epsilon_p^0$ )、黏弹性应变( $\epsilon_c^e(t)$ )和黏塑性应变( $\epsilon_c^p(t)$ )组成。即

$$\epsilon(t) = \epsilon^0 + \epsilon_c(t) = \epsilon_e^0 + \epsilon_p^0 + \epsilon_c^e(t) + \epsilon_c^p(t) \quad (1)$$

基于岩石蠕变与卸载时应变恢复特征,将蠕变数据根据式(1)进行分解,得到表1数据。

表1 岩石瞬时弹、塑性应变和黏弹、塑性应变实测数据

Table 1 Testing results of instantaneous elasto-plastic strain and viscoelasto-plastic strain

$\sigma/\text{MPa}$	$\epsilon_e^0$	$\epsilon_p^0$	$\epsilon_c^e(\infty)$	$\epsilon_c^p(\infty)$
3.92	131	3	23	5
7.05	234	5	38	10
12.25	401	10	61	19
19.30	633	15	89	31
24.89	825	21	108	37
27.30	913	22	119	43
30.96	1 024	26	130	55
37.92	1 248	31	151	65
42.63	1 391	35	165	74

#### (1) 瞬时弹性、瞬时塑性应变。

由表1数据可以发现:瞬时弹性与瞬时塑性应变随应力水平的增加近似线性增大。据此,对表1中的第2,3列数据进行拟合,得到岩石的瞬时弹性和瞬时塑性变形模量与应力强度的关系:

$$\left\{ \begin{aligned} E_e^0 &= \frac{\sigma}{\varepsilon_e} = 30.27 \text{ GPa} \\ E_p^0 &= \frac{\sigma}{\varepsilon_p} = 1\,254.05 \text{ GPa} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

(2) 黏弹性、黏塑性应变。

蠕变试验中,卸载时岩石蠕变产生的黏弹性应变随时间的推移可以全部恢复,但是黏塑性应变不可恢复。夏才初等<sup>[18]</sup>认为:黏弹塑性村山体可以用来描述卸载后有稳定残余变形的衰减蠕变过程。根据村山体的蠕变规律,岩石加载状态下的蠕变应变量  $\varepsilon_c(t)$  与卸载状态下可恢复蠕变应变量  $\varepsilon_c^e(t)$  具有相同的路径。基于这一认识,对表 1 数据处理后得到加载黏弹塑性应变与卸载黏弹性应变散点图,如图 2 所示。

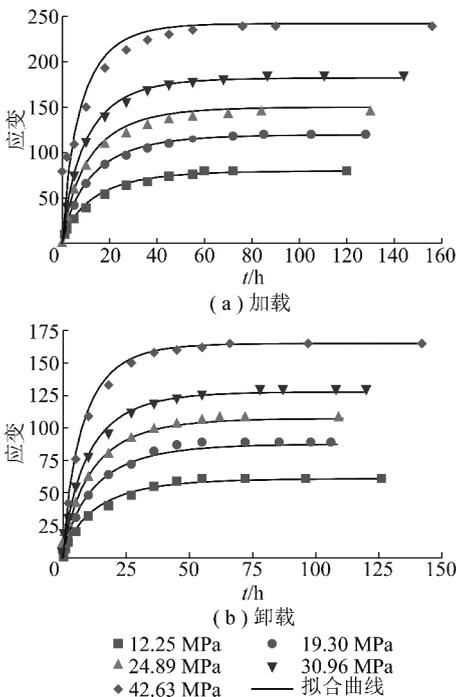


图 2 黏弹塑性应变散点图及其拟合曲线

Fig. 2 Scatter graph and fitting curves of viscoelasto-plastic strain

采用村山体的特征方程来描述黏弹塑性蠕变:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_c(t) &= \varepsilon_c(\infty) \left(1 - e^{-\frac{t}{\eta_c}}\right) \\ \varepsilon_c^e(t) &= \varepsilon_c^e(\infty) \left(1 - e^{-\frac{t}{\eta_c}}\right) \end{aligned} \right. \quad (3)$$

已有研究成果表明<sup>[16,19]</sup>:黏弹塑性体发生蠕变,黏性元件不仅是应力的函数,同时还是与时间相依的非定常量。对图 2 所示试验点按照路径  $(1 - e^{-A\sigma^m t^n})$  进行拟合发现:将  $A, m$  与  $n$  视为常数进行拟合时,发现  $A$  与  $m$  参数变化无规律,因此选择拟合路径  $(1 - e^{-\sigma^m t^n})$ ,并能取得不错的拟合效果,拟合方程如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_c(t) &= 8.58\sigma^{0.89} [1 - \exp(-\sigma^{0.311n} \sigma^{-1.615} t^{0.81})] \\ \varepsilon_c^e(t) &= 8.2\sigma^{0.8} [1 - \exp(-\sigma^{0.311n} \sigma^{-1.615} t^{0.81})] \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式(4)反映出岩石在衰减蠕变过程中,黏弹塑性应变随应力作用时间的推移而非线性累积的过程,并在相当长的时间后趋于稳定,此后岩石处于当前应力条件下的相对硬化状态。范秋雁等<sup>[17]</sup>认为:衰减蠕变阶段岩石演化过程主要服从硬化效应的衰减规律,因此笔者将衰减蠕变阶段的黏滞系数视为硬化黏滞系数。

1.2 高应力水平下岩石蠕变试验曲线

试验发现:在应力增大到超过岩石长期强度后,岩石的蠕变表现为前期稳定、后期加速的蠕变状态,其前期稳定蠕变中的衰减蠕变阶段明显缩短,并随应力水平的提高而趋于消失。当应力稍高于长期强度时,岩石将在相当长的时间内处于定常蠕变阶段;当应力接近于极限强度时,岩石经过较短的定常蠕变后,即转入加速蠕变过程;两种蠕变形式最终都会导致岩石的破坏。

(1) 硬化黏滞系数的修正。

基于电镜扫描试验分析,范秋雁等<sup>[17]</sup>认为:定常蠕变阶段岩石损伤效应强于硬化效应,蠕变规律主要服从于损伤效应的等速演化。笔者认为:定常蠕变阶段岩石颗粒体胶结状态在外力及形变作用下不断被破坏,细观颗粒体发生错动,并最终出现宏观微裂纹;这一阶段主要表现为岩石损伤效应的不断积累,并随时间的推移从损伤单元向周边完整部分扩散的过程。

在定常蠕变阶段,岩石蠕变速率随应力的增大而非线性增大,如图 3 所示。表明此阶段的黏滞系数也不是应力的线性变量,可采用指数函数对图 3 数据点分布规律进行描述。

$$\nu = 0.25(\sigma - \sigma_\infty)^{2.4} \quad (5)$$

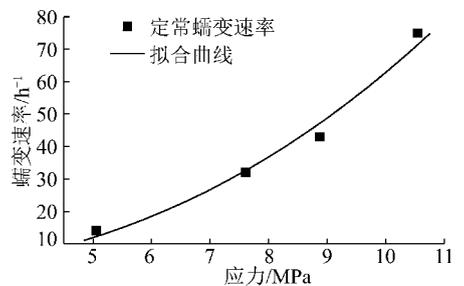


图 3 高应力水平下定常蠕变速率及其拟合曲线

Fig. 3 Stationary creep ratio and its fitting curve under high stress condition

回归拟合发现:高应力状态下的定常蠕变阶段,岩石黏滞系数随应力的提高而减小,岩石的损伤效应

越来越强,硬化效应越来越弱。当应力接近于岩石屈服极限时,黏滞系数减弱到最小,宏观上表现为定常蠕变阶段持续时间很短。

基于上述分析,对高应力水平下的蠕变数据做进一步处理,发现:进入加速蠕变阶段前,除去定常蠕变累积的应变后,采用式(4)对高应力下的衰减蠕变过程进行回归分析时,拟合效果很不理想,拟合结果表明式(4)所揭示的岩石硬化速率明显滞后于高应力下的岩石硬化速率。这一差异性表明:在高低不同应力下岩石硬化效应的衰减速率不同,笔者认为这是由于硬化与损伤效应的时效性差异引起的,硬化效应的衰减速率和损伤效应的强化速率均随应力的增大而加快。目前,对于这一阶段蠕变机制的研究仍没有充分展开,需要借助于先进的探伤与监测技术进行更深入的研究工作。

考虑到硬化效应衰减速率随应力的增大而加速衰减的客观事实,对式(4)进行修正,得到:

$$\begin{cases} \varepsilon_c(t) = 8.58\sigma^{0.89} [1 - \exp(-\mu\sigma^{0.31\ln\sigma-1.615}t^{0.81})] \\ \varepsilon_c^\circ(t) = 8.2\sigma^{0.8} [1 - \exp(-\mu\sigma^{0.31\ln\sigma-1.615}t^{0.81})] \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\mu$  为硬化黏滞系数的修正项。

采用式(6)对图4中高应力下的衰减蠕变试验点进行回归分析,得到硬化黏滞系数在高应力水平下的修正项系数,可以用图5中的拟合曲线来描述修正项系数与应力比值  $n$  (应力水平与长期强度的比值) 的关系。

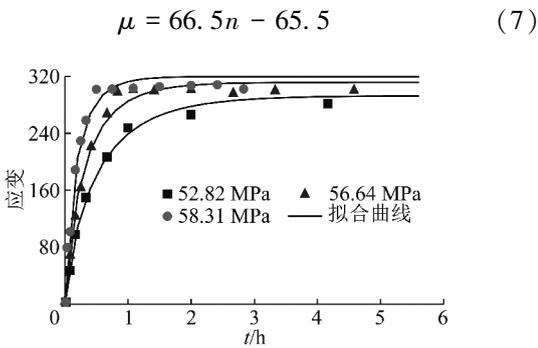


图4 高应力水平下衰减蠕变散点及其拟合曲线  
Fig. 4 Scatter graph and fitting curves of decay creep high stress condition

(2) 加速蠕变的特征蠕变量。

不同应力水平下岩石蠕变量对应有不同的极限值。笔者认为:前期的稳定蠕变阶段,岩石损伤效应处于稳定扩散阶段;当蠕变量大于对应强度极限值时,岩石进入加速蠕变阶段,损伤效应开始加速从损伤区向周边完整区扩散,并最终导致试件的破坏。而在损伤效应稳定扩散过程中,其损伤区的累积发育形

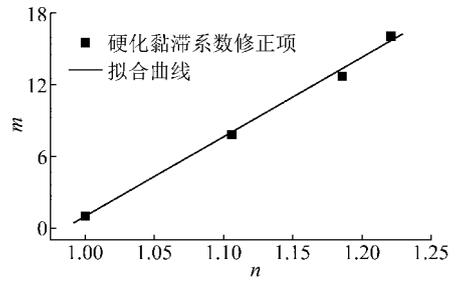


图5 硬化黏滞系数修正项及其拟合曲线  
Fig. 5 Correction term and its fitting curves of hardening coefficient of viscosity

态与应力水平直接相关,并直观地反映在蠕变应变量上。

基于这一认识,对蠕变数据做进一步的处理,分离出由于损伤效应稳定扩散而累积的蠕变应变量,得到如图6所示的岩石试件进入加速蠕变阶段前的临界应变值(特征蠕变量)。对图6各点采用幂函数进行描述。

$$\varepsilon = 0.49n^{19.4} + 186.5 \quad (8)$$

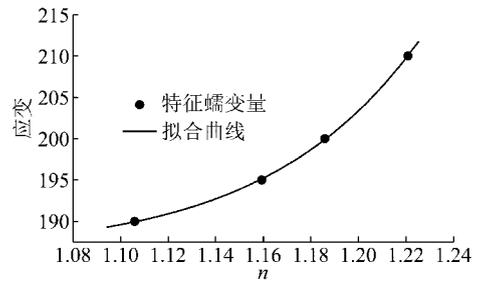


图6 加速蠕变特征蠕变量及其拟合曲线  
Fig. 6 Characteristic creep deformation and its fitting curve in accelerating creep stage

式(8)反映出岩石特征蠕变量随应力强度的提高而非线性增大。这是由于随着应力水平的提高,岩石损伤效应增强,并加速向外围扩散;但是由于损伤产生速率大于扩散速率,导致岩石的损伤效应在局部区域过度积累,并破坏岩体,使其失去承载能力,应力被转移到完整岩体部分,因此试件有效承载面积与损伤累积直接相关,而损伤的局部累积受应力水平影响,因而在进入加速蠕变阶段前,由  $n$  值的增大导致的有效承载面积减小使得特征蠕变量加速增大。

## 2 岩石非线性黏弹塑性蠕变模型

### 2.1 两种改进的蠕变模型元件

#### (1) 瞬时塑性体。

由于岩石中存在大量的原生微裂隙,故其在一定大小的应力作用初期会伴随初始裂纹有限压密闭合现象出现,这一现象在宏观上表现为岩石的瞬时塑性变形。大量的岩石蠕变试验显示:岩石在卸载初期,

其瞬时恢复的蠕变应变量小于加载初期瞬时蠕变应变量,表明岩石瞬时蠕变中不仅包括瞬时弹性应变,还伴随产生瞬时塑性应变,并且这部分不可恢复的瞬时塑性应变与应力强度和岩质有关。李良权<sup>[13]</sup>与陈沅江等<sup>[14]</sup>结合不同的实验分别对瞬时塑性蠕变特征进行了描述和研究。试验中砂质页岩蠕变数据显示:岩石加载瞬时产生的瞬时塑性应变是应力水平的线性函数。基于这一发现,引入一个能够反映岩石瞬时塑性变形的改进虎克体模型,如图 7 所示。

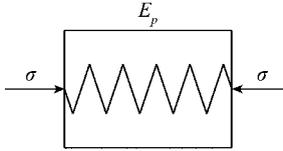


图 7 改进的虎克体模型  
Fig. 7 Improved hooker body

改进虎克体的蠕变方程为

$$\varepsilon_p = \sigma/E_p \quad (9)$$

其中,  $E_p$  为岩石的瞬时塑性变形模量。卸载时改进虎克体模型产生的瞬时塑性变形不可恢复。

(2)改进的非线性加速蠕变体。

虽然现阶段蠕变本构模型研究的热点集中在描述岩石加速蠕变过程的黏塑性元件上,并取得了不错的研究成果,但是对于由稳定蠕变向加速蠕变过渡点的判定上,研究成果并不多。陈沅江等<sup>[14]</sup>提出以蠕变特征值作为判定准则,并据此引入蠕变体模型;李良权等<sup>[13]</sup>认为蠕变时间也可以作为判定准则,并相应地引入能够反映岩石加速蠕变的黏塑性组合模型。基于岩石定常蠕变阶段的损伤机制,结合已有研究成果,笔者认为由损伤效应引起的黏塑性应变量可以更为有效地作为这一过渡点的判定依据,因此引入陈沅江的蠕变体模型,结合笔者的研究成果,对其参数进行重新定义,得到改进的非线性蠕变体模型,如图 8 所示。图中  $\varepsilon_L$  为蠕变体的特征长度,  $\eta$  为蠕变体的黏滞系数。

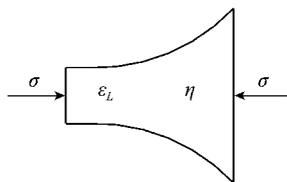


图 8 改进的非线性蠕变体  
Fig. 8 Improved nonlinear creep body

蠕变体的蠕变特征如下所述:

在初始长度  $\varepsilon_L$  内,它具有与线性牛顿体相同的蠕变特征:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\eta} \quad (10)$$

大于初始长度  $\varepsilon_L$  时,它具有非线性牛顿体的蠕变特征:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma(\varepsilon_n)^{\lambda e^n}}{\eta(\varepsilon_L)} \quad (11)$$

式中,  $\varepsilon_n$  为非线性蠕变体的蠕变应变量;  $\dot{\varepsilon}$  为模型的蠕变速率;  $\lambda$  为与  $n$  值有关的待定拟合常数。

根据蠕变体的蠕变特征方程,得到模型在恒定应力  $\sigma = \sigma_c$  作用下的蠕变状态方程:

$$\begin{cases} \varepsilon_n = \frac{\sigma_c t}{\eta} & (\varepsilon_n \leq \varepsilon_L) \\ \varepsilon_n = \varepsilon_L \left[ \frac{(1 - \lambda e^n) \sigma_c t}{\eta \varepsilon_L} + \lambda e^n \right]^{\frac{1}{1 - \lambda e^n}} & (\varepsilon_n > \varepsilon_L) \end{cases} \quad (12)$$

### 2.2 非线性蠕变组合模型及其蠕变特性

对瞬时弹性元件(虎克体)、瞬时塑性元件、黏弹塑性元件(村山体)及非线性蠕变体进行串联组合,得到一个如图 9 所示的非线性黏弹塑性蠕变模型,从该模型可以看出:虎克体可以描述岩石的瞬时弹性变形,改进的虎克体可以描述瞬时塑性变形,村山体可以描述岩石的黏弹塑性变形和完全卸载条件下蠕变变形的部分回弹特性,非线性蠕变体可以描述岩石在高于长期强度时的黏塑性变形和加速蠕变阶段。其中  $\sigma_{s1}$  与  $\sigma_{s2}$  分别控制着村山体与非线性蠕变体的有效应力水平。

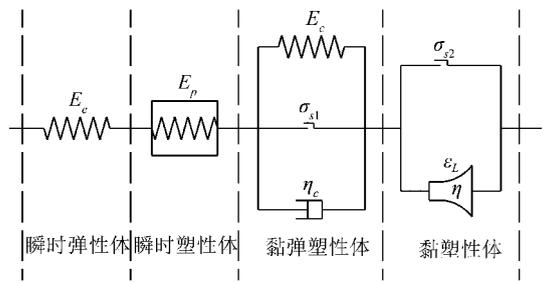


图 9 岩石非线性黏弹塑性蠕变模型

Fig. 9 Nonlinear viscoelasto-plastic creep model of rock

(1)当  $\sigma < \sigma_{s1} < \sigma_{s2}$  时,模型中只有瞬时应变体起作用,处于瞬时蠕变阶段,相应的蠕变方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_e} + \frac{\sigma}{E_p} \quad (13)$$

(2)当  $\sigma_{s1} < \sigma < \sigma_{s2}$  时,模型中瞬时应变体和黏弹塑性体共同起作用,根据模型蠕变特性,相应的蠕变方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_e} + \frac{\sigma}{E_p} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{E_c} (1 - e^{-\frac{E_c}{\eta_c}}) \quad (14)$$

在恒定应力作用下,黏弹塑性模型的蠕变  $\varepsilon_c(t)$  包括可恢复的黏弹性蠕变  $\varepsilon_c^e(t)$  和不可恢复的黏塑性蠕变  $\varepsilon_c^p(t)$  两部分,根据模型蠕变特性,黏弹性蠕变与黏塑性蠕变分别表示为

$$\varepsilon_c^e(t) = \frac{\sigma - 2\sigma_{s1}}{E_c} (1 - e^{-\frac{E_c}{\eta_c}t}) \quad (15)$$

$$\varepsilon_c^p(t) = \frac{\sigma_{s1}}{E_c} (1 - e^{-\frac{E_c}{\eta_c}t}) \quad (16)$$

(3) 当  $\sigma_{s1} < \sigma_{s2} < \sigma$  时,模型中的瞬时应变体、黏弹塑性体和非线性蠕变体均起作用,根据非线性蠕变体的蠕变特性,此应力条件下的岩石蠕变过程分为以下两部分。

①  $\varepsilon_n \leq \varepsilon_L$  时,非线性蠕变体表现出线性牛顿体的蠕变特性,根据式(12),得到相应的状态方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_e} + \frac{\sigma}{E_p} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{E_c} (1 - e^{-\frac{E_c}{\eta_c}t}) + \frac{\sigma - \sigma_{s2}}{\eta} t \quad (17)$$

②  $\varepsilon_n > \varepsilon_L$  时,非线性蠕变体加速蠕变阶段,根据式(12),相应的蠕变方程为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_e} + \frac{\sigma}{E_p} + \frac{\sigma - \sigma_{s1}}{E_c} (1 - e^{-\frac{E_c}{\eta_c}t}) + \varepsilon_L \left[ \frac{(1 - \lambda e^n)(\sigma - \sigma_{s2})}{\eta \varepsilon_L} t + \lambda e^n \right]^{\frac{1}{1 - \lambda e^n}} \quad (18)$$

综上所述,组合模型在低应力水平下,具有典型的衰减蠕变特征;在高应力水平下,模型同样可以很好地描述岩石的定常蠕变和加速蠕变过程。

### 3 模型参数的确定及其验证

#### 3.1 模型参数的确定

(1) 瞬时蠕变模量  $E_e$  与  $E_p$ 。

根据式(13)与式(2)可以得到:

$$E_e = E_e^0 = 30.27 \text{ GPa}$$

$$E_p = E_p^0 = 1\,254.05 \text{ GPa}$$

(2) 黏弹塑性模型参数  $E_c, \eta_c$  与  $\sigma_{s1}$ 。

联立式(15), (16)与式(4), (6)可以得到:

$$\sigma_{s1} = \frac{8.58\sigma^{1.09} - 8.26\sigma}{17.16\sigma^{0.09} - 8.26}$$

$$E_c = \frac{\sigma^{0.2}}{17.16\sigma^{0.09} - 8.26}$$

$$\eta_c = \frac{\sigma^{1.815} t^{0.19}}{A\sigma^{0.31 \ln \sigma} (17.16\sigma^{0.09} - 8.26)}$$

式中,  $\mu$  为硬化黏滞系数  $\eta_c$  的修正项,为分段函数,表达式为

$$\begin{cases} \mu = 1 & (\sigma \leq \sigma_\infty) \\ \mu = 66.5(\sigma/\sigma_\infty) - 65.5 & (\sigma > \sigma_\infty) \end{cases}$$

(3) 非线性蠕变体参数  $\eta, \varepsilon_L, \lambda$  与  $\sigma_{s2}$ 。

大量的岩石蠕变试验表明:长期强度作为岩石的固有属性,是岩石由稳定蠕变向不稳定蠕变过渡的转折强度,因此,控制非线性元件的模型参数:

$$\sigma_{s2} = \sigma_\infty = 47.76 \text{ MPa}$$

根据非线性蠕变体的蠕变特性,特定应力下,其黏滞系数在各蠕变阶段保持为常量,据式(5)可以得到:

$$\eta = 4(\sigma - \sigma_\infty)^{-1.4}$$

由此可见,定常蠕变阶段蠕变体的黏滞系数是应力的单调减函数。

根据蠕变数据的拟合公式(8)可以得到模型由定常蠕变转为加速蠕变时非线性蠕变体的特征长度。

式(11)表明:非线性蠕变体应变量超过特征长度后,蠕变体将进入非线性蠕变阶段,虽然其黏滞系数在形式上保持不变,但是在广义表述上,与模型蠕变量相关。根据式(12),对 52.82 MPa 下的加速蠕变阶段进行拟合,如图 10 所示,得到蠕变体特征值为 1.491 1。

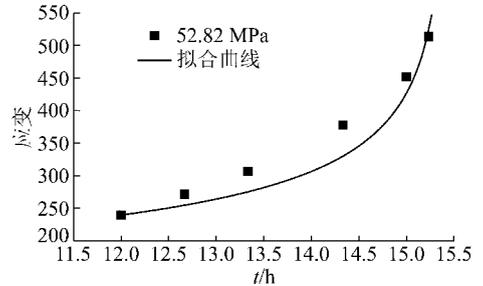


图 10 加速蠕变散点图及其拟合曲线

Fig. 10 Scatter graph and fitting curve of accelerating creep

#### 3.2 模型参数验证

将上述模型参数代入非线性黏弹塑性蠕变方程中,可以得到不同应力水平下的岩石蠕变曲线,在这里给出 3 个有代表性的应力水平下非线性蠕变模型理论曲线,并与相应水平下的蠕变实验曲线对比,如图 11 所示。

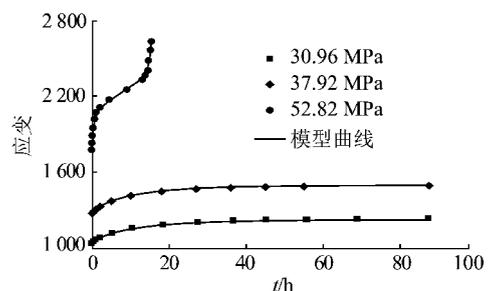


图 11 岩石非线性黏弹塑性蠕变模型曲线与试验结果的比较

Fig. 11 Comparison between fitting curves with nonlinear elastovisco-plastic rheological model and test results

图 11 反映出:在包括稳定蠕变和非稳定蠕变在内的 3 个代表性应力水平下,非线性蠕变模型理论曲线与试验点吻合较好,证明建立的非线性弹黏塑性流变模型的正确性和合理性,以及对硬化黏滞系数修正的必要性。

## 4 结 论

(1) 岩石蠕变过程是硬化效应与损伤效应此消彼长的过程。蠕变初期,表现为以硬化效应为主的衰减蠕变过程,其衰减速率依赖于应力强度的大小;在硬化效应衰减的同时,岩石损伤效应却在增强,并依赖于应力强度在一定范围内维持平衡。当应力强度大于长期强度时,由于此时岩石内部微裂纹具备了加速扩展的应力条件,加载初期的硬化效应也会加速衰减,同时损伤效应加速增强,其加速度与应力直接相关。因此高低不同应力条件下的岩石衰减蠕变过程具有较大差异:低应力条件下,以岩石硬化为主方向;高应力条件下,硬化与损伤效应同时起主导作用。

(2) 岩石在进入加速蠕变过程前,必将经历一个损伤累积过程,而加速蠕变的出现则是由于损伤效应的累积与扩散不平衡导致的。蠕变初期,岩石的损伤效应主要集中在初始微裂隙单元上,并在加载历程中向裂隙周边扩散,在有限长时间内,损伤累积-扩散过程处于平衡状态,并未导致岩石损伤在局部区域的过渡积累,但是由于损伤区范围的扩大导致的损伤扩散速率下降,使得损伤在局部区域开始过渡积累,从而造成岩石有效承载面积的减少,进而引起加速蠕变的产生。

(3) 岩石蠕变过程中,岩石的塑性蠕变贯穿整个蠕变历程。瞬时塑性蠕变的产生同样不依赖于应力强度的大小,相对于软岩,硬岩虽然在低应力条件下瞬时塑性蠕变很小,可以忽略,但是不能因此而忽略瞬时塑性蠕变的存在。

本文所进行的研究工作,是基于马明军在江西东乡铜矿砂质页岩试件上进行的单轴循环加卸载实验完成的,在此深表感谢!

## 参考文献:

- [1] 杨圣奇,徐卫亚,杨松林,等. 龙滩水电站泥板岩剪切流变力学特性研究[J]. 岩土力学,2007,28(5):898-902.  
Yang Shengqi, Xu Weiya, Yang Songlin, et al. Investigation on shear rheological mechanical properties of shale in Longtan hydropower project[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(5): 898-902.
- [2] 金丰年,范华林. 岩石的非线性流变损伤模型及其应用研究[J]. 解放军理工大学学报,2000,1(3):1-5.  
Jin Fengnian, Fan Hualin. Study of nonlinear rheology damage property of rock[J]. Journal of PLA University of Science and Technology, 2000, 1(3): 1-5.
- [3] 邓荣贵,周德培,张烨元,等. 一种新的岩石流变模型[J]. 岩石力学与工程学报,2001,20(6):780-784.  
Deng Rongui, Zhou Depei, Zhang Daoyuan, et al. A new rheological model for rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(6): 780-784.
- [4] 曹树刚,边金,李鹏. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(5):632-634.  
Cao Shugang, Bian Jin, Li Peng. Rheologic constitutive relationship of rocks and a modified model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(5): 632-634.
- [5] 赵明华,肖燕,陈昌富. 软土流变特性的室内试验与改进的西原模型[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2004,31(1):48-51.  
Zhao Minghua, Xiao Yan, Chen Changfu. Laboratory experiment of the rheological property of soft clay and the improved Xiyuan model[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2004, 31(1): 48-51.
- [6] 邹友平,邹友峰,郭文兵. 改进的西原模型及其稳定性分析[J]. 河南理工大学学报,2005,24(1):22-24.  
Zou Youping, Zou Youfeng, Guo Wenbing. The modified Xiyuan model and its stability analysis[J]. Journal of Henan Polytechnic University, 2005, 24(1): 22-24.
- [7] 王小平. 对改进西原模型的再认识[J]. 河海大学学报(自然科学版),2007,35(6):651-654.  
Wang Xiaoping. Reevaluation of modified Xiyuan model[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2007, 35(6): 651-654.
- [8] 蒋昱州,徐卫亚,王瑞红,等. 岩石非线性蠕变损伤模型研究[J]. 中国矿业大学学报,2009,38(3):331-335.  
Jiang Yuzhou, Xu Weiya, Wang Ruihong, et al. Nonlinear creep damage constitutive model of rock[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2009, 38(3): 331-335.
- [9] 蒋昱州,张明鸣,李良权. 岩石非线性黏弹塑性蠕变模型研究及其参数识别[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(4):832-839.  
Jiang Yuzhou, Zhang Mingming, Li Liangquan. Study on nonlinear viscoelasto-plastic creep model of rock and its parameter identification[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(4): 832-839.
- [10] 何峰,王来贵,于永江,等. 岩石试件非线性蠕变模型及其参数确定[J]. 辽宁工程技术大学学报,2005,24(2):181-183.  
He Feng, Wang Laigui, Yu Yongjiang, et al. Nonlinear creep model of rock and parameter determination[J]. Journal of Liaoning Technical University, 2005, 24(2): 181-183.
- [11] 王来贵,何峰,刘向峰,等. 岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(10):1640-1642.  
Wang Laigui, He Feng, Liu Xiangfeng, et al. Nonlinear creep model and stability analysis of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(10): 1640-1642.
- [12] 徐卫亚,周家文,杨圣奇,等. 绿片岩蠕变损伤本构关系研究[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(S):3093-3097.  
Xu Weiya, Zhou Jiawen, Yang Shengqi, et al. Study on creep dam-

- age constitutive relation of greenschist specimen[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(S): 3093-3097.
- [13] 李良权,徐卫亚,王伟. 基于西原模型的非线性黏弹塑性流变模型[J]. 力学学报, 2009, 41(5): 671-680.  
Li Lianguan, Xu Weiya, Wang Wei. A nonlinear viscoelastoplastic rheological model based on Nishihara's model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(5): 671-680.
- [14] 陈沅江,潘长良,曹平,等. 软岩流变的一种新力学模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 209-214.  
Chen Yuanjiang, Pan Changliang, Cao Ping, et al. A new mechanical model for soft rock rheology[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2): 209-214.
- [15] 马明军. 岩石流变性试验研究和理论分析[D]. 长沙:中南矿业学院, 1986.  
Ma Mingjun. The experimental study and theoretical analysis of rheological behavior of rock[D]. Changsha: Central South Polytechnic University, 1986.
- [16] 赵延林,曹平,文有道,等. 岩石弹黏塑性流变试验和非线性流变模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(3): 477-486.  
Zhao Yanlin, Cao Ping, Wen Youdao, et al. Elastovisco-plastic rheological experiment and nonlinear rheological model of rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(3): 477-486.
- [17] 范秋雁,阳克青,王渭明. 泥质软岩蠕变机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(8): 1555-1561.  
Fan Qiuyan, Yang Keqing, Wang Weiming. Study of creep mechanism of argillaceous soft rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(8): 1555-1561.
- [18] 夏才初,王晓东,徐崇帮,等. 用统一流变力学模型理论辨识流变模型的方法和实例[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1594-1600.  
Xia Caichu, Wang Xiaodong, Xu Chongbang, et al. Method to identify rheological models by unified rheological model theory and case study[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(8): 1594-1600.
- [19] 马明军,钟时猷. 软岩稳定蠕变的黏弹性和黏塑性特征[J]. 中南矿冶学院学报, 1988, 19(3): 257-265.  
Ma Mingjun, Zhong Shiyou. Visco-elastic and visco-plastic characteristics of stable creep of weak rock[J]. Journal of Central South Institute of Mining and Metallurgy, 1988, 19(3): 257-265.