

飞行器亚、超音速气动载荷数值计算

严恒元 郑 权 (西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072)

NUMERICAL CALCULATION FOR SUBSONIC AND SUPERSONIC AERODYNAMIC LOAD AROUND VEHICLE

Yan Heng-yuan, Zheng Quan

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072)

摘 要 应用Green函数法数值模拟飞行器的气动载荷。给出了求解亚、超音速定常和非定常载荷的统一方法。数值模拟中采用双曲四边形代替四边形元素; 采用联合流场概念改进透流阻计算; 并用计算机绘图原理核查输入的几何参数是否正确。以矩形翼及双三角翼航天飞机(089B模型)为例进行了数值模拟, 结果与试验数据符合较好。

关键词 亚音速流, 超音速流, 气动载荷, 数值计算, Green函数

Abstract A numerical method for calculating subsonic and supersonic loads around vehicle is developed. By applying the Green function method, a unified method for evaluating the load of subsonic and supersonic steady and unsteady potential flow is obtained. The 089B model being used as an example, the surface of the vehicle (including wake) is divided into small quadrilateral elements replaced by hyperboloidal elements. This yields a set of linear algebraic equations relating to unknown potential. Then the pressure distribution is evaluated by the finite difference method for potential. Numerical results show that the method given in this paper is not only general for using, but also considerably accurate for calculation. It can be applied to calculate vehicle aerodynamic loads.

Key words subsonic flow, supersonic flow, aerodynamic loads, numerical calculation, Green function

Green 函数定理首先由 Morino 等人应用于流场计算。它可模拟亚、超音速流中任意外形飞行器的定常和非定常气动载荷^[1,2]。目前已推广到跨音速流定常和非定常气动载荷模拟^[3]。由于亚、超音速 Green 函数积分表达式不同, 且超音速表达式较为复杂^[1,4], 通常亚、超音速气动载荷需分开模拟。若能将亚、超音速积分表达式表示成统一形式, 则亚、超音速气动载荷可按统一公式和网格进行计算。这将大大简化编程和减少计算时间, 提高计算效率。

1 数学模型

在速度坐标系中(图1), 无旋条件下的小扰动速势基本方程为

$$\nabla^2 \varphi - (1 - a_\infty^2)(d^2 \varphi / dt^2) = 0 \quad (1)$$

式中 φ 为小扰动速势; $d/dt = (\partial/\partial t) + u_\infty (\partial/\partial x)$; a_∞ 为音速。上式适合于亚音速和超音速绕流问题。为方便起见, 对方程(1)作如下无量纲变换

1991年5月14日收到, 1992年3月21日收到修改稿

$$\left. \begin{aligned} X = x / \beta l, Y = y / l, Z = z / l, \Phi = \varphi / U_\infty l \\ T = U_\infty \beta t / l, T_H = a_\infty \beta T^+ / l = R + Ma_\infty (X - X_*) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 $\beta = \sqrt{|1 - Ma_\infty^2|}$; T^+ 为扰动由源点传至场点所需时间; X 和 X_* 分别为源点和场点的无量纲 x 坐标; $R = \sqrt{(X - X_*)^2 + (Y - Y_*)^2 + (Z - Z_*)^2}$; l 为物体特征长度 (如机翼的平均气动弦长)。应用 Green 定理得到

$$\begin{aligned} 4\pi E\Phi(X_*, Y_*, Z_*, T_*) = & - \iint_{\Sigma_1} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial N} \right]^{T_H} \frac{1}{R} d\Sigma + \iint_{\Sigma_1} [\Phi]^{T_H} \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) d\Sigma \\ & - \iint_{\Sigma_1} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right]^{T_H} \frac{\partial R}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) d\Sigma \end{aligned} \quad (3)$$

E 与场点 P 在积分域上的位置有关, 在积分域内 $E=1$; 在积分域边界上 $E=1/2$; 在积分域外 $E=0$ 。 $\Phi(X_*, Y_*, Z_*, T_*)$ 为流场中任意点在 T_* 时刻的速度势; Σ_1 和 N 为经过(2)式变换后的 $OXYZ$ 空间中物体的计算表面 (或涡面) 和其上法向坐标。 T_* 为场点扰动的观察时刻; T 为源点扰动的发出时刻; $[\cdot]^{T_H}$ 表示括号内取

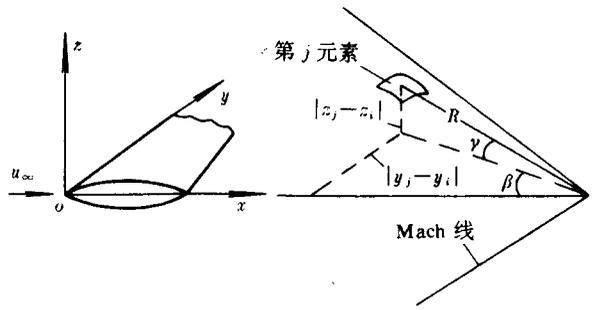


图 1 坐标系及 Mach 线示意图

$T - T_* + T_H = 0$ 时刻之值。若 $[\partial \Phi / \partial T]^{T_H} = 0$ 则(3)式可化为亚音速定常速度势基本方程

$$4\pi E\Phi(X_*, Y_*, Z_*) = - \iint_{\Sigma_1} \frac{\partial \Phi}{\partial N} \frac{1}{R} d\Sigma + \iint_{\Sigma_1} \Phi \frac{\partial}{\partial N} \left(\frac{1}{R} \right) d\Sigma \quad (4)$$

超音速非定常流和定常流的速度势方程与亚音速类同, 其形式分别为

$$\begin{aligned} 4\pi E\Phi(X_*, Y_*, Z_*, T_*) = & - \iint_{\Sigma} \left\{ \left[\frac{\partial \Phi}{\partial N^c} \right]^{T_H} - \left[\frac{\partial \Phi}{\partial N^c} \right]^{T_H} \right\} \frac{H}{\|R\|} d\Sigma \\ & + \iint_{\Sigma} \left\{ [\Phi]^{T_H} - [\Phi]^{T_H} \right\} \frac{\partial}{\partial N^c} \frac{H}{\|R\|} d\Sigma - \iint_{\Sigma} \left\{ \left[\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right]^{T_H} - \left[\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right]^{T_H} \right\} \frac{\partial R}{\partial N^c} \frac{H}{\|R\|} d\Sigma \end{aligned} \quad (5)$$

$$2\pi E\Phi(X_*, Y_*, Z_*) = - \iint_{\Sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial N^c} \frac{H}{\|R\|} d\Sigma + \iint_{\Sigma} \varphi \frac{\partial}{\partial N^c} \frac{H}{\|R\|} d\Sigma \quad (6)$$

其中 $\|R\| = \sqrt{(X - X_*)^2 - (Y - Y_*)^2 - (Z - Z_*)^2}$; $\partial / \partial N^c = -N_x (\partial / \partial x) + N_y (\partial / \partial y) + N_z (\partial / \partial z)$; $T_H = a_\infty \beta T^- / l = Ma_\infty (X_* - X) \pm \|R\|$, T^- 为超音速时扰动由源点传至场点所需的时间 (超音速时扰动由源点二次传至场点所需时间为 T^+ 和

Γ)。 j 元素在 Mach 锥内, 外时 H 分别取 1 或 0。

2 数值计算方法

数值计算时将飞行器表面划分成 N_B 块四边形元素; 再用双曲四边形元素 (以下简称双曲面元素) 代替其中任一表面元素 Σ_j 。若某元素的四个角点已知, 则双曲面元素表达式为 $\bar{P} = \bar{P}_c + \bar{P}_1\xi + \bar{P}_2\eta + \bar{P}_3\xi\eta$, ξ, η 为广义曲线坐标; \bar{P} 为双曲面元素上任一点; \bar{P}_c 为双曲面元素形心, \bar{P}_1 和 \bar{P}_2 之值由元素角点确定。设每块元素内 φ 及 $\partial\varphi/\partial N$ 为常值, 则扰动速势方程可离散化。例如亚音速谐振非定常速势方程离散化后形式为

$$[\delta_{ij} - \hat{C}_{ij} - \hat{W}_{ij}][\hat{\Phi}_j] = [\hat{b}_{ij}][\partial\hat{\Phi}/\partial N]_j \quad (7)$$

式中 δ_{ij} 为 Kronecker 函数,

$$\hat{c}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_n} \frac{\partial}{\partial N} \left[\frac{\exp(-i\Omega R)}{R} \right] d\Sigma_n, \quad \hat{b}_{ij} = -\frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_n} \frac{\exp(-i\Omega R)}{R} d\Sigma_n,$$

$$\hat{w}_{ij} = \hat{w}_{ij}^{f_j} = \pm \frac{1}{2\pi} k_{ij} \iint_{\Sigma_n} \exp\left[\frac{-iK(x_i - x_j)}{\beta} \right] \frac{\partial}{\partial N} \left[\frac{\exp(-i\Omega R)}{R} \right] d\Sigma_n,$$

式中 \hat{c}_{ij} 和 \hat{b}_{ij} 分别为元素 j 上谐振单位面偶极子和谐振单位面源; \hat{w}_{ij} 为元素 j 后谐振单位强度涡条对元素 i 形心处的诱导速度; R 为元素 i 的形心至元素 j 上求积分点的距离;

$R = [(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2]^{1/2}$; x_i 为场点元素 i 的形心坐标; x_j 为与后缘相邻元素 (涡面上) j 的形心坐标; 当元素与后缘相邻且元素 j 位于上、下表面时 w_{ij} 等式右边分别取“+”号和“-”号; k_{ij} 是与后缘相连元素有关的系数; $\Omega = \omega l / a_\infty$, $\beta = KMa_\infty / \beta$, $K = \omega l / u_\infty$ 为折算频率, ω 为振动频率。物面边界条件为

$$\partial\hat{\Phi}_j / \partial N = \hat{\Phi}_j^{(N)} = N_{z_j} [iK\hat{z}_j + (1/\beta)(\partial\hat{z}_j / \partial x)] \exp(-i\Omega Ma_\infty x_j), \quad j = 1, 2, \dots, N_B \quad (8)$$

N_{z_j} 为定常参考状态物面元素 j 处外法线 N 与 oz 轴夹角的余弦; \hat{z}_j 为元素 j 处的振型。

当 $\Omega = 0$ 时, 式(7)可化为亚音速定常速势表达式。其系数与相应非定常速势方程系数相关, 后者可通过前者给予表达。超音速定常、非定常方程与亚音速定常、非定常速势方程相似, 但系数的计算方法不同。亚、超音速速势积分表达式中相应参数可表示为

$$\begin{aligned} \|R\|_{\text{sup}} &= f_R(d)R_{\text{sub}}, & c_{ij \text{ sup}} &= f_c(d)Hc_{ij \text{ sub}} \\ b_{ij \text{ sup}} &= f_b(d)Hb_{ij \text{ sub}}, & w_{ij \text{ sup}} &= f_w(d)Hw_{ij \text{ sub}} \end{aligned} \quad (9)$$

其中 c_{ij} 、 b_{ij} 和 w_{ij} 为定常速势方程的系数; $d = (1 - 2\sin^2\gamma - 2\cos^2\gamma\sin^2\beta)^{1/2}$ 为转换因子; $f_R(d)$ 、 $f_c(d)$ 、 $f_b(d)$ 和 $f_w(d)$ 为 d 的函数; γ 和 β 见图 2; 下标 sup 和 sub 分别表示超、亚音速。由此超音速速势方程的系数可用亚音速速势方程的系数表示, 这样两者可用统一的计算公式和网格处理。联立求解方程(7)得到 $\hat{\Phi}_j$ 后, 由差分可得压力分布, 则飞行器上的气动力系数为

$$C_L = - \sum_{j=1}^{N_B} \mp C_{p_j} K_{z_j} S_{z_j} / S \quad (10)$$

$$C_M = \sum_{j=1}^{N_B} \pm C_{p_j} K_{z_j} X_{j_c} S_j / S_l + \sum_{j=1}^{N_B} C_{p_j} K_{x_j} Z_{j_c} S_j / S_l \quad (11)$$

其中“+”号和“-”号分别对应于元素 j 位于机翼上、下表面情况 (下同); S_j 为元素 j 的面积; K_{z_j} 和 K_{x_j} 分别为元素 j 的外法线与 oz 、 ox 轴夹角的余弦; x_{j_c} 、 z_{j_c} 分别为元素 j 的形心坐标; S 为参考面积; l 为物体特征长度。在计算诱导阻力时, 根据反流定理引入联合流场, 避开了处理前缘奇异性的困难。

为确保飞行器外形几何参数输入的正确性, 在输入面元角点几何参数时, 同时显示各种视角下的外形图, 这样易于发现微小差错, 以便纠正。视角基准坐标 (x_0, y_0, z_0) 与体坐标 (x, y, z) 有如下关系

$$[x_0, y_0, z_0]^T = [B][x, y, z]^T, [n_{x_0}, n_{y_0}, n_{z_0}]^T = [B][n_x, n_y, n_z]^T \quad (12)$$

$$\text{其中}[B] = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\cos\theta\sin\psi & \sin\theta \\ \sin\theta\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\psi & -\sin\theta\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi & -\cos\theta\sin\varphi \\ -\sin\theta\cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi & \sin\theta\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi & \cos\theta\cos\varphi \end{bmatrix}$$

φ 、 θ 和 ψ 分别为绕 ox_0 、 oy_0 和 oz_0 轴旋转的三个欧拉角。选取任意三个欧拉角, 通过 (12) 式即可得到任意视角方向的外形图。例如, $n_{x_0} > 0$ 则面元面向观察者, 反之背向观察者。

3 算例与计算结果

图 2 和图 3 给出展弦比 $\lambda=3$, 相对厚度 $\bar{c}=0.05$, 双弧形翼剖面矩形翼^[5]的定常压强系数差 ΔC_p 和非定常压强系数模值沿翼弦的分布。图 4 给出双三角翼航天飞机模型^[6](089B 模型) 的气动特性曲线。该例在 IBM-286 机上采用统一公式和网格计算, 亚、超音速、定常、非定常气动载荷全部计算一次所需主机时间仅 16min 左右。若分别编程, 程序量和计算时间会超过一倍以上。由算例可看出, 采用 Green 函数法在模型表面分块不很多的情况下, 能得到精度较好的结果。

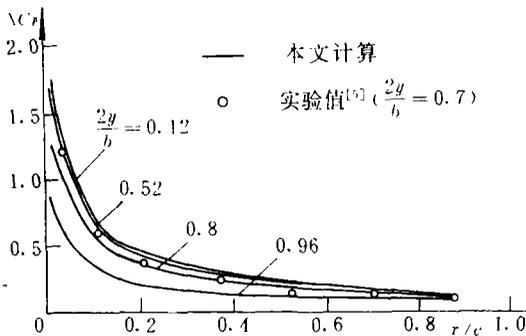


图 2 矩形翼定常压强系数差
($\lambda=3$, $\bar{c}=0.05$, 双弧翼型)
 $Ma_\infty = 0.24$, $\alpha = 5^\circ$, $N_B = 10 \times 10$

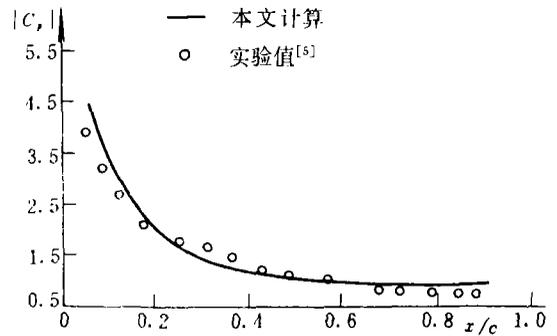


图 3 矩形翼非定常压强系数模值
($\lambda=3$, $\bar{c}=0.05$, 双弧翼型)
 $Ma_\infty = 0.24$, $\alpha = 0^\circ$, $K = 0.47$,
 $N_B = 10 \times 10$, $2y/b = 0.7$

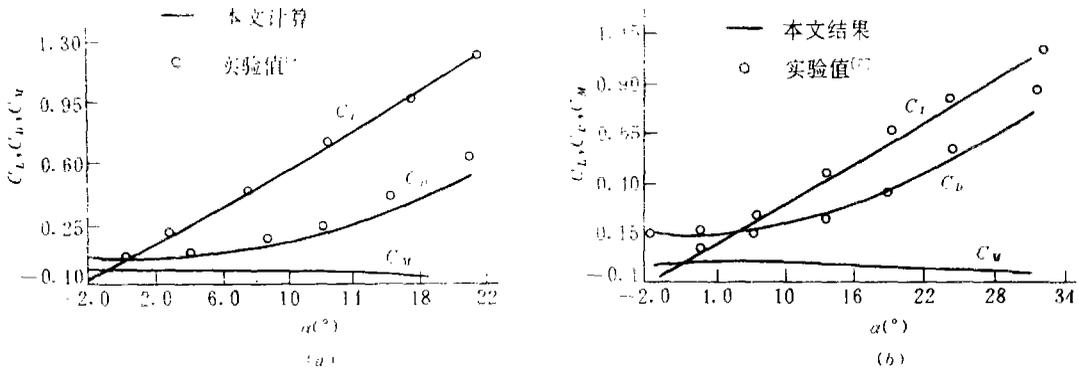


图4 089B模型气动特性 (a) $Ma_\infty = 0.3$ (b) $Ma_\infty = 2.06$

本文得到了陈士槽教授的支持与帮助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- 1 Morino L, Chen L T, Cuci E O. Steady and Oscillatory Subsonic and Supersonic Aerodynamic around Complex Configuration. AIAA J, 1975, 13 (3): 368~374
- 2 Morino L, Kuo C C. Subsonic Potential Aerodynamics for Complex Configurations: A General Theory. AIAA J, 1974, 12 (2): 191~197
- 3 Tseng K, Morino L. Nonlinear Green's Function Method for Unsteady Transonic Flows. In: Nixon D ed. AIAA Progress in Aeronautics Transonic Aerodynamics. New York: 1983, 81:565~603
- 4 刘千刚. 亚音速超音速非定常势流的格林函数法. 西北工业大学503教研室, 1986, 59~104.
- 5 Lessing H C, Troutman J L, Mences G P. Experimental Determination of Pressure Distribution on a Rectangular Wing Oscillating in the First Bending Mode for Mach Number from 0.24 to 1.30. NASA TN D-244, 1960.
- 6 Ellison J C. Supersonic Longitudinal Aerodynamic Characteristics of Two Space Shuttle Orbiter Configuratons. NASA TM-74074, 1974.
- 7 Freeman D C Jr. Supersonic Dynamic Stability Characteristics of a Space Shuttle Orbiter. NASA TN D-8043, 1976
- 8 Boyden R P, Freeman D C Jr, Davenport E E. Subsonic and Transonic Dynamic Stability Characteristics of a Space Shuttle Orbiter. NASA TN D-8042, 1975