

# 弯矩作用下薄板振动的仿真分析

杨义<sup>1,2</sup> 李志远<sup>1</sup>

(合肥工业大学噪声振动所 230009 合肥)<sup>1</sup> (安徽农业大学工学院 230036 合肥)<sup>2</sup>

**摘要:** 针对工程中广泛存在的弯矩作用下板结构的振动问题, 分别建立四边固定、三边固定一边自由、两对边固定两对边自由的3种不同边界条件下板的振动模型; 基于有限元法计算振动板的频率响应, 计算了各节点振动速度的平方和; 运用部分追加法正交试验方案分别对板厚、边界条件、板的损耗因子三因素三水平、激励点位置四水平进行了正交试验。实例结果表明, 以速度平方和的大小为目标, 影响薄板振动的主次因素顺序为: 损耗因子、板厚、边界、激励点位置; 当振动板两对边固定另两对边自由支承、板厚为0.014m、在(0.5m,0.4m)点处激励且板的损耗因子为0.0008时, 此组合为薄板结构振动最小的最优组合。

**关键词:** 边界条件; 板振动; 振动速度; 有限元法

**中图分类号:** TH113.1; TB535 **文献标识码:** A

## 1 引言

工程中广泛使用着不同边界支承条件的板构件, 结构的振动会产生噪声, 同时也会影响结构寿命。目前随着对振动噪声指标的控制要求越来越高, 如何有效地降低振动, 是工程设计的重要内容之一。在设计阶段通过设计模型的计算, 可以预知结构振动响应的大小。用有限元法对结构进行振动数值仿真可以计算出振动响应, 在实际工程中应用广泛。

文献[1]~[2]对弹性薄板的挠度和内力的解法进行了研究; 文献[3]~[4]通过计算功率流来研究板或加筋板的振动; 文献[5]~[8]研究了结构声波在板中的传递及其能量分布规律, 同时讨论了约束阻尼层对板振动能量耗散的影响。由文献[9]可知, 薄板结

构振动对外辐射的声功率是结构振动速度的二次函数。若通过改变边界条件、激励点位置、损耗因子、板厚等参数使结构振动速度降低, 则必能使其声辐射的声功率下降。

寻求一般边界条件下矩形板的精确解是十分困难的, 通常求解此类问题的方法主要有两大类, 即解析法和数值法。解析法都要事先选定挠度函数, 而这些函数的选取具有一定的局限性, 所以数值法(主要是有限元法)通常被采用来解决这类问题。本文通过数值方法建立有限元模型, 并进行相应的动响应计算。

## 2 结构频率响应的有限元分析

结构在谐波激励时稳态有限元方程可表示为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t) \quad (1)$$

其中:  $M$ 、 $C$ 、 $K$  分别为结构的刚度矩阵、阻尼矩阵、质量矩阵;  $\ddot{\mathbf{u}}$  为节点加速度;  $\dot{\mathbf{u}}$  为节点速度;  $\mathbf{u}$  为节点位移;  $\mathbf{f}(t)$  为外激励载荷向量。求解该方程可得到结构各节点振动的位移、速度、加速度。其振动强度一般用振动位移或速度表示。振动的速度或位移越小, 意味着振动的响应越小。速度的求取如图 1 所示。

设计变量

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

速度和为

$$v = \text{sum}(v_{j,k}^2), (j=1, 2, \dots, m, k=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

其中:  $\mathbf{X}$  为边界、激励点位置、板厚等设计参数;  $v_{j,k}$  为结构在第  $j$  个频率时节点  $k$  的振动速度;  $\text{sum}$  为求和函数。分别建立不同的边界条件、板厚、激励点位置的变化进行谐响应分析, 提取速度, 计算得到振动速度和。其计算流程图如图 1 所示。

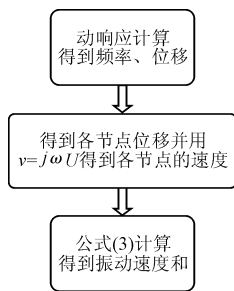


图 1 计算振动速度流程图

### 3 模型的建立

工程中的一些结构是由支脚来支承机器, 支脚焊接在不同支承的弹性矩形薄板上, 形成一个板结构。机器的振动通过支脚传递到薄板, 从而引发弹性板的振动, 进而传递到连接在板上的其他所有零部件。结构的振动不仅会降低人员的舒适度, 还会降低各种机械零件和仪器的使用寿命, 因此研究这种结构的振动很有必要。对于图 2 所示振动模型: 支脚可减化为刚度无限大的钢块; 板长  $a_2$ 、宽  $b_2$ 、厚  $h_2$ , 支脚一端与薄板耦合, 另一端受集中简谐载荷  $F$  作用; 忽略剪切力对板的振动的影响, 此时可把激励力简化为简谐弯矩。

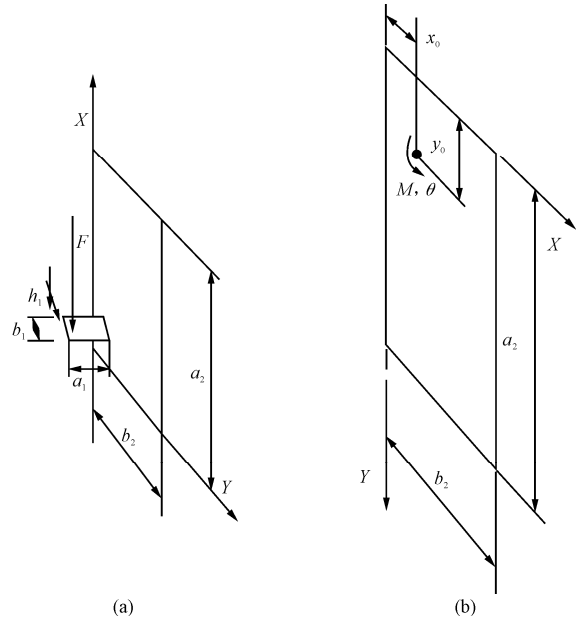


图 2 弯矩作用下的薄板模型

## 4 算例研究

### 4.1 参数的选取

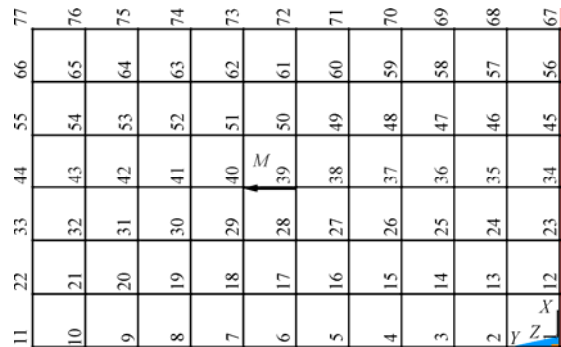


图 3 薄板的有限元模型

利用 SHELL63 单元, 建立薄板的有限元模型, 如图 3 所示, 共有 60 个 SHELL63 单元, 77 个节点。四边的支承分别为四边固定、三边固定一边自由、两对边固定两对边自由, 不变参数分别为: 板长  $\times$  板宽 =  $1\text{m} \times 0.6\text{m}$ ;  $\rho = 7800\text{kg/m}^3$ , 板的泊松比  $\nu = 0.3$ , 板的弹性模量  $E = 2.06 \times 10^{11}\text{N/m}^2$ ; 激励弯矩  $M = 150\text{N}\cdot\text{m}$ , 薄板结构的可变参数为: 边界条件分别为 1(两对边固两对边自由 2fi-2fr)、2(三边固定一边自由 3fi-1fr)、3(四边固定 4fi); 板的损耗因子  $\eta$  分别等于 0.0008、0.0005、0.0001; 板厚分别为 0.01m、0.012m、0.014m, 激励点位置分别为 (0.5m,0.3m)、(0.4m,0.4m)、(0.5m,0.4m)、(0.5m,0.2m)。

表1 试验方案及结果分析

	边界	板厚/m	激励点位置/m	损耗因子	振动速度 $v^2/m^2 \cdot s^{-2}$
1	1(2fi-2fr)	1(0.01)	3(0.5,0.4)	2(0.0005)	2702
2	2(3fi-1fr)	1	1(0.5,0.3)	1(0.0008)	$2 \times 1999 = 3998$
3	3(4fi)	1	2(0.4,0.4)	3(0.0001)	$2 \times 26401 = 52802$
4	1	2(0.012)	2(0.4,0.4)	1	$2 \times 924 = 1848$
5	2	2	3(0.5,0.4)	3	10924
6	3	2	1(0.5,0.3)	2	$2 \times 1800 = 3600$
7	1	3(0.014)	1(0.5,0.3)	3	$2 \times 8060 = 16120$
8	2	3	2(0.4,0.4)	2	$2 \times 1299.5 = 2599$
9	3	3	3(0.5,0.4)	1	526
追1	1(2fi-2fr)	1(0.01)	4(0.5,0.2)	2(0.0005)	2580
追2	2	2(0.012)	4(0.5,0.2)	3(0.0001)	8869
追3	3	3	4(0.5,0.2)	1	512
$V_{j1}$ 平	3875	10347	3953	1147	
$V_{j2}$ 平	8796	4206	9541.5	1913.5	
$V_{j3}$ 平	9573	3293	3829	14342	
$R_j$	5698	7054	5713	13195	
$R'_j$	2963	3668	2571	6861	
优水平	1(2fi-2fr)	3(0.014)	3(0.5,0.4)	1(0.0008)	
主次因	损耗因子、板厚、边界条件、激励点位置				最优组合：两固两由支承、板厚 0.014m、激励点(0.5m,0.4m)、损耗因子为 0.0008，此时板的振动速度和为 $499.8 (m/s)^2$ 。

4.2 算例的研究方法

为了研究各因素、比较各因素交互作用的重要程度(即对试验指标的影响大小)、直接获得最优组合处理(即最优工艺条件和最佳参数组合), 本文就因素与试验指标之间的关系进行探索性试验。正交试验方法就是一个行之有效的科学试验方法。在试验中, 将某一因素再添加若干个水平, 追加几个试验点, 以便更全面地考察该因素的作用, 这种方法称为部分追加法<sup>[10]</sup>。为了对振动影响因素排序并找出最优组合, 本文采用追加法正交试验方案, 计算出的结果如表 1 所示。将板划分成 60 个四边形单元, 77 个节点, 在相应节点施加一幅值为  $M=150N \cdot m$  的频率激励弯矩, 计算从 1Hz 到 2000Hz 的位移响应, 得到速度响应。相同条件的板上节点的频率响应点相同, 只是幅值的大小不同, 如图 4 所示; 不同边界条件下, 板结构的固有频率发生变化, 被激起的振动模态数量也会有变化。由图 4 和图 5 中可以看到, 当试验序号不同, 即板的边界条件不同时, 在相同的频率区间所激起的模态数量不同。

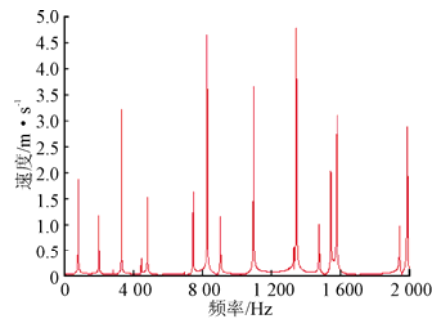


图4(a) 试验序号1所对应的16个频率点

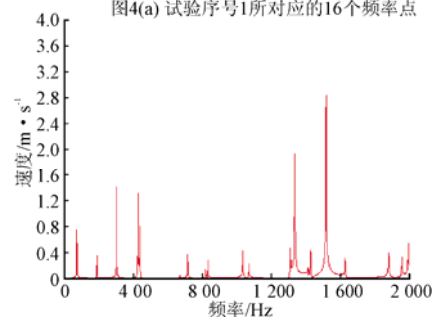


图4(b) 试验序号2所对应的19个频率点

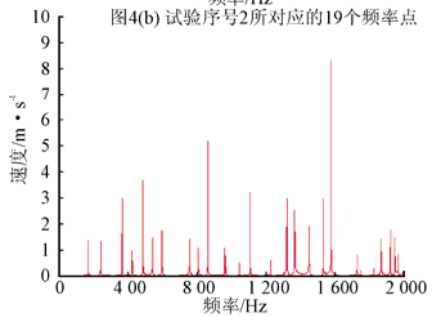


图4(c) 试验序号3所对应的31个频率点

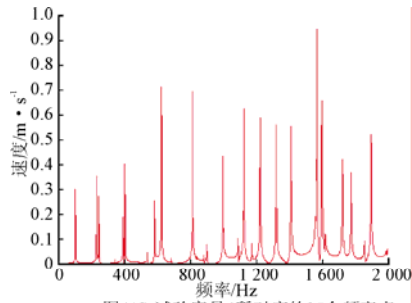


图4(d) 试验序号4所对应的25个频率点

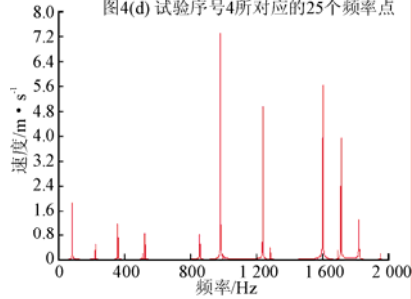


图4(e) 试验序号5所对应的25个频率点

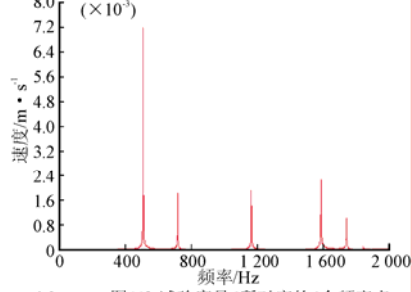


图4(f) 试验序号6所对应的6个频率点

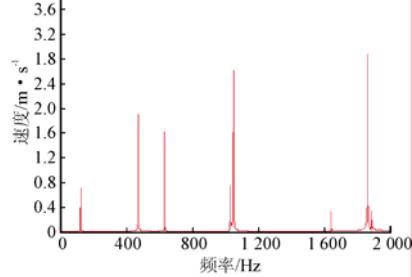


图4(g) 试验序号7所对应的11个频率点

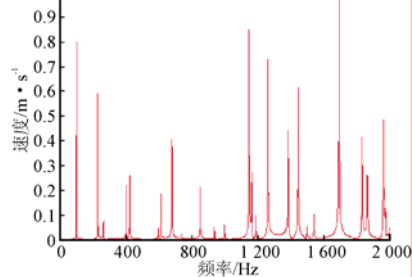


图4(h) 试验序号8所对应的25个频率点

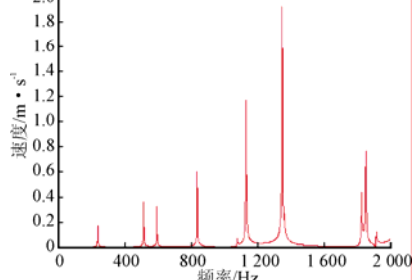


图4(i) 试验序号9所对应的10个频率点

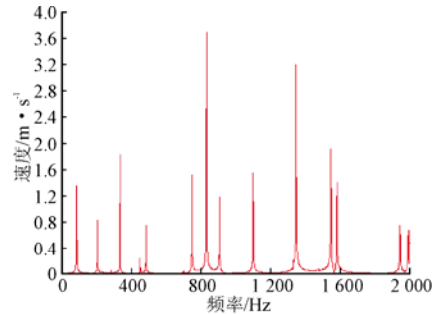


图4(j) 试验序号追1所对应的16个频率点

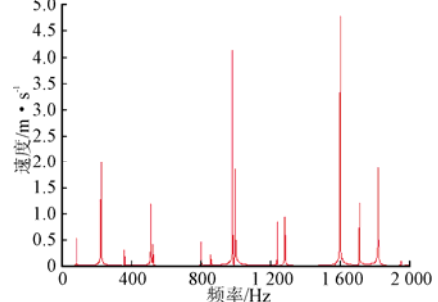


图4(k) 试验序号追2所对应的16个频率点

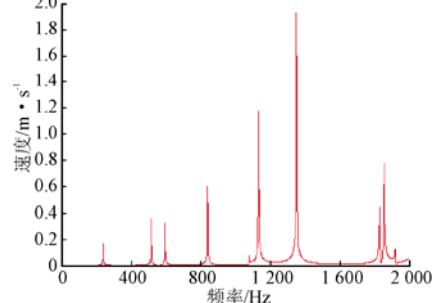
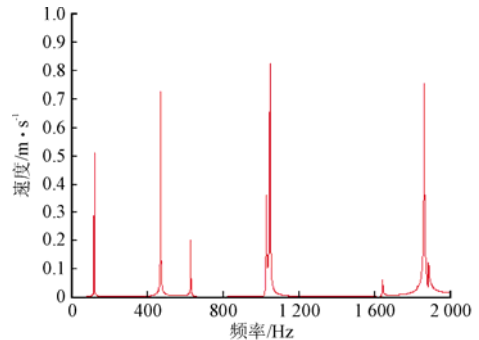
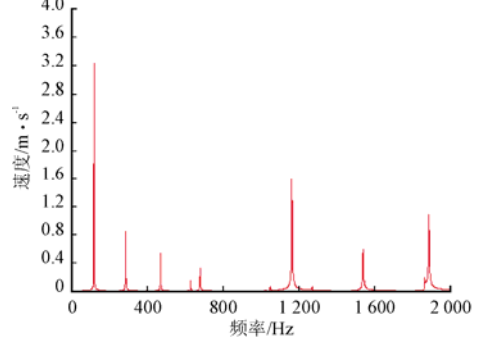


图4(l) 试验序号追3所对应的10个频率点

图 4 各个试验序号所对应的频率点



(a) 任取一组合(2fi-2fr、板厚0.014 m、激励点(0.5 m、0.3 m)、损耗因子0.000 8)时的10个频率响应点



(b) 最优组合时的12个频率响应点

图 5 试验方案及可信性验证

### 4.3 算例的结果处理

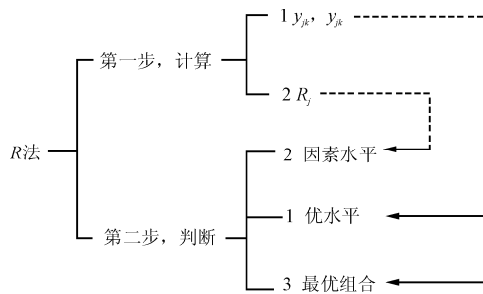


图6 极差法示意图

分别建立不同的边界条件、板厚、激励点位置的变化,进行谐响应分析,提取速度并计算得到振动速度。根据式(3)计算出速度的和函数,如表1所示。利用极差分析法可以分析得到主次和最优组合,如图6所示。其中: $y_{jk}$ 为第 $j$ 因素 $k$ 水平对应的试验指标和; $\overline{y_{jk}}$ 为 $y_{jk}$ 的平均值,由 $\overline{y_{jk}}$ 的大小可以判断 $j$ 因素的优水平。各因素优水平的组合即最优组合; $R_j$ 为第 $j$ 因素的极差,其计算式如下。

$$R_j = \max[\overline{y_{j1}}, \overline{y_{j2}}, \dots] - \min[\overline{y_{j1}}, \overline{y_{j2}}, \dots] \quad (4)$$

极差越大,说明该因素对试验指标的影响越大,也就越重要;进而可以分析各因素的优水平,优水平的组合即为最优组合。

## 5 验证

为了验证最优组合的振动是否为最小,任取一组合,如:边界条件为两固两由支承、板厚为0.014m、激励点为(0.5m,0.3m)、损耗因子为0.0008,得到振动速度平方和为 $521(\text{m/s})^2$ 。最优组合:两对边固定另两对边自由、板厚0.014m、激励点(0.5m,0.4m)、损耗因子0.0008时振动速度平方和 $499.77(\text{m/s})^2$ 。相比,最优组合的速度平方和小于任何一个组合的振动,试验方案与结果可信。

## 6 结果分析与讨论

本文利用部分追加法正交试验方案对不同条件下薄板结构在简谐弯矩作用下的振动进行了计算,主要结论如下。

1) 影响振动的主次因素排序为:损耗因子、板厚、边界条件、激励点位置。首要因素是损耗因子,因为求取的是各个固有频率点的速度平方之和;随着板厚的变化,固有频率也发生了变化,故频率点的速度也发生了变化;边界条件变化也使得固有频率发生变化,导致频率点的速度发生了变化;激励点位置的改变会激起不同的模态,导致频率点的增减,进而影响速度平方和。

2) 在上述这些因素中,最优组合为:两对边固定另两对边自由、板厚0.014m、激励点(0.5m,0.4m)、损耗因子0.0008。在具体设计时,应结合具体结构进行详细计算,才能得到振动量较小的结构。

3) 本文应用的部分追加法正交试验方案和有限元模拟算法,可以预测振动量的大小,从而指导设计工作,避免了耗资巨大的物理试验。

## 参 考 文 献

- [1] 钟阳,殷建华. 两对边固支两对边自由弹性矩形薄板理论解[J]. 重庆建筑大学学报, 2005, 27(6): 29-32.
- [2] 岳建勇,曲庆璋. 两对边固定两对边自由矩形板的精确解[J]. 青岛建筑工程学院学报, 2000, 21(2): 14-17.
- [3] 李凯,赵德有,黎胜. 加筋板结构振动声强可视化研究[J]. 中国舰船研究, 2010, 5(4): 16-21.
- [4] 谢基裕,吴文伟. 振动过程中的振动能及功率流分析[J]. 计算机辅助工程, 2006, s1: 117-120.
- [5] Bernhard R J, Bouthier O. Model of the space averaged energetics of plates[J]. AIAA Journal, 1992, 30(2): 616-623.
- [6] Cies'lik J, Bochaiaik W. Vibration energy flow in ribbed plates [J]. Mechanics, 2006, 25(3): 119-123.
- [7] Zhang Y, Mann J A. Examples of using structural intensity and the force distribution to study vibration plates[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1996, 99(1): 354-361.
- [8] Xu X D, Lee H P, Wang Y Y, et al. The energy flow analysis in stiffened plates of marine structures[J]. Thin Walled Structures, 2004, 42(7): 979-994.
- [9] 黎胜,赵德有. 结构声辐射的振动模态分析和声辐射模态分析研究[J]. 声学学报, 2004, 29(3): 200-208.
- [10] 任露泉. 试验设计及其优化[M]. 北京: 科学出版社, 2009.