

技术简讯

跨音速时物面 Mach 数变化特点及其应用

程克明

(南京航空航天大学空气动力学系, 南京, 210016)

VARIATION FEATURES OF MACH NUMBER ON BODY SURFACE IN  
TRANSONIC FLOWS AND THEIR APPLICATION

Cheng Ke-ming

(Aerodynamics Department of Nanjing University of Aeronautics  
and Astronautics, Nanjing, 210016)

1 物面 Mach 数变化特点

若干实验数据表明, 当  $Ma_\infty$  趋近于 1 时, 物面当地  $Ma$  数随  $Ma_\infty$  的变化不仅具有已知的局部冻结特征  $(\partial Ma / \partial Ma_\infty)^* = 0$ ; 还呈现一种拐点特征, 即  $(\partial^2 Ma / \partial Ma_\infty^2)^* = 0$  (见图 1, 角注“\*”表示  $Ma_\infty = 1$  处的数值)。由图可见, 这些数据在趋势上支持了拐点特征。若承认冻结性, 则有理由推断拐点性存在, 否则不符合  $Ma \sim Ma_\infty$  之间的不减规律; 除非怀疑  $\partial^2 Ma / \partial Ma_\infty^2$  在  $Ma_\infty = 1$  处的确定性, 但这种怀疑成立的可能性不大。

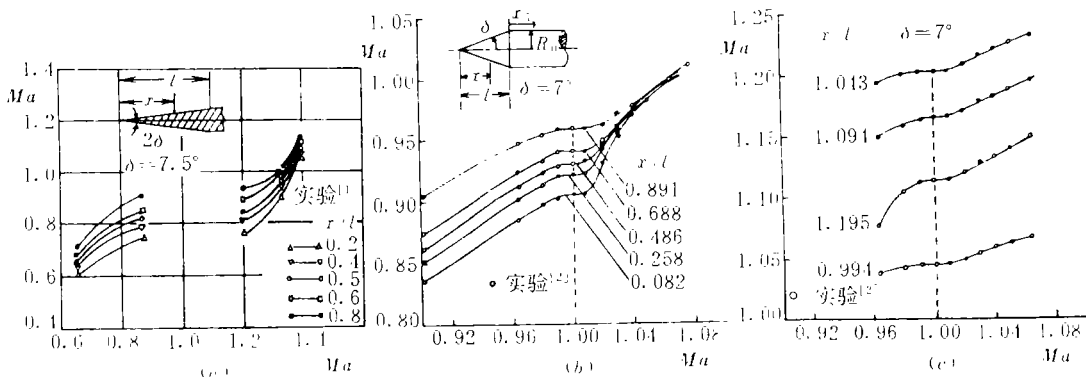


图 1  $Ma$  随  $Ma_\infty$  变化的实验数据

(a) 二维尖劈; (b) 锥柱体锥面; (c) 锥柱体柱面

2 局部拐点特性的应用

拐点特征为建立跨音速解之间的高阶联系提供了可能。将压强系数  $C_p$  在  $Ma_\infty = 1$  处对  $Ma_\infty^2$  作二阶 Taylor 展开, 可得

$$C_p = C_p^* [\partial C_p / \partial (Ma_\infty^2)]^* (Ma_\infty^2 - 1) + (1/2) [\partial^2 C_p / \partial (Ma_\infty^2)^2]^* (Ma_\infty^2 - 1)^2 \quad (1)$$

$C_p^*$  为  $Ma_\infty = 1$  处的压强系数仅与物形有关。在推导  $Ma$  与  $Ma_\infty$  关系时, 应用了不同的  $C_p = C_p(Ma^2, Ma_\infty^2)$  表示式。图 2 中  $F$  表示完整的等熵流动压强表示式, 即

$$C_p = (2/\gamma Ma_\infty^2) \left[ \frac{1 + (\gamma - 1) Ma_\infty^2 / 2}{1 + (\gamma - 1) Ma^2 / 2} \right]^{\gamma / (\gamma - 1)} - (2/\gamma Ma_\infty^2) \quad (2)$$

1991 年 11 月 9 日收到, 1992 年 9 月 17 日收到修改稿

将(2)式对  $Ma_x^2$  求一、二阶导数并应用冻结性及拐点性, 求出的导数代入(1)式可得

$$C_p = \left. \begin{aligned} & [1 - K + (1 + 3\gamma/2)K^2]C_p^* + 2K - (1 + 2\gamma)K^2 \\ & K = \beta^2 / (\gamma + 1), \quad \beta = Ma_j^2 - 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由(2)式及(3)式即可给出相应的  $Ma$  与  $Ma_\infty$  的关系  $F_2$ 。其他情况推导从略,  $S$  表示小扰动流动。下标“1”和“2”表示(1)式中分别取至一阶及取至二阶(即只考虑冻结性和冻结性及拐点性同时考虑)。下标“S”表示 Spreiter 相似律<sup>[3]</sup>的结果。可见只有  $F_2$  和  $S_2$  情况较正确地体现了数据的变化。

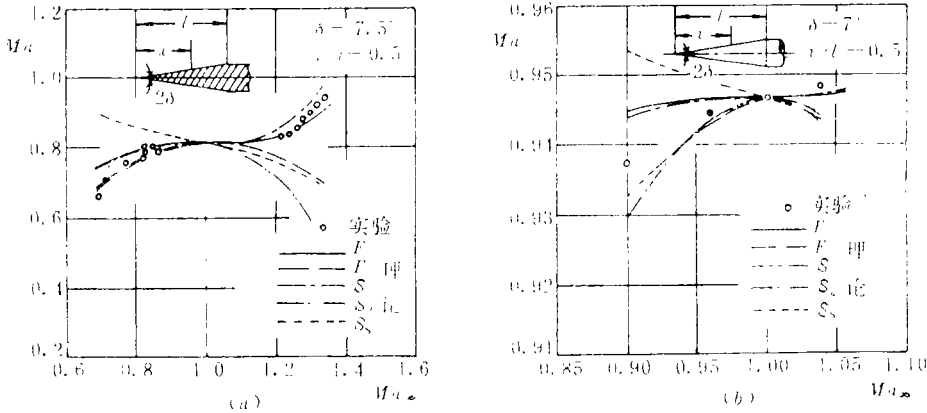


图2 各种结果与实验结果对比 (a)尖劈 (b)圆锥

### 参 考 文 献

- 1 Liepmann H W, Bryson A E Jr. Transonic Flow Past Wadge Section J A S, 1950, 17(12): 745
- 2 Page W A. Experimental Study of the Equivalence of Transonic Flow about Slender Cone-Cylinders of Circular and Elliptic Cross Section. NACA TN-4233, 1958.
- 3 Spreiter J R, Alksne A Y. Thin Airfoil Theory Based on Approximate Solution of the Transonic flow Equation. NACA TN 3970, 1957.