

非线性变形节理中纵波传播特性的理论研究

宋林¹ 闫玉湛² 韩八晓³ 刘建忠² 邵珠山¹

(西安建筑科技大学土木工程学院 710055 西安)¹ (内蒙古高等级公路建设开发有限责任公司 010050 呼和浩特)²

(内蒙古公路工程局 010050 呼和浩特)³

摘要: 基于波前动量守恒理论和位移不连续方法所提出的时域分析新方法, 引入岩石非线性法向本构关系, 对弹性纵波在岩石非线性节理中的传播特性进行了理论分析。采用节理变形的双曲线模型(BB模型), 获得纵波P波斜入射非线性节理的传播波动方程, 并通过参数研究分析了在岩石节理中节理非线性系数、节理初始刚度、应力波入射角和入射波幅值等因素对纵波传播规律的影响。结果表明: 所推导的应力波传播方程在考虑多种非线性问题时, 通过迭代计算即可方便求出透射波和反射波的数值解, 避免了复杂的数学运算; 当波斜入射节理面时, 产生了波型转换, 节理变形的非线性对透射波和反射波有较大影响, 透射系数和反射系数并非随着非线性参数的变化而单调变化。时域内所推导的波传播方程更有益于波斜入射时非线性参数的广泛研究, 为开展这方面的理论研究工作提供了借鉴。

关键词: 动量守恒理论; 位移不连续方法; 双曲线模型; 非线性节理; 传播规律; 纵波

中图分类号: TU457 **文献标识码:** A

1 引言

节理裂隙广泛存在于岩体当中, 波在岩体中传播时, 通常以波幅的限值作为岩石的破坏标准, 因此在动力荷载作用下, 节理岩体中波的衰减规律和预先评估两方面对研究岩体稳定性和破坏机理有着举足轻重的作用^[1]。天然岩石节理的完整变形过程通常是非线性的^[2-4], 当节理处的入射波临近冲击荷载时, 应力波的幅值较大, 节理处将产生非线性的变形行为; 而在远场冲击荷载作用下, 节理处应力波的幅值很小, 可不考虑节理的非线性变形, 节理的线性本构特征可应用于入射波幅值较小的情况。因此, 节理的线性变形可被看成非线性变形的一个

特例。应力波在节理中传播时, 应力场是连续的, 但由于节理本身的变形位移场不连续。位移不连续理论把节理面上的变形看作波动方程中的位移不连续边界条件, 进而依据不同的本构关系, 建立不同的位移不连续模型^[5]。

国内外针对波在岩石节理中传播时考虑节理非线性的研究已取得了一些成果。考虑节理法向非线性时, 文献[1]在频域范围内研究了应力波垂直入射岩石节理面时波的传播规律; 文献[5]利用不连续节理与有效介质法相结合的研究方法研究了应力波在节理中的传播规律; 文献[6]理论研究了S波垂直入射单个节理时波的传播规律, 节理考虑了非线性剪切滑移的影响; 文献[7]研究了复杂节理分布下波的动力响应规律; 文献[8]考虑了节理法向非线性特

征,研究了应力波垂直入射节理面时波的传播特性。文献[9]~[11]应用数值方法系统研究了宏观节理的波传播特性和节理的动态响应问题。上述大多数研究方法在考虑节理非线性特征时,避免不了复杂的数学方法,如傅立叶变换和傅立叶逆变换等,但当同时考虑入射角、节理非线性变形等问题时,这些方法增大了分析的难度,影响了复杂问题研究工作的深入开展。

本文基于波前动量守恒理论和位移不连续方法所提出的时域分析新方法^[12],引入节理非线性法向变形本构模型(BB 模型),在时域内获得了纵波在非线性节理中传播的波动方程。传播方程在考虑不同入射角和节理非线性问题时,避免了复杂的数学运算,有利于分析非线性因素对应力波在节理岩体中传播规律的影响。最后,进一步对纵波 P 波斜入射岩体节理面时的数值结果进行了参数研究,包括节理初始刚度、节理非线性系数、入射角度、入射波幅值等。

2 理论公式

2.1 入射 P 波

当平面波入射至岩石节理面时,若入射角在临界角范围以内,节理面上会产生透射波和反射波,临界角可以通过 Snell 定律得出,本文着重研究入射角在临界角范围以内的相关问题。平面 P 波从节理左界面入射的传播模型如图 1 所示,图中: T_s 和 R_s 分别表示透射 S 波和反射 S 波; I_p 、 R_p 、 T_p 分别表示入射 P 波、透射 P 波、反射 P 波; P 波入射角为 α ; 反射 S 波的反射角和透射 S 波的透射角均为 β , 反射 P 波的反射角和透射 P 波的透射角均为 α 。不考虑体力的影响,为建立节理面上的左右界面之间的关系,选取节理两侧微元面,微元面上的应力状态如图 2 和图 3 所示,其中:“-”表示节理左界面;“+”表示节理右界面。以图 2(a)中微元面 ABC 为例: AB 表示节理的左界面; AC 表示波前; BC 代表入射波。同理, BD 和 BE 表示反射 P 波和反射 S 波的波前, BF 和 BG 表示透射 P 波和透射 S 波的波前。 σ_{ip} 表示入射 P 波波前的正应力, σ_1 和 τ_1 分别表示左节理面上的正应力和切应力,完整岩体的泊松比为 ν ,本文分析以压应力为正。基于文献[12]的理论方法,可建立图 2(a)中单元 ABC 上的应力平衡方程。

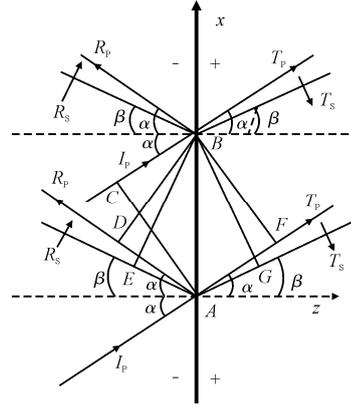


图 1 入射 P 波在节理处的传播

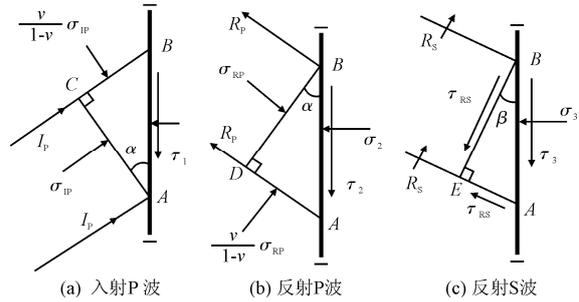


图 2 入射 P 波波前和节理左侧应力

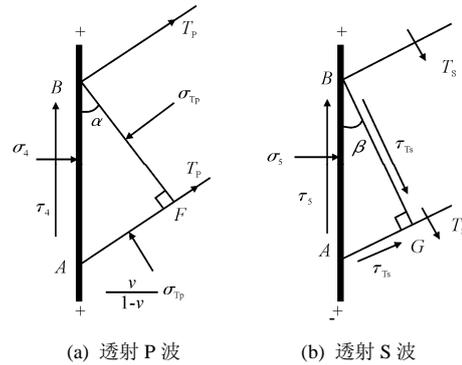


图 3 入射 P 波波前和节理右侧应力

沿 z 方向

$$\sigma_1 - \sigma_{ip} \cos^2 \alpha - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ip} \sin^2 \alpha = 0 \quad (1)$$

沿 x 方向

$$\tau_1 - \sigma_{ip} \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ip} \cos \alpha \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

根据 Snell 定理, 可得

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c_s}{c_p} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \quad (3)$$

其中 c_p 和 c_s 分别为 P 波和 S 波在岩体中的传播波速。将公式(3)代入式(1)和式(2)可得

$$\sigma_1 = \sigma_{ip} \cos 2\beta, \tau_1 = \sigma_{ip} \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha \quad (4)$$

同理,对于图 2 和图 3 中其它微元面 ABD、ABE、

ABF、ABG, 节理两界面处的应力 σ_i 和 τ_i (其中 $i = 2 \sim 5$) 可分别表示为

$$\sigma_2 = \sigma_{Rp} \cos 2\beta, \tau_2 = -\sigma_{Rp} \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha \quad (5)$$

$$\sigma_3 = -\tau_{Rs} \sin 2\beta, \tau_3 = -\tau_{Rs} \cos 2\beta \quad (6)$$

$$\sigma_4 = \sigma_{Tp} \cos 2\beta, \tau_4 = \sigma_{Tp} \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha \quad (7)$$

$$\sigma_5 = -\tau_{Ts} \sin 2\beta, \tau_5 = \tau_{Ts} \cos 2\beta \quad (8)$$

波在介质中传播产生辐射阻尼效应, 这是介质的惯性强于弹性的结果, 即导致波前的介质不断被扰动, 形成波辐射现象。对于确定的介质, 波通过介质振动来辐射能量, 通过波前动量守恒原理即可建立应力和波速之间的关系^[13-14]。

对于沿垂直于波面 dA 方向传播的波, 在时间 dt 内扰动范围的质量为

$$M_0 = \rho dA \cdot c_i dt \quad (9)$$

式中: ρ 为介质的密度; c_i 为波在介质中传播的波速。当介质 M_0 以速度 v_{ip} 振动时, 其动量为

$$M_0 v_{ip} = \rho dA \cdot c_i dt \cdot v_{ip} \quad (10)$$

将冲量定义为 $F(t) \cdot dt = \sigma_{ip} dA dt$, 则根据动量守恒原理即可求得应力与波速的关系式

$$\sigma_{ip} = \rho \cdot c_i \cdot v_{ip} \quad (11)$$

依据应力与波速的关系式, 可得

$$\begin{aligned} \sigma_{ip} &= z_p v_{ip}, \sigma_{Rp} = z_p v_{Rp}, \tau_{Rs} = z_s v_{Rs}, \\ \sigma_{Tp} &= z_p v_{Tp}, \tau_{Ts} = -z_s v_{Ts} \end{aligned} \quad (12)$$

式中: v_{ip} 、 v_{Rp} 、 v_{Tp} 分别为入射、反射、透射 P 波的质点速度; v_{Rs} 和 v_{Ts} 分别是反射和透射 S 波的质点速度。定义 $z_p = \rho c_p$ 和 $z_s = \rho c_s$ (其中 c_p 和 c_s 分别为 P 波和 S 波在完整岩体中的传播速度)。结合式(12), 岩体节理左界面上的应力可表示为

$$\begin{aligned} \sigma^- &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ &= z_p \cos 2\beta \cdot v_{ip} + z_p \cos 2\beta \cdot v_{Rp} - z_s \sin 2\beta \cdot v_{Rs} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tau^- &= \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \\ &= z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha v_{ip} - z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha v_{Rp} - z_s \cos 2\beta v_{Rs} \end{aligned} \quad (14)$$

右界面上的应力可表示为

$$\begin{aligned} \sigma^+ &= \sigma_4 + \sigma_5 \\ &= z_p \cos 2\beta \cdot v_{Tp} + z_s \sin 2\beta \cdot v_{Ts} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tau^+ &= \tau_4 + \tau_5 \\ &= z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha \cdot v_{Tp} - z_s \cos 2\beta \cdot v_{Ts} \end{aligned} \quad (16)$$

图 1 中节理左界面上的法向和切向质点速度可分别表示为

$$v_n^- = \cos \alpha \cdot v_{ip} - \cos \alpha \cdot v_{Rp} + \sin \beta \cdot v_{Rs} \quad (17)$$

$$v_\tau^- = \sin \alpha \cdot v_{ip} + \sin \alpha \cdot v_{Rp} + \cos \beta \cdot v_{Rs} \quad (18)$$

同理可得节理右界面上的法向和切向质点速度为

$$v_n^+ = \cos \alpha \cdot v_{Tp} + \sin \beta \cdot v_{Ts} \quad (19)$$

$$v_\tau^+ = \sin \alpha \cdot v_{Tp} - \cos \beta \cdot v_{Ts} \quad (20)$$

2.2 节理法向变形的双曲线方程

针对岩石节理的法向变形本构关系, 目前国内外学者已提出多种本构模型^[15-17], 其中文献[16]所提出的双曲线模型(BB 模型)已被广泛应用于岩石力学和工程当中。对于天然岩石节理, 双曲线模型被证明是合理的。

定义节理的闭合和压缩符号为正, 法向有效应力-节理闭合本构关系可以表示为

$$d_n = \frac{\sigma_n}{k_{ni} + (\sigma_n/d_{ma})} \quad (21)$$

式中: d_n 为节理闭合量; σ_n 为法向有效应力; d_{ma} 为节理最大允许闭合量; k_{ni} 为初始应力下节理的法向刚度。

图 4 为典型的双曲线模型(BB 模型), 模型中节理刚度随着法向有效应力的增加而增大, 而线性模型中的刚度为一常数。 d_{ma} 和 k_{ni} 可由节理粗糙系数 JRC、节理表面压缩强度 JCS、节理缝隙宽度 a_j 代入经验公式计算得到^[2]。

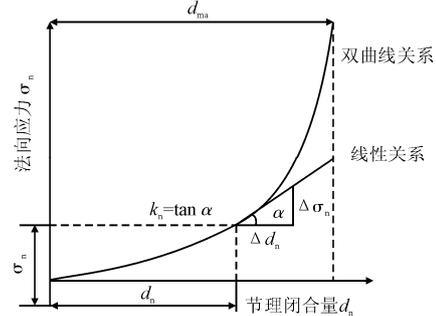


图 4 岩石节理的双曲线模型(BB 模型)和线弹性本构关系

2.3 波动传播方程

节理左右界面的连接如图 5 所示, 本文引入节理非线性法向本构关系(双曲线 BB 模型), 基于文献[12]所得出的左右界面上应力关系式(13)~式(16)和质点速度关系式(17)~式(20), 进一步

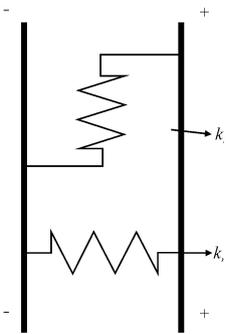


图 5 节理非线性连接

分析弹性纵波在岩石非线性节理中的传播特性。在节理界面上，应力和位移满足不连续边界条件。

$$\sigma^- = \sigma^+ = \sigma, \tau^- = \tau^+ = \tau \quad (22)$$

$$u_n^- - u_n^+ = \frac{\sigma}{k_{ni} + [\sigma/d_{ma}]} = \frac{\sigma}{k_{ni} / (1 - d_n/d_{ma})^2} = \frac{\sigma}{k_n},$$

$$u_\tau^- - u_\tau^+ = \tau / k_s \quad (23)$$

式中： u_n^- 和 u_n^+ 分别为节理左右界面上的法向位移； u_n^- 和 u_n^+ 分别为节理左右界面上的剪切位移； k_n 为法向刚度； k_s 为切线刚度。对式(23)求导可得

$$\begin{aligned} v_{n(i)}^- - v_{n(i)}^+ &= \frac{\partial \sigma}{\partial t} \frac{1}{[k_{ni} + \sigma_{(i)}/d_{ma}]} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \frac{\sigma_{(i)}}{d_{ma}[k_{ni} + \sigma_{(i)}/d_{ma}]^2} \\ &= \frac{\sigma_{(i+1)} - \sigma_{(i)}}{\Delta t} \frac{k_{ni}}{[k_{ni} + \sigma_{(i)}/d_{ma}]^2}, \end{aligned}$$

$$v_{\tau(i)}^- - v_{\tau(i)}^+ = \frac{1}{k_n} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{1}{k_s} \frac{\tau_{(i+1)} - \tau_{(i)}}{\Delta t} \quad (24)$$

当入射波为 P 波时，结合式(13)~式(16)，式(22)可化为

$$\begin{aligned} z_p \cos 2\beta v_{ip} + z_p \cos 2\beta v_{Rp} - z_s \sin 2\beta v_{Rs} = \\ z_p \cos 2\beta v_{Tp} + z_s \sin 2\beta v_{Ts} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha v_{ip} - z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha v_{Rp} - \\ z_s \cos 2\beta v_{Rs} = z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha v_{Tp} - \\ z_s \cos 2\beta v_{Ts} \end{aligned} \quad (26)$$

为简化，设

$$K_n = \frac{[k_{ni} + \sigma_{(i)}/d_{ma}]^2}{k_{ni}} \quad (27)$$

式中 $\sigma_{(i)} = z_p \cos 2\beta \cdot v_{Tp(i)} + z_s \sin 2\beta \cdot v_{Ts(i)}$ ，该式可由式(15)推导求得。当时间步长 Δt 很小时，将式(15)~式(20)代入式(24)，可得

$$\begin{aligned} K_n \Delta t \cos \alpha \cdot v_{Tp(i)} - K_n \Delta t \cos \alpha \cdot v_{Rp(i)} + K_n \Delta t \sin \beta \cdot v_{Rs(i)} + \\ (-K_n \Delta t \cos \alpha + z_p \cos 2\beta) \cdot v_{Tp(i)} + \\ (-K_n \Delta t \sin \beta + z_s \sin 2\beta) \cdot v_{Ts(i)} = \\ z_p \cos 2\beta \cdot v_{Tp(i+1)} + z_s \sin 2\beta \cdot v_{Ts(i+1)} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} k_s \Delta t \sin \alpha \cdot v_{ip(i)} + k_s \Delta t \sin \alpha \cdot v_{Rp(i)} + k_s \Delta t \cos \beta \cdot v_{Rs(i)} + \\ (-k_s \Delta t \sin \alpha + z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha) \cdot v_{Tp(i)} + \\ (k_s \Delta t \cos \beta - z_s \cos 2\beta) \cdot v_{Ts(i)} = \\ z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha \cdot v_{Tp(i+1)} - z_s \cos 2\beta \cdot v_{Ts(i+1)} \end{aligned} \quad (29)$$

式(25)~式(29)用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} v_{Rp(i)} \\ v_{Rs(i)} \end{bmatrix} = -\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} v_{ip(i)} + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C} \begin{bmatrix} v_{Tp(i)} \\ v_{Ts(i)} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} K_n &= \frac{[k_{ni} + \sigma_{(i)}/d_{max}]^2}{k_{ni}} \\ &= \frac{[k_{ni} + (z_p \cos 2\beta \cdot v_{Tp(i)} + z_s \sin 2\beta \cdot v_{Ts(i)})/d_{max}]^2}{k_{ni}} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} v_{Tp(i+1)} \\ v_{Ts(i+1)} \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}(K_n) \mathbf{D} v_{ip(i)} + \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}(K_n) \mathbf{E} \begin{bmatrix} v_{Rp(i)} \\ v_{Rs(i)} \end{bmatrix} + (\mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}(K_n) \mathbf{F} + \mathbf{I}) \begin{bmatrix} v_{Tp(i)} \\ v_{Ts(i)} \end{bmatrix} \quad (32)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} z_p \cos 2\beta \\ z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} z_p \cos 2\beta & -z_s \sin 2\beta \\ -z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha & -z_s \cos 2\beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} z_p \cos 2\beta & z_s \sin 2\beta \\ z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha & -z_s \cos 2\beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Delta t \cos \alpha \\ k_s \Delta t \sin \alpha \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} -\Delta t \cos \alpha & \Delta t \sin \beta \\ k_s \Delta t \sin \alpha & k_s \Delta t \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\Delta t \cos \alpha & -\Delta t \sin \beta \\ -k_s \Delta t \sin \alpha & k_s \Delta t \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} z_p \cos 2\beta & z_s \sin 2\beta \\ z_p \sin 2\beta \tan \beta \cot \alpha & -z_s \cos 2\beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}(K_n) = \begin{bmatrix} K_n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

这里 K_n 是质点波速的函数，可以通过迭代方程式(31)得出，不会增加方程的迭代计算难度。因此，文献[12]中的优化算法能有效地扩展应用于考虑节理法向非线性时的研究。

当入射波的质点速度波形和初始条件已知时，入射波和反射波通过递归方程式(30)~式(32)迭代计算即可简便求得。为了更清晰地研究应力波在岩石节理中的传播规律，定义应力纵波在非线性节理处传播时的反射系数和透射系数分别为

$$T_{kc}^{\text{non}} = \frac{\max |v_{Tk}|}{\max |v_{ip}|}, R_{kc}^{\text{non}} = \frac{\max |v_{Rk}|}{\max |v_{ip}|}, (k = p, s) \quad (33)$$

2.4 垂直入射纵波分析

当入射 P 波(纵波)垂直入射节理界面时， $\alpha = 0, \beta = 0$ 。于是反射波和透射波的迭代方程式(25)~式(29)可表示为

$$v_{Tp(i+1)} = \frac{2K_n \Delta t}{z_p} (v_{Ip(i)} - v_{Tp(i)}) + v_{Tp(i)},$$

$$K_n = \frac{[k_{ni} + (z_p \cos 2\beta \cdot v_{Tp(i)} + z_s \sin 2\beta \cdot v_{Ts(i)})/d_{\max}]^2}{k_{ni}},$$

$$v_{Tp(i)} = v_{Ip(i)} + v_{Rp(i)}, v_{Rs(i)} = v_{Ts(i)} = 0 \quad (34)$$

当P波垂直入射时,通过式(33)和式(34)即可求得透射波和反射波的传播系数。

2.5 非线性系数

为简明分析非线性因素对纵波在节理中传播的影响规律,基于位移等效假设方法理念^[8],引入直观反映非线性因素的系数 γ

$$\gamma = d/d_{\max} \quad (35)$$

式中: d 为节理闭合量; d_{\max} 为节理最大允许闭合量。结合式(21)、式(27)、式(35),可得

$$K_n = \frac{[k_{ni} + \sigma_{(i)}/d_{\max}]^2}{k_{ni}} = \frac{k_{ni}}{(1-d/d_{\max})^2} = \frac{k_{ni}}{(1-\gamma)^2} \quad (36)$$

3 证明

为分析所推导波动方程的正确性,计算中所有参数均采用文献[5]中的数据,分析应力波垂直入射节理面时波的传播规律;参数研究包括节理初始刚度 k_{ni} 、节理非线性系数 $\gamma = d/d_{\max}$ 以及入射波频率等,岩石密度 ρ 为 2400kg/m^3 ,纵波传播速度 c_p 为 4500m/s 。为保证稳定的差分计算,一个周期内取3000个时间段。

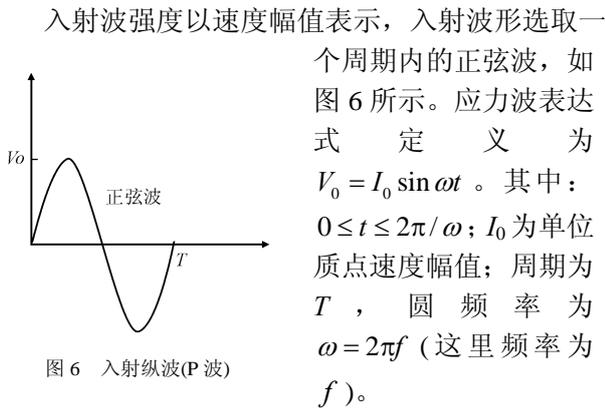


图6 入射纵波(P波)

3.1 非线性系数和节理初始刚度对应力波传播的影响

分析节理不同初始刚度对波反射系数和透射系数的影响时,波入射频率固定为 50Hz , k_{ni} 取值分别

为 1.25GPa 、 2.0GPa 、 3.0GPa 、 3.8GPa 、 5.5GPa 。另外,通过文献[12]可求得波在线性变形节理相关的数据。根据式(33)、式(34)和文献[12],可分别得出线性变形节理和非线性变形节理的透射系数($T_{pc}^{\text{lin}}, T_{pc}^{\text{non}}$)、反射系数($R_{pc}^{\text{lin}}, R_{pc}^{\text{non}}$)与 γ 的关系曲线,如图7所示。

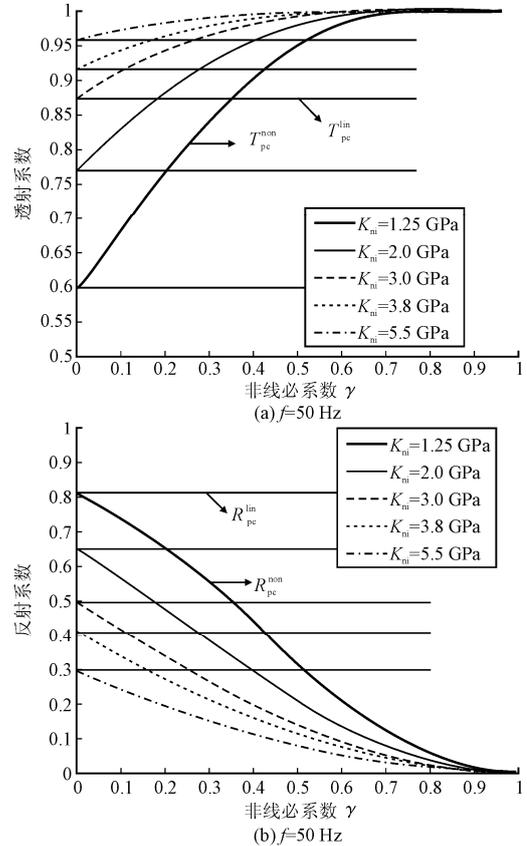


图7 不同初始刚度下($T_{pc}^{\text{lin}}, T_{pc}^{\text{non}}$)和($R_{pc}^{\text{lin}}, R_{pc}^{\text{non}}$)与 γ 的关系曲线

由图7可以看出: T_{pc}^{non} 随 k_{ni} 值的增加而增大,具有较大初始刚度的节理能传递更多的波; T_{pc}^{lin} 与 γ 无关, T_{pc}^{non} 明显依赖于 γ 。如果 γ 非常小, T_{pc}^{non} 的值趋近于 T_{pc}^{lin} 。 T_{pc}^{non} 随着 γ 的增大而增大, R_{pc}^{non} 与 T_{pc}^{non} 的变化趋势相反,即随着 γ 的增加而减小。 R_{pc}^{lin} 随着 k_{ni} 值的增加而减小, R_{pc}^{lin} 、 T_{pc}^{lin} 的变化都与非线性系数 γ 无关。由此可见,本文与文献[5]所得的结论是相同的。

3.2 非线性系数和入射波频率对应力波传播的影响

图8为在不同入射波频率下,透射系数和反射系数与 γ 的关系曲线,反映了波频率对透射系数和反射系数的影响。其中: k_{ni} 取 1.25GPa ;波频率 f 分别取 50Hz 、 150Hz 、 250Hz 、 500Hz 、 800Hz 。

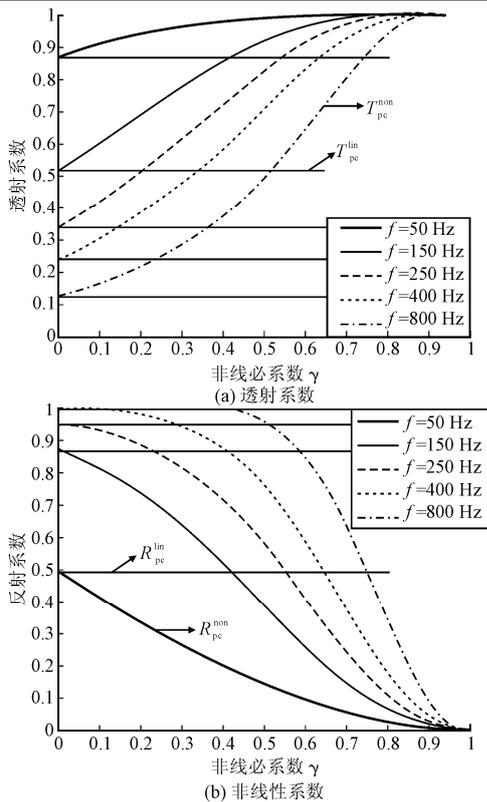


图8 不同频率下 ($T_{pc}^{lin}, T_{pc}^{non}$)和($R_{pc}^{lin}, R_{pc}^{non}$)与 γ 的关系曲线

由图8可知, T_{pc}^{non} 和 T_{pc}^{lin} 随着频率 f 的增大而减小, 当非线性系数 γ 很小时, 频率越高透射系数越趋近于0, T_{pc}^{lin} 仍与 γ 无关。随着波频率的增大, 透射系数曲线形状由凸到凹变化, 表明低频率下有更多的透射波穿过。由图8(b)可知 R_{pc}^{non} 与 T_{pc}^{non} 变化趋势相反, 高频率下透射系数在 γ 很大范围内增长缓慢, 更多入射波被反射。由此可见, 本文与文献[5]所得的规律是吻合的。

4 参数研究

本文所推导的波传播方程有益于应力波斜入射时非线性参数的全面分析和深入研究。该节参数研究主要包括节理非线性系数 $\gamma = d/d_{ma}$ 、节理初始刚度 k_{ni} 、应力波入射角度和入射波幅值等方面。通过分析节理的非线性因素对应力波透射系数和反射系数的影响, 本文研究了应力波在岩石非线性节理中的传播过程, 参数的选取与上节相同。

法向刚度和剪切刚度取值如下: 节理的法向刚度 K_n 仍通过双曲线BB模型获得; 未充填的干净节理的剪切强度则主要受节理表面形态的控制。Kulhaway^[18]认为剪切刚度的变化和法向刚度有关, 提出了与节理法向刚度相关的剪切刚度公式, 即 $k_s = k_n / 2(1-\nu)$ (其中 ν 为泊松比)。

4.1 节理非线性系数

图9揭示了非线性系数对应力波透射系数和反射系数的影响, 分析时入射角取 20° , 节理初始刚度 k_{ni} 取 3.0GPa , 波频率 f 取 150Hz 。非线性系数, 即节理闭含量与最大允许闭含量的比率, 在 $0\sim 1$ 之间变化。

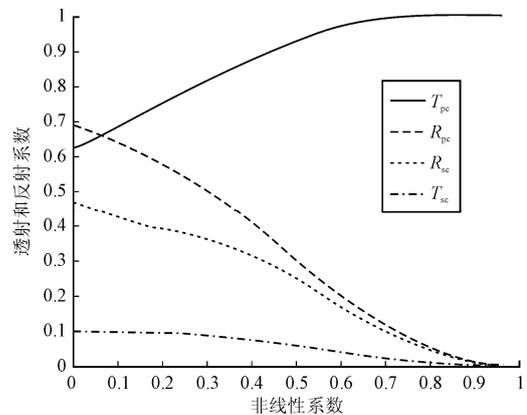


图9 透射系数和反射系数与非线性系数 γ 的关系曲线

由图9可知, 非线性系数较小时, 透射P波系数和两种反射波系数较大, 透射S波系数最小。随着非线性系数的增大, 透射P波系数接近线性增加, 透射S波缓慢减小并趋近于0; 反射P波和反射S波随着非线性系数的增加逐渐减小。当非线性系数增大至1时, 即节理法向刚度趋近于无穷大时, P波透射系数 T_{pc} 接近于1, 其他三种波的系数接近于0, 该种情况下, 仅产生透射P波。

4.2 节理初始刚度

研究节理非线性法向本构模型中不同初始刚度对应力波透射系数和反射系数的影响时, 为方便分析, 定义等效法向初始刚度为 $K_{ni} = k_{ni} / (z_p \omega)$ ^[12]。图10反映了初始刚度的变化对波透射系数和反射系数的影响。参数研究时入射角取 20° , 波频率 f 取 150Hz , 非线性系数取 0.5 。等效初始刚度在 $0\sim 3$ 之间变化。

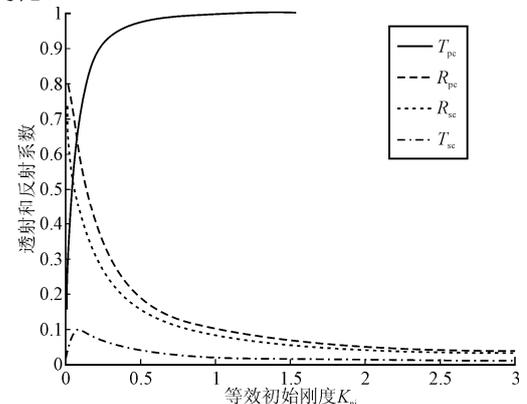


图10 透射系数、反射系数与等效初始刚度 K_{ni} 的关系曲线

由图 10 可知: 当等效刚度接近于 0 时, 节理相当于自由面, 仅有反射波产生, 反射波系数都较大; 随着等效初始刚度的增加, 透射 P 波系数迅速增大且接近于 1, 透射 S 波数值较小, 先增大后缓慢减小并趋近于 0; 反射波系数均迅速减小, 当等效刚度超过 0.5 后, 反射波系数缓慢减小并接近于 0。与其他三种波形相比较, 透射 S 波系数最小。

与文献[12]结果相比较, 考虑非线性法向变形后, 随刚度的增加, 透射波系数在很小范围内迅速增大并趋近于 1; 同时反射波系数也迅速减小, 节理面上将产生更多的透射波。

4.3 应力波入射角度

图 11 揭示了不同入射角度对透射系数和反射系数的影响, 分析时节理初始刚度 k_{ni} 取 3.0GPa, 波频率 f 取 150Hz, 非线性系数取 0.5。纵波临界入射角为 90° , 参数研究时选取入射角从 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间变化。

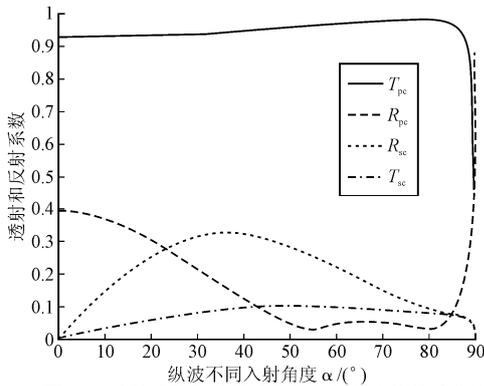


图 11 透射系数和反射系数与入射角度的关系曲线

由图 11 可知: 透射系数 T_{pc} 值最大, 透射系数 T_{sc} 仍是最小; 随着入射角度的增大, 透射系数变化缓慢, 当接近于入射临界角 90° 时, 迅速减小; 当入射角在 55° 以内, 随着入射角的增加, 反射系数 R_{pc} 逐渐减小, 而在接近临界角时将迅速增大。入射角度以 38° 为界限, 反射系数 R_{sc} 先增大后减小。

同样与文献[12]结果相比较, 考虑非线性法向变形后, 透射系数变大, 反射系数减小, 同时反射系数 R_{sc} 的界限角变小。

4.4 应力波幅值

为有效分析入射波在非线性法向变形节理中波形的变化规律, 入射波取三个周期的波形, 入射角取 0° , 节理初始刚度 k_{ni} 取 3.0GPa, 波频率 f 取 150Hz。入射波最大振幅分别取 0.2 m/s、0.1 m/s、0.05 m/s、0.02 m/s。

考虑节理非线性因素后, 当纵波垂直入射岩石

节理时, 随着质点速度的增大, 节理闭合量会以非线性方式增大到节理允许闭合量的最大值, 然后随着质点速度的减小, 闭合量逐渐减小为 0。

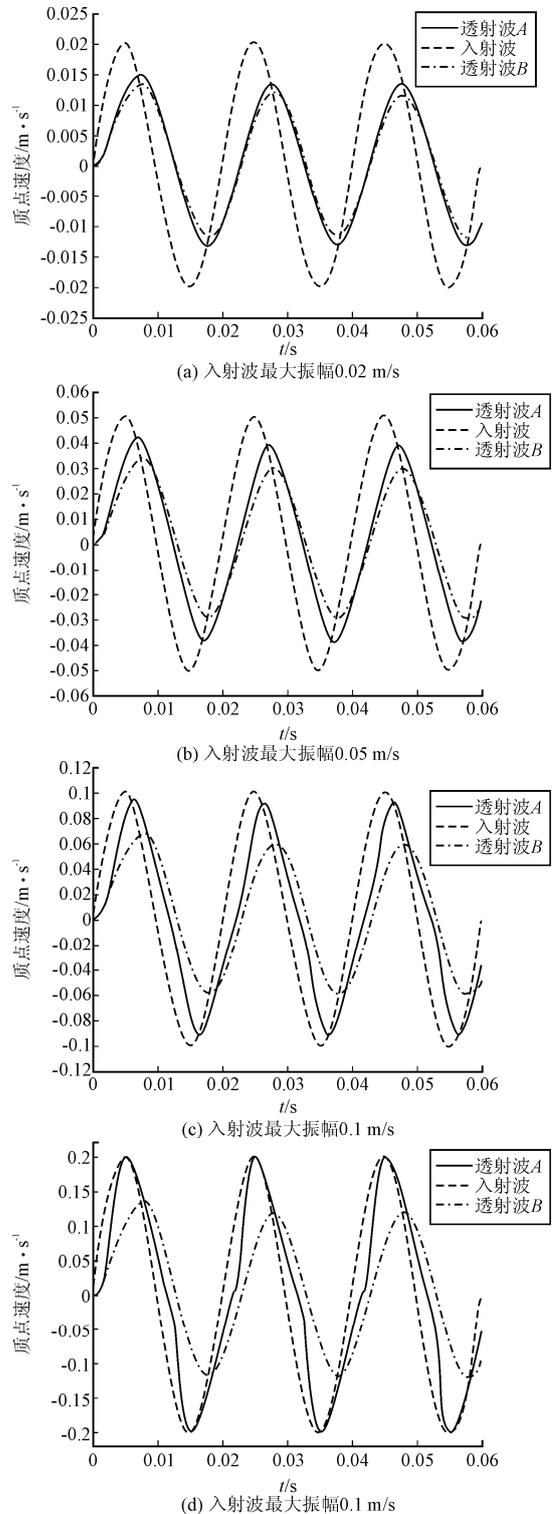


图 12 不同幅值下入射波和透射波的时程曲线

图 12 中: 透射波 A 为考虑节理非线性情况下质点速度的波形; 透射波 B 为线性节理情况下质点速度的波形; 入射波为正弦曲线。依据 BB 模型的本构关系曲线, 当应力较小时, 刚度变化接近于常

数, 应力超过某一值时, 法向应力随节理闭合量的增大以非线性的形式迅速增加, 同时斜率(即节理刚度)也迅速增大。由图 12 可见, 随着入射波幅值增大, 节理闭合量增大, 节理瞬时刚度以非线性方式迅速增加, 将导致透射系数 T_{pc}^{non} 的增大, 质点速度逐渐接近于入射波的质点速度。因此, 考虑非线性因素时, 节理瞬时刚度以非线性方式迅速增大, 透射波幅值增加, 透射能力增强, 将有更多的透射波穿过节理。

分析图 12 中节理线性本构中的透射波 B 的质点速度时程曲线分析可知, 当入射波幅值减小时, 透射波 A 和 B 的时程曲线趋于相同。因此, 应力波幅值较小时, 节理的非线性可等价于线性问题来考虑。

根据图 12(d)中质点速度的时程曲线, 在同一个入射波幅值下: 透射波 A 的质点速度增大时, 因瞬态刚度以非线性的方式增大, 导致透射系数增大, 质点速度幅值接近于入射波质点的速度幅值; 当质点速度减小时, 刚度接近于常数, 应力和刚度趋近于线性关系, 导致透射波的波形趋于线性本构节理下的曲线变化, 从而使透射波的波形相对于入射波波形在时域上发生了畸变。

5 结 论

本文引入节理非线性法向变形本构模型(BB 模型), 在时域范围内基于一种优化算法得到了应力 P 波在非线性法向变形本构节理中传播的波动方程。在综合考虑入射角和节理非线性行为时, 该方程避免了复杂的数学运算(如傅立叶变换和傅立叶逆变换等), 通过迭代计算即可方便求出透射波和反射波的数值解。

通过应力波垂直入射单个非线性节理的研究并结合已有的研究成果, 证明了本文方法所得结果的合理性; 尤其在分析应力波垂直入射非线性法向变形节理面时本文方法具有较好的精度。

通过应力波斜入射单个非线性节理的研究发现: 一方面, 节理的非线性使得节理刚度以双曲函数的形式变化, 对应力波的透射系数和反射系数影响较大, 例如, 当应力波幅值较大时, 透射波的波形相对于入射波波形在时域上产生了畸变; 另一方面, 波在斜入射节理时产生了波型转换, 入射角度对波的透反射系数有较大影响, 透射系数和反射系数并非随着入射角度的变化而单调变化。

本文在时域内所推导的波传播方程更有益于

波斜入射时非线性参数的广泛研究, 为开展该方面的理论研究工作提供了借鉴。本文所推导的理论方法是应力波在非线性节理中传播规律的理论补充, 所得结论有益于更好地理解应力波在节理岩体中的传播机理。

参 考 文 献

- [1] Zhao X B. Theoretical and numerical studies of wave attenuation across parallel fractures[D]. Singapore: Nanyang Technological University, 2004.
- [2] Kulhaway S F H. Stress-deformation properties of rock and rock discontinuities[J]. *Engineering Geology*, 1975, 8(3): 327-350.
- [3] Goodman R E. Method of geological engineering in discontinuous rocks[M]. 1st ed. New York: West, 1976.
- [4] Barton N, Bandis S, Bakhtar K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1985, 22(3): 121-140.
- [5] 赵坚, 蔡军刚, 赵晓豹, 等. 弹性纵波在具有非线性法向变形本构关系的节理处的传播特征[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(1): 9-17.
- [6] Miller R K. An approximate method of analysis of the transmission of elastic waves through a frictional boundary[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1977, 44(4): 652-656.
- [7] 石崇, 徐卫亚, 周家文. 二维波穿过非线性节理面的透射性能研究[J]. *岩土力学与工程学报*, 2007, 26(8): 1645-1652.
- [8] 王卫华. 节理动态闭合变形性质及应力波在节理处的传播[D]. 长沙: 中南大学, 2006.
- [9] Lining. Wave propagation problems in the jointed rock mass[M]. Xi'an: Northwest University of Technology Press, 1993.
- [10] 李宁. 岩土工程数值仿真分析[C]//*岩土力学与工程论文集*. 西安: 陕西科学技术出版社, 1994: 19-33.
- [11] 李宁, 葛修润. 岩体节理在动荷作用下的有限元分析[J]. *岩土工程学报*, 1994, 16(1): 29-38.
- [12] Li Jianchun, Ma Guowei. Analysis of blast wave interaction with a rock joint[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2010, 43(6): 777-787.
- [13] Wolf J P, Song Ch M. Finite-element modelling of unbounded media[R]. John Wiley & Sons Ltd, England, 1996.
- [14] 刘天云, 刘光廷. 拱坝河谷三维地震动分析[J]. *水利学报*, 2000 (9): 79-85.
- [15] Bandis S C, Lumsden A C. Fundamentals of rock fracture deformation[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geo-mechanics Abstracts*, 1983, 20(6): 249-268.
- [16] 俞缙, 钱七虎, 林从谋, 等. 纵波在改进的弹性非线性法向变形行为单节理处的传播特性研究[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(8): 1156-1164.
- [17] 闫子舰, 夏才初, 王晓东, 等. 岩石节理流变力学特性及其本构模型[J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2009, 37(5): 601-606.
- [18] Kulhawy F H. Stress deformation properties of rock and rock discontinuities[J]. *Engineering Geology*, 1975, 9(4): 327-350.