

电磁-永磁混合磁悬浮系统的悬浮刚度研究

陈慧星, 李云钢, 常文森

(国防科技大学磁悬浮技术研究中心, 湖南省 长沙市 410073)

Research on Levitation Stiffness of Hybrid Suspension System

CHEN Hui-xing, LI Yun-gang, CHANG Wen-sen

(Engineering Research Center of Maglev Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan Province, China)

ABSTRACT: The levitation stiffness problem of hybrid suspension system with electro and permanent magnets is noteworthy. Based on the force model of hybrid suspension system, this paper presents the constraint relation between levitation stiffness and the structural and material property of permanent magnets. Furthermore, the relation between levitation stiffness and proportional action coefficient is put forward. The regulation power loss of hybrid suspension system caused by levitation stiffness variation was analyzed. The value of optimal levitation stiffness and proportional action coefficient under the optimal linearity range were discussed. The result shows that rational configuration of permanent magnets and reasonable proportional action coefficient can improve stiffness. The improvement of levitation stiffness can reduce regulation power loss, enhance stability and carrying capacity.

KEY WORDS: hybrid suspension system; levitation stiffness; regulation power loss; optimal linearity range; optimal levitation stiffness

摘要: 对电磁-永磁混合磁悬浮系统的悬浮刚度问题展开研究, 基于混悬系统的力学模型, 导出了悬浮刚度与永久磁铁的厚度、截面积、材料特性等因素及 PID 控制中的比例系数之间的约束关系, 说明悬浮刚度大小对于混合磁悬浮系统控制功耗的影响, 并分析了最优线性度下的最优悬浮刚度及最优比例系数的取值问题。分析结果表明, 选取合理的永久磁铁结构及比例系数能提升系统的悬浮刚度, 合理地增加悬浮刚度能降低混悬系统的控制功耗, 同时提高系统的稳定性及承载能力。

关键词: 混合磁悬浮系统; 悬浮刚度; 控制功耗; 最优线性度; 最优悬浮刚度

基金项目: 国家自然科学基金项目(60404003); 湖南省自然科学基金项目(03JJY310)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (60404003).

0 引言

电磁-永磁混合磁悬浮系统利用永磁磁通产生系统悬浮所需的静态悬浮力, 电磁磁通用于对混合磁悬浮系统的动态调节, 因而该新型结构^[1-9]具有悬浮功耗小、对车载电源技术要求低、承载比高等优点, 成为当前磁悬浮研究领域的一大热点。

电磁-永磁混合磁悬浮系统中, 悬浮刚度是表征系统悬浮性能的一个重要指标。由于永久磁铁的引入, 其悬浮刚度的大小不仅与电磁部分的结构参数有关, 与控制算法、永磁材料的特性及永久磁铁的结构参数之间也必然存在约束关系。

本文基于电磁-永磁混合磁悬浮系统的力学模型, 着重推导悬浮刚度与永久磁铁的材料特性及结构参数之间的约束关系, 以期从原理上指导混合磁铁的结构设计^[10]并对悬浮控制算法^[11-15]的改进提供重要的参考。

1 悬浮刚度的数学模型

1.1 数学建模

对于图 1 所示的电磁-永磁混合磁悬浮系统, 在模型精度允许范围内作如下假设^[16-17]: 1) 忽略漏

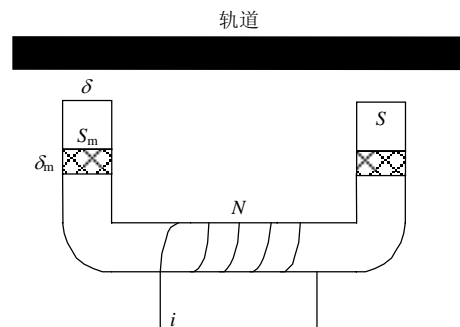


图 1 混合磁铁悬浮示意图

Fig. 1 Schematic diagram of hybrid magnet

磁通和磁场的边缘效应; 2) 忽略线圈铁芯与轨道的磁阻, 即认为磁势均匀降在间隙和永久磁铁厚度上。

设 μ_0 为真空磁导率; μ_r 为永磁材料的相对磁导率; H_c 为永磁矫顽力; S 为等效磁极面积; S_m 为永久磁铁的截面积; δ_m 为永久磁铁厚度; B_m 为永磁处的磁通; H_m 为永磁处的磁场强度; δ 为悬浮间隙; B 为气隙磁通; H 为气隙磁场强度; u 为线圈电压, 是控制量; i 为电磁线圈电流; N 为线圈匝数; M 为悬浮质量; g 为重力加速度; F' 为磁力。

根据假设 1, 由磁通连续定理得到:

$$BS = B_m S_m$$

所以

$$B_m = \frac{BS}{S_m} = \frac{\mu_0 HS}{S_m} \quad (1)$$

根据永磁材料的特性, 永磁材料厚度 δ_m 处的垂向磁场强度满足:

$$H_m = -H_c + \frac{B_m}{\mu_r \mu_0} = -H_c + \frac{HS}{\mu_r S_m} \quad (2)$$

根据假设 2, 根据安培环路定理, 得

$$2\delta_m \cdot H_m + 2\delta \cdot H = Ni$$

所以

$$H = \frac{Ni + 2\delta_m H_c}{2(\delta + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})} \quad (3)$$

根据磁力计算式 $F = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 S$, 得到图 1 所示结构的磁力为

$$F' = \mu_0 H^2 S = \frac{\mu_0 S [Ni + 2\delta_m H_c]^2}{4(\delta + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^2} \quad (4)$$

从而得到系统的位移刚度系数为

$$K_\delta = \frac{\partial F'}{\partial \delta} = -\frac{\mu_0 S [Ni + 2H_c \delta_m]^2}{2(\delta + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^3} \quad (5)$$

电流刚度系数为

$$K_i = \frac{\partial F'}{\partial i} = \frac{\mu_0 NS [Ni + 2\delta_m H_c]}{2(\delta + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^2} \quad (6)$$

因此, 全系统的悬浮刚度 K 为

$$K = \frac{\Delta F'}{\Delta \delta} = K_\delta + K_i \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \delta} \quad (7)$$

针对以 (δ_0, i_0) ($i_0=0$) 为平衡点的线性化系统, 由式(5)可知, 位移刚度系数 K_δ 部分由永久磁铁的结构及特性和电磁线圈的结构决定, $K_i \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \delta}$ 部分除了

与永久磁铁的规格和电磁线圈的结构有关外还与控制作用密切相关。此外, 为实现系统的闭环稳定必然要求系统具有正的悬浮刚度, 即 $K > 0$, 从而要求:

$$\frac{\Delta i}{\Delta \delta} > -\frac{K_\delta}{K_i} \quad (8)$$

1.2 基于永久磁铁结构的悬浮刚度分析

由 1.1 节的悬浮刚度模型可知, 永久磁铁的厚度 δ_m 、相对磁导率 μ_r 、矫顽力 H_c 及截面积 S_m 与悬浮刚度关系密切。

将式(5)、(6)代入式(7), 并结合平衡点条件: (δ_0, i_0) ($i_0=0$), 则静态悬浮刚度为

$$K = \frac{\mu_0 \delta_m H_c N S}{(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^2} \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \delta} - \frac{2\mu_0 S (H_c \delta_m)^2}{(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^3} \quad (9)$$

对于永久磁铁的截面积, 求悬浮刚度对于永久磁铁截面积的偏导得到:

$$\frac{\partial K}{\partial S_m} = \frac{2\mu_0 H_c \delta_m^2 S^2 / (\mu_r S_m^2)}{(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^4} \cdot [N(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m}) \cdot \frac{\Delta i}{\Delta \delta} - 3H_c \delta_m] \quad (10)$$

所以当 $\frac{\Delta i}{\Delta \delta} > \frac{3H_c \delta_m}{N[\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m}]}$ 时, 增大永久磁铁

的截面积 S_m 能提高悬浮刚度。同理, 采用相对磁导率 μ_r 大的永久磁铁也能提高悬浮刚度。

对于永磁矫顽力 H_c , 由于

$$\frac{\partial K}{\partial H_c} = \frac{\mu_0 \delta_m S}{(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^3} \cdot [\frac{\Delta i}{\Delta \delta} \cdot N(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m}) - 4H_c \delta_m] \quad (11)$$

所以当 $\frac{\Delta i}{\Delta \delta} > \frac{4H_c \delta_m}{N[\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m}]}$ 时, 用矫顽力大的

永磁材料能提高悬浮刚度, 否则将得到负作用。

对于永久磁铁的厚度 δ_m 而言, 悬浮刚度随永久磁铁厚度的变化关系不仅与控制中的 $\frac{\Delta i}{\Delta \delta}$ 值有关,

还与截面积比 S_m/S 有关。若选择仿真参数如下: $N=750$; $S=0.021 \text{ m}^2$; $H_c=8.4 \times 10^5 \text{ A/m}$; $\delta_0=0.01 \text{ m}$;

$\mu_r=1.25$; $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$; $\frac{\Delta i}{\Delta \delta} = 8960$, 则悬浮刚度与

永久磁铁的厚度及截面积比之间的约束关系如图 2 所示。图 2 清楚地表明了, 在永久磁铁厚度一定的情况下, 增大永久磁铁的截面积能显著改善悬浮刚

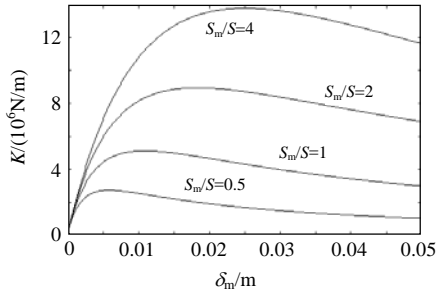


图2 不同截面积比下悬浮刚度与永久磁铁厚度对应关系
Fig. 2 Relation between levitation stiffness and thickness of permanent magnets under varies pole area

度性能；在永久磁铁的厚度低于某一值时增加永久磁铁的厚度能提高系统悬浮刚度，超过该值时增加永久磁铁的厚度将导致系统悬浮刚度的减弱，而该值的大小与截面积比有直接的关系。

根据上述分析可知，在电磁铁结构固定且 $\Delta i/\Delta \delta$ 取值合理的情况下，混合系统的悬浮刚度能通过修改永久磁铁的尺寸或者选用特性更好的永磁材料来提升，即采用相对磁导率 μ_r 高或矫顽力 H_c 大的永磁体、适当增加永久磁铁的厚度 δ_m 及提高永久磁铁的截面积 S_m 等。此外，修改永久磁铁的结构参数将影响混悬系统在零功率悬浮^[18]下的承载能力，具体影响可通过式(4)直观地得到。

1.3 基于PID控制的悬浮刚度分析

在常规的PID零功率控制作用下，电磁-永磁混合悬浮系统的线圈控制电压 u 满足如下关系：

$$u = k_p(\delta - \delta_e) + k_d\dot{\delta} + k_i \int idt \quad (12)$$

式中： k_p 、 k_d 、 k_i 分别为比例、微分、积分系数； δ_e 为预设间隙，零功率控制通过对电流的积分来实现。

在混合悬浮系统中引入快速电流环^[19]的概念并进行归一化处理后，控制电压与线圈电流的关系近似相等^[3]，因而线圈电流具备如下的关系：

$$i = k_p(\delta - \delta_e) + k_d\dot{\delta} + k_i \int idt \quad (13)$$

由于电流积分系数足够小，所以满足 $\frac{\Delta i}{\Delta \delta} \approx k_p$ ，因而 $k_p > -K_\delta/K_i$ ，这与文献[18]中系统可以稳定的结论相一致。结合式(7)可知，常规PID控制对于悬浮刚度的贡献主要体现在比例系数上，所以在常规PID控制作用下，混合EMS系统的控制刚度部分为

$$K_i \frac{\Delta i}{\Delta \delta} = K_i k_p \quad (14)$$

2 悬浮刚度与控制功耗之间的约束关系

磁悬浮系统的能耗主要是由于轨道的不规则引起的^[20]。为了简化分析，在此视两相邻支撑梁之

间的轨道垂向形变依正弦形式进行，因而轨道高度变化模型为

$$h(t) = A \sin(2\pi Vt/\lambda) \quad (15)$$

式中： A 为高度变化幅度； V 为运行速度； λ 为相邻支撑梁之间的距离。

针对图1所示系统，其垂向的动力学关系近似满足^[4]：

$$F' \Big|_{(\delta_0, i_0)} - Mg + K_\delta \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta \delta + K_i \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta i = M \ddot{h}(t) \quad (16)$$

由于在平衡点 (δ_0, i_0) ($i_0=0$)处静态力等于重力，将轨道高度的变化模型代入上式及结合 $\frac{\Delta i}{\Delta \delta} \approx k_p$ ，得

$$\Delta i = - \frac{k_p MA(2\pi V/\lambda)^2}{K_\delta \Big|_{(\delta_0, i_0)} + k_p K_i \Big|_{(\delta_0, i_0)}} \sin\left(\frac{2\pi Vt}{\lambda}\right) \quad (17)$$

在归一化处理^[21]以后，系统的控制电压与电流相等，因而悬浮系统的能耗为

$$P_{av} = \frac{V}{\lambda} \int_0^{\lambda/V} (\Delta i)^2 dt = \frac{1}{2} \left[\frac{k_p MA(2\pi V/\lambda)^2}{K} \right]^2 \quad (18)$$

由式(18)可知，比例系数一定的情况下，通过适当增加永磁材料的厚度 δ_m 、采用相对磁导率 μ_r 高或矫顽力 H_c 大的永磁材料及增大永久磁铁的截面积 S_m 等提高悬浮刚度的方法能实现降低混悬系统控制功耗的目的；永久磁铁结构参数一定的情况下，通过增大 k_p 来提高悬浮刚度的方法将意味着混悬系统控制功耗的增加。

3 最优线性度下的悬浮刚度分析

根据1.2节的分析可知，永久磁铁的结构参数对于悬浮刚度的作用与控制参数 k_p 的选取关系密切。其中控制参数 k_p 的一组合理取值为

$$\frac{4H_c \delta_m}{N \left(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m} \right)} < k_p \quad (19)$$

对 F' 在平衡点 (δ_0, i_0) ($i_0=0$)进行2阶泰勒展开^[21]，得

$$F' = F' \Big|_{(\delta_0, i_0)} + K_\delta \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta \delta + K_i \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta i + \frac{\partial K_\delta}{\partial i} \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta \delta \Delta i + \frac{\partial K_i}{\partial \delta} \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta i \Delta \delta + \frac{\partial K_\delta}{\partial \delta} \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta \delta^2 + \frac{\partial K_i}{\partial i} \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta i^2 \quad (20)$$

上式的误差为 $(\Delta \delta, \Delta i)$ 的3阶小量。为保证 F' 在平衡点 (δ_0, i_0) ($i_0=0$)的线性度，要求：

$$\frac{\partial K_\delta}{\partial i} \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta \delta \Delta i + \frac{\partial K_i}{\partial \delta} \Big|_{(\delta_0, i_0)} \Delta i \Delta \delta +$$

$$\left. \frac{\partial K_{\delta}}{\partial \delta} \right|_{(\delta_0, i_0)} \Delta \delta^2 + \left. \frac{\partial K_i}{\partial i} \right|_{(\delta_0, i_0)} \Delta i^2 = 0 \quad (21)$$

代入式 $\frac{\Delta i}{\Delta \delta} \approx k_p$, 得到比例系数的最优取值为

$$k_p = \frac{6H_c \delta_m}{N(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})} \quad (22)$$

当 $k_p = \frac{2H_c \delta_m}{N[\delta_0 + \delta_m S / (\mu_r S_m)]}$ 时, 系统处于临界稳定

状态, 悬浮刚度为零, 故无意义。在该情况下, 系统的最优线性度所对应的悬浮刚度为

$$K = \frac{4\mu_0 S (H_c \delta_m)^2}{(\delta_0 + \frac{\delta_m S}{\mu_r S_m})^3} \quad (23)$$

从最优悬浮刚度的取值来看, 比例系数所产生的悬浮刚度除了抵消永久磁铁部分的负悬浮刚度部分外, 还额外提供实现系统稳定悬浮所需的正刚度部分, 悬浮刚度的大小正好为位置刚度系数在平衡点 $(\delta_0, i_0) (i_0=0)$ 处值的 2 倍。在最优比例系数条件下, 通过增加永久磁铁的截面积, 选用相对磁导率高或矫顽力大的永磁材料或者适当增大永久磁铁的厚度都能提高系统的最优悬浮刚度。

4 结论

本文针对电磁-永磁混合磁悬浮系统的悬浮刚度问题展开研究。从结构和控制两方面分别分析了影响悬浮刚度的因素, 得到了如下的有用结论:

1) 在比例系数选取合适的情况下, 增加永久磁铁的截面积、选用相对磁导率高或矫顽力大的永磁材料及适当增加永久磁铁的厚度等方法能够提高悬浮刚度。

2) 电磁-永磁混合磁悬浮系统的悬浮刚度对系统的控制功耗有直接的影响。当比例系数一定的条件下, 悬浮刚度的增加将大大降低控制功耗。

3) 根据系统的线性度要求分析了比例系数的最优选值问题, 求解得到了最佳线性度下的最优悬浮刚度。当反馈控制作用产生的正刚度为混合磁铁本身具有的负刚度绝对值的 3 倍时, 系统的线性度最优并且悬浮刚度为混合磁铁自身负刚度绝对值的 2 倍。

参考文献

[1] 曾励, 汪通悦, 徐龙祥, 等. 永磁电磁轴承产生悬浮力的机理研究[J]. 航空学报, 2000, 21(3): 219-221.
Zeng Li, Wang Tongyue, Xu Longxiang, et al. Study on mechanism

for PMEB to produce magnetic suspension force[J]. ACTA Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2000, 21(3): 219-221(in Chinese).

[2] 余龙华. 多极串联悬浮电磁铁的动态控制模型研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(7): 166-168.
She Longhua. The dynamic control model research of serial multi-pole levitation electro-maglev[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(7): 166-168(in Chinese).

[3] Halbach K. Application of permanent magnets in accelerators and electron storage rings[J]. Journal of Applied Physics, 1985, 57(1): 3605-3608.

[4] 徐正国, 徐绍辉, 史黎明, 等. 电磁型混合磁极直接自适应模糊悬浮[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(18): 157-161.
Xu Zhengguo, Xu Shaohui, Shi Liming, et al. Study on direct fuzzy adaptive control for hybrid magnets used on EMS maglev systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(18): 157-161(in Chinese).

[5] 李云钢, 常文森. 磁浮列车悬浮系统的串级控制[J]. 自动化学报, 1999, 125(12): 247-251.
Li Yungang, Chang Wensen. Cascade control of an EMS maglev vehicle's levitation control system[J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 125(12): 247-251(in Chinese).

[6] Post R F. Magnetic levitation system for moving objects: US, Patent Number 5722326[P]. 1998-05-03.

[7] Post R F, Ryutor D D. The inductrack: a simpler approach to magnetic levitation[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2000, 10(1): 901-904.

[8] Bergh V D, Hugo H, Kratz, et al. Magnetic levitation and propulsion system: US, Patent Number 6827022[P]. 2004-12-07.

[9] Heller A. A new approach for magnetically levitation trains-and rockets[J]. Science & Technology Review, 1998, (5): 20-22.

[10] 金志颖, 杨仕友, 倪正光, 等. EMS 型磁悬浮列车电磁系统动态电磁场的有限元分析及其悬浮与牵引力特性的研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(10): 133-137.
Jin Zhiying, Yang Shiyu, Ni Guangzheng, et al. A time-stepping fem for transient electromagnetic field analysis and levitation and propellant force study of an EMS maglev train[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(10): 133-137(in Chinese).

[11] 于德介. 用附加质量与刚度修改结构简谐激励响应[J]. 工程力学, 2000, 17(3): 116-120.
Yu Dejie. Modifying the dynamic response of a structure to harmonic excitation by using of mass and stiffness addition technique [J]. Engineering Mechanics, 2000, 17(3): 116-120(in Chinese).

[12] 年珩, 贺益康. 感应型无轴承电机磁悬浮力解析模型及其反馈控制[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(11): 140-144.
Nian Heng, He Yikang. Analytical modeling and feedback control of the magnetic levitation force for an induction-type bearingless motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(11): 140-144(in Chinese).

[13] Venkatesh M, Jeter P. Urban maglev integrated guideway girder module[C]. The 18th International Conference on 140 Maglev Systems and Linear Drivers, Shanghai, China, 2004.

[14] 朱焜秋, 邓智泉, 袁寿其, 等. 永磁偏置径向-轴向磁轴承工作原理和参数设计[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(9): 54-58.
Zhu Huangqiu, Deng Zhiquan, Yuan Shouqi, et al. The working principle and parameter design for permanent magnet biased radial-axial direction magnetic bearing[J]. Proceedings of the CSEE,

- 2002, 22(9): 54-58(in Chinese).
- [15] 闫宇壮, 李云钢, 程虎. 电动电磁混合磁悬浮稳定性及技术特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(6): 53-56.
Yan Yuzhuang, Li Yungang, Cheng Hu. Analysis of levitation stability and technology characters of EDS and EMS hybrid maglev [J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 53-56(in Chinese).
- [16] Chen Huixing, Long Zhiqiang, Chang Wensen. Fault tolerant control research for high-speed maglev system with sensor failure[C]. The Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China, 2006.
- [17] Chen Huixing, Hao Aming, Long Zhiqiang. The controller design and performance index analysis of maglev train[C]. The Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, China, 2004.
- [18] 李云钢, 陈慧星, 张鼎. 电磁永磁混合磁悬浮系统自适应控制方法研究[J]. 机车电传动, 2007(2): 33-35.
Li Yungang, Chen Huixing, Zhang Ding. Research on adaptive control method of hybrid maglev system[J]. Electric Drive for Locomotives, 2007(2): 33-35(in Chinese).
- [19] 李云钢, 柯朝雄, 程虎. 磁浮列车悬浮控制器的电流环分析与优化设计[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(1): 94-97.
Li Yungang, Ke Zhaoxiong, Cheng Hu. Analyzing and optimizing design of current-loop in the magnetic levitation controller on maglev vehicle[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(1): 94-97(in Chinese).
- [20] Tzeng Y, Wang T C. Optimal design of the electromagnetic levitation with permanent and electro magnets[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1994, 30(6): 4731-4733.
- [21] 赵雷, 张德魁, 杨作兴, 等. 电磁轴承最优刚度与系统结构参数关系的研究[J]. 机械工程学报, 2002, 36(12): 62-64.
Zhao Lei, Zhang Dekui, Yang Zuoxing, et al. Study on relationship between optimal stiffness and the structure parameters of AMB [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(12): 62-64(in Chinese).



陈慧星

收稿日期: 2007-12-05。

作者简介:

陈慧星(1980—), 男, 博士研究生, 研究方向为磁悬浮控制及新型磁悬浮结构, chx0808@sina.com;

李云钢(1969—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为磁悬浮列车控制及新型磁悬浮结构;

常文森(1935—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为机器人控制、智能控制及磁悬浮控制。

(编辑 刘浩芳)