

片上互连电感提取的快速多极方法

王晓丽, 罗先觉

(西安交通大学电气工程学院, 陕西省 西安市 710049)

On-chip Interconnect Inductance Extraction Using Fast Multipole Method

WANG Xiao-li, LUO Xian-jue

(School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi Province, China)

ABSTRACT: An efficient approach is presented to extract the frequency dependent inductance of on-chip interconnects without discretising the conduct segment into filaments. The method is based on the discretization of the integral formulations by which the calculation of magnetic vector potential is translated into the N -body problem. The N -body problem in three dimensions is solved by the fast multipole method. The redistribution of the current density can be well described by this method and accurately extract the inductance parameter of very complicated geometries of conductors. The results demonstrate that a good accuracy can be achieved in the whole frequency domain and the calculation is speeded up for a number of on-chip connections under accuracy control.

KEY WORDS: fast multipole method; interconnect; inductance extraction; N -body problem; magnetic vector potential

摘要: 提出一个有效提取片上互连线频变电感参数的方法。该方法不需要把导体段进行细丝化离散,而是通过积分方程的离散,将求解三维准静态磁矢位的问题转化为多体问题,进而应用快速多极方法(fast multipole method, FMM)来提取片上互连电感参数。该方法能够更加准确的反映导体电流的不均匀分布,快速准确的计算出结构复杂的互连线电感参数。计算结果与基于电路模型法的 Fasthenry 进行比较,结果证明本文提出的 FMM 方法在整个频率范围内均可以得到很高的精度,且在可控的精度下,计算速度随着互连线数量的增多有显著提高。

关键词: 快速多极方法; 互连线; 电感提取; 多体问题; 矢量磁位

0 引言

随着半导体工艺水平和微电子技术的飞速发展,集成电路的工作频率不断提高,集成电路互连线的数量也按照摩尔定律的规律迅速增加,为了提

高集成度,降低成本,片上互连线之间的距离越来越密,互连线的宽度和高度之比也不断减小,同时为了降低能耗,通过采用低电阻率的金属作为构成互连线的材料来降低互连线的电阻值,采用低 k 系数的绝缘材料来降低片上互连线的寄生电容,所有这些因素的改变都使得电感分量在电路分析中的影响越来越显著^[1-5]。与传统的电感计算不同的是,由于集成电路具有高集成度和高频运行的特点,实际的电流回路无法预先确定^[6-10],因此互连线电感参数的提取建立在Ruehli提出的部分电感的概念之上^[11]。另一方面为了准确地计算片上互连电感参数,必须考虑高频情况下导体截面电流的不均匀分布。文献[6]采用的电路模型法将每段直导体的横截面离散为互相平行的细丝导线段,并假设每个细丝导线上的电流密度为恒定值,该方法可以有效的求取封装系统的端口电感。然而对于片上CMOS电路,长的互连线段必须在电流的方向上进行足够的细分来考虑相邻互连线间的电容耦合,这就增加了大量的细丝导体间互感的计算量和细丝导体上的未知电流数,实验显示当细丝数超过5 000时,计算时间和对存储器的要求急剧增加,完成单一频率下的计算时间超过5 h。文献[7]提出的电流回路限制法是通过假设高频电流在电源地线附近回流来减少大量未知数,但是在中低频情况下会产生很大的误差。本文提出的基于积分方程离散快速多极方法不需要把导体段进行细丝化离散,而是通过对积分方程的离散化处理,将求解三维准静态磁矢位的问题转化为多体问题,进而利用快速多极方法来提取片上互连电感参数,该方法能够更加准确的反映回路磁场的物理现象,计算结果与基于电路模型法的Fasthenry进行比较,结果证明本文提出的FMM方

法在整个频率范围内均可以得到很高的精度,且在可控的精度下,计算速度随着互连线数量的增多有显著提高。

1 部分电感的定义和积分方程的离散

部分电感定义了一个由被耦合导体段和无穷远处形成的虚拟回路,耦合导体段产生的磁场与该虚拟回路相交链。如图1所示,过被耦合导体段 j 的2个端点 C 和 D 做2条垂直于耦合导体段 AB 的半无限长直线,由这2条半无限长直线和无穷远处共同构成了被耦合导体段 j 的虚拟回路,根据传统的基于环路思想的电感定义,导体 i 对导体 j 的互感定义为

$$L_{ij} = \psi_{ij} / I_i \quad (1)$$

式中 ψ_{ij} 为导体 i 上的电流 I_i 在虚拟回路限定的面积上产生的磁通,因为导体 j 的横截面不可忽略,所以取平均磁通

$$\psi_{ij} = \frac{1}{a_j} \int_{a_j} \psi_{da_j} \cdot da_j \quad (2)$$

式中 ψ_{da_j} 为横截面为 da_j 的导体细丝构成的虚拟回路上的磁通,根据电磁场原理, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$,有

$$\psi_{da_j} = \int \nabla \times \mathbf{A}_{ij} \cdot ds \quad (3)$$

式中: \mathbf{A}_{ij} 为导体 i 上的电流 I_i 在导体 j 及其虚拟回路所在空间产生的矢量磁位; s 为导体 j 的虚拟回路所限定的面积。将式(3)代入式(2)并应用斯托克斯定理可以导出

$$\psi_{ij} = \frac{1}{a_j} \int_{a_j} \oint \mathbf{A}_{ij} \cdot d\mathbf{l} da_j \quad (4)$$

考虑虚拟回路的2个侧边与耦合导体段 AB 垂直,磁矢位在这2条边上的积分为零,磁矢位在无穷远处也为0,所以

$$\psi_{ij} = \frac{1}{a_j} \int_{a_j} \int_C^D \mathbf{A}_{ij} \cdot d\mathbf{l} da_j \quad (5)$$

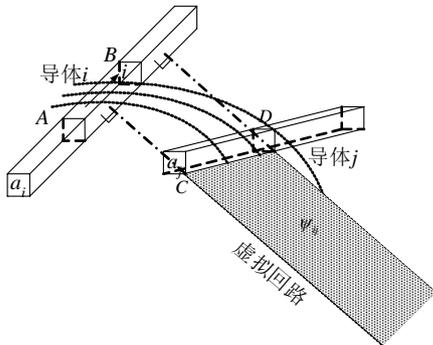


图1 部分电感的定义
Fig. 1 Definition of partial inductance

将式(5)代入式(1)得到部分电感的表达式

$$L_{ij} = \frac{1}{a_j I_i} \int_{a_j} \int_C^D \mathbf{A}_{ij} \cdot d\mathbf{l} da_j \quad (6)$$

当 $i=j$ 时,式(6)则成为部分自感的表达式。

下文将分析如何将求解三维准静态磁矢位 \mathbf{A}_{ij} 的问题转化为多体问题。首先按照直角坐标系,把电流密度矢量 \mathbf{J} 分解为3个方向上的分量:

$$\mathbf{J} = J_x \mathbf{e}_x + J_y \mathbf{e}_y + J_z \mathbf{e}_z \quad (7)$$

磁矢位 \mathbf{A}_{ij} 在 r 方向的分量可表示为

$$A_{ij,\gamma}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V_i} \frac{J_{i,\gamma}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (8)$$

式中 $\gamma = x, y, z$ 。

根据快速多极算法^[12]的层次式剖分方法(图2),给定 l 层剖分,经过 l 层剖分后,导体 i 所占的空间共被剖分为 $M=8^l$ 个体积单元,近似认为每个小体积单元内的电流密度为恒定,经过这样的离散化,得到

$$A_{ij,\gamma}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^M \int_{V'_{ik}} \frac{J_{ik,\gamma}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (9)$$

式中 $J_{ik,\gamma}$ 为导体 i 中第 k 个体积单元电流密度的 r 方向分量。因为在研究连续分布量的作用时,可以把它近似的看成离散分布的量,而考察其单个离散源的作用。所以可以将体积单元 V'_{ik} 离散为 N 个等体积的小单元,将式(9)进一步离散成如下形式:

$$A_{ij,\gamma}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^M (J_{ik,\gamma} \sum_{n=1}^N \int_{V'_{ikn}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV') \quad (10)$$

对于每个小体积单元,近似认为积分核 $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$

是恒定的, $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \approx \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|}$, \mathbf{r}'_n 是体积单元 V'_{ikn} 的几何中心点的位置矢量,有

$$\int_{V'_{ikn}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \approx \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|} \cdot V'_{ikn} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10),并且有 $V'_{ikn} = V'_{ik} / N$ 得到经过2次离散处理后的磁矢位公式:

$$A_{ij,\gamma}(\mathbf{r}) \approx \frac{\mu}{4\pi} \sum_{k=1}^M \left(\frac{J_{ik,\gamma} V'_{ik}}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|} \right) \quad (12)$$

经过上面的离散过程,已经把求解三维准静态磁矢位 \mathbf{A}_{ij} 的问题转化成为1个多体问题。通过计算实例可以观察到,当 $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|$ 大于2倍体积单元 V'_{ikn} 的最大尺寸时,只需选择很小的 N 值,既可以得到很高的精度,采用FMM算法能够快速计算出 $A_{ij,\gamma}(\mathbf{r})$,经过3次计算,再应用式(13),计算出磁矢位 $\mathbf{A}_{ij}(\mathbf{r})$

$$\mathbf{A}_{ij}(\mathbf{r}) = A_{ij,x}\mathbf{e}_x + A_{ij,y}\mathbf{e}_y + A_{ij,z}\mathbf{e}_z \quad (13)$$

设经过 l 层剖分后，导体 i 的横截面被分为 m 个部分，流过导体 i 的电流

$$I_i = \sum_{k=1}^m \mathbf{J}_{ik} \cdot \mathbf{a}_{ik} \quad (14)$$

式中，

$$\mathbf{J}_{ik} = e^{-\sqrt{\omega\mu\sigma}/2x_{ik}} \mathbf{J}_0 \quad (15)$$

式中： ω 为导体内电流的角频率； x_{ik} 为第 k 个体积单元中心点与导体 i 界面的最小垂直距离； μ 为导体的磁导率； σ 为导体的电导率； \mathbf{J}_0 为导体表面的电流密度矢量。

由此即可计算出互连电感。

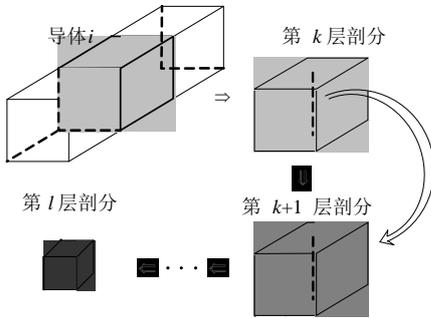


图 2 导体的层次式剖分
Fig. 2 Hierarchical division of conductor

2 快速多极算法

FMM通过区域的层次划分，多极展开和 3 个坐标平移变换将计算的复杂度从 $O(N^2)$ 次运算降低为 $O(N)$ 次运算，在精度可控的条件下快速计算出由 N 个带电粒子所产生的位场。详细的 FMM 算法理论可参考文献[12-14]，这里简述该算法的基本理论和算法流程。

如图 3 所示，设有 k 个电荷量为 $q_i(i=1, \dots, k)$ 的带电粒子，分布于以 O 为原点，半径为 a 的球内，每个带电粒子在球坐标系下的坐标为 $Q_i(\rho_i, \theta_i, \varphi_i)$ ，这些电荷在球外任一点 $P(r, \theta, \varphi)$ 所产生的电位为

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\rho}_i|} \quad (16)$$

式中：

$$\frac{1}{|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\rho}_i|} = \frac{1}{r\sqrt{1 - 2\frac{\rho_i}{r}\cos\gamma + \frac{\rho_i^2}{r^2}}} \quad (17)$$

$$\frac{1}{|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\rho}_i|} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{M_n^m}{r^{n+1}} \cdot Y_n^m(\theta, \varphi)$$

因为实际计算中不可能采用无穷项的和来计算电位，所以要选择 1 个截断项数 p ，

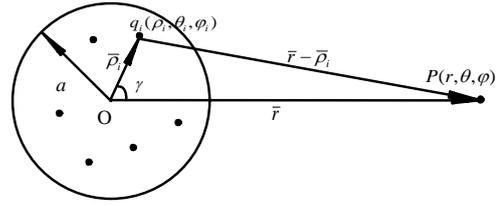


图 3 电位的多极展开
Fig. 3 Multipole expansion of potential

$$\frac{1}{|\bar{\mathbf{r}} - \bar{\rho}_i|} \approx \sum_{n=0}^p \sum_{m=-n}^n \frac{M_n^m}{r^{n+1}} \cdot Y_n^m(\theta, \varphi) \quad (18)$$

$$M_n^m = \sum_{i=1}^k q_i \cdot \rho_i^n \cdot Y_n^{-m}(\theta_i, \varphi_i) \quad (19)$$

式中 $Y_n^m(\theta, \varphi)$ 为球谐函数。

本文将快速多极算法分为 7 步，首先说明几个算法中用到的概念。

$\phi_{n,i}$ ：由 n 层的单元 i 中的所有粒子产生的关于单元 i 的中心为极点的电位的 p 阶多极展开。

$\psi_{n,i}$ ：以 n 层的单元 i 的中心为极点，单元 i 以及单元 i 的 1 级近邻和 2 级近邻以外的所有粒子产生的电位的 p 阶局部展开。

$\tilde{\psi}_{n,i}$ ：以 n 层的单元 i 的中心为极点，单元 i 的父单元以及单元 i 的父单元的 1 级近邻和 2 级近邻以外的所有粒子产生的电位的 p 阶局部展开。

$\tilde{\psi}_{i_list}$ ：由 n 层的单元 i 的相互作用表中的全部单元的电位多极展开转换为以单元 i 的中心为极点的局部展开之和。

初始化：根据计算精度的要求，选择计算区域剖分层数 l 和电位的多极展开截断项数 p 。

第 1 步：首先在最高层 l 层由式(16)、(17)计算出每个剖分单元的中心为极点，由该单元中的粒子产生的电位的 p 阶多极展开 $\phi_{n,i}$ 。

第 2 步：如图 4 所示，通过多极到多极变换，将第 n 层上以单元 i 中心为极点的电位多极展开 $\phi_{n,i}$ 移至以其父单元的中心为极点的多极展开 ϕ_{n-1,i_parent} ，将所有子单元的 $\phi_{n,i}$ 经过位移转换后的结果相加，得到以其父单元中心为极点的电位的 p 阶多极展开，这一转换过由第 $l-1$ 层逐层传递至第 0 层，通常称这一逐层变换的过程为上行位移变换，当到达最高层后，开始下行位移变换。

第 3 步：对于 $n < l-1$ 每一层上的单元 i ，生成关于其中心为极点的电位的局部展开 $\psi_{n,i}$ 。该局部展开表达的是以单元 i 的中心为极点，由单元 i 、单元 i 的 1 级近邻和 2 级近邻以外的源在单元 i 内部产生的电位的局部展开， $\psi_{n,i}$ 由 2 部分构成，一部分是

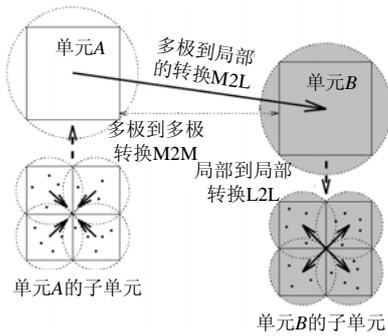


图4 FMM算法的3个坐标平移过程
Fig. 4 Three translations of the FMM

从其父单元的电位局部展开中继承过来的 ψ_{n,i_list} ，另一部分是由单元 i 的相互作用表中的全部单元的电位多极展开转换过来的 $\tilde{\psi}_{n,i}$ ， $\psi_{n,i} = \psi_{n_i_list} + \tilde{\psi}_{n,i}$ ，如图4^[13]所示，单元A属于单元B的相互作用表，关于相互作用表的定义可见参考文献[12]。当单元 i 电位的局部展开 $\psi_{n,i}$ 得到以后，将该局部展开进行局部到局部的坐标位移变换并传递给单元 i 的8个子单元，得到以单元 i 的子单元中心为极点的电位的 p 阶局部展开 $\tilde{\psi}_{n+1,i}$ 。通常称这一逐层变换的过程为下行位移变换。下行过程从剖分粗的层往剖分细的层传递，又因为第0层只有1个单元，第2层仅有8个单元，所以 $\psi_{0,i} = 0$ ， $\psi_{1,i} = 0$ ， $\tilde{\psi}_{0,i} = 0$ ， $\tilde{\psi}_{1,i} = 0$ ，因此下行变换过程首先对第1层进行初始化，从第2层开始计算。

第4步：计算最高层 l 层上各单元电位的局部展开。

第5步：计算每个粒子所在点的电位的多极展开。

第6步：计算由近距离单元中的粒子产生的电位。

第7步：将第五步的远场计算结果和第六步的近场计算结果相加。

3 片上互连电感的算法流程

在理论推导的基础上，本节给出了应用C++语言开发的片上互连电感提取的快速多极算法流程(图5)。通过理论分析及大量实例计算表明，只有当导体的透入深度小于10倍导体的截面周长时，高频效应才会影响到电感值，因此对于1个较宽的频率范围，首先判断该频率下是否需要考虑高频效应，如果可以忽略高频效应，则可应用C. Lover的闭合解析公式^[15]来快速求解低频自感及互感值，在必须考虑高频效应的情况下，再应用本文提出的算

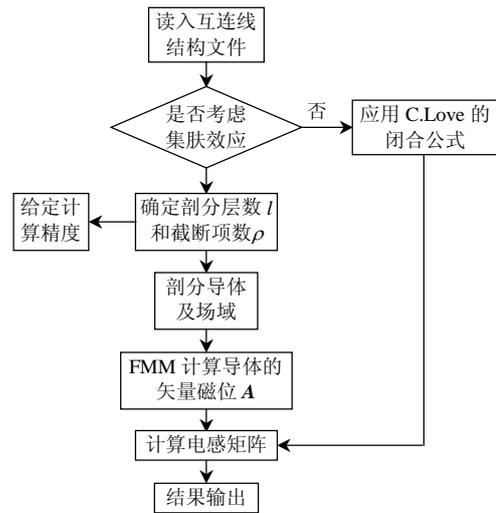


图5 程序的流程框图
Fig. 5 Diagram of the program

法求解，事实证明这种分段计算的方法可有效降低计算时间。

4 数值结果

4.1 两根互连线的例子

本节通过2个算例来比较本文提出的基于积分方程离散的快速多极方法和基于电路模型法的Fasthenry在计算精度和速度上的性能。

这个例子中取2根平行铜导体，长度 $100\ \mu\text{m}$ ，宽度 $10\ \mu\text{m}$ ，高度 $5\ \mu\text{m}$ ，2根导体间的垂直距离为 $15\ \mu\text{m}$ ，频率范围 $0\sim 20\ \text{GHz}$ ，首先对载流导体进行剖分，取剖分单元为立方体，体积单元的边长 $a=2\ \mu\text{m}$ ；取每个体积单元的离散截止数 $N=8$ 。应用FMM算法求解时，取剖分层数 $l=6$ ，多极展开截止项数 $p=5$ 。频率小于 $0.1\ \text{GHz}$ ，直接应用C.Hoer的闭合解析公式计算。图6中FMM表示应用本文提出的基于积分方程离散的快速多极方法提取的电感，FH表示由M. Kamon开发的Fasthenry计算的结果，应用Fasthenry时，截面剖分方案为 7×9 ，其它运行参数为默认值。

L_{11} 为不同频率下导体的自感， L_{12} 为2根导体间的互感随频率变化的值。可见本文的算法和Fasthenry的计算结果吻合的很好，最大相对误差小于 0.278% ，说明应用本文的算法可在整个频域范围内得到很好的计算精度。

4.2 多根互连线的例子

FMM算法对于求解大规模多体问题具有很强的加速性能，本例中分别计算不同数量的互相平行的导体电感矩阵，选择计算频率为 $10\ \text{GHz}$ 其它条

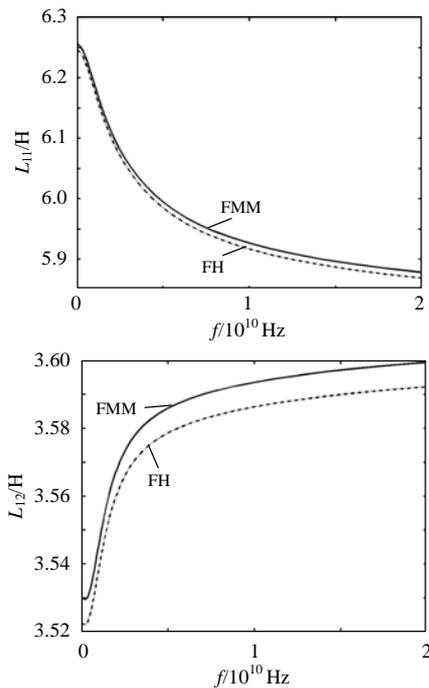


图 6 不同频率下导体的自感和互感
Fig. 6 Frequent-dependent self inductance and mutual inductance

件与上例相同,表 1、表 2 为运行 Fasthenry 和 FMM 时选择的不同参数及相应的内存占用量。

表 1 中的剖分项 7×9 表示将导体截面的高度和

表 1 Fasthenry 计算参数及内存占用量

导体数	剖分	细丝数	节点数	内存/kB
10	3×5	900	70	3 555
	7×9	3 780	70	42 948
30	3×5	1 500	90	4 403
	7×9	3 780	90	62 909
50	3×5	1 500	150	11 017
	7×9	6 300	150	170 920
100	3×5	1 500	200	11 402
300	3×5	4 500	600	31 240
500	3×5	7 500	1 000	218 695

表 2 FMM 计算参数及内存占用量

导体数	截止项 p	剖分层数 l	内存/kB
10	3	5	983
	5	6	3 110
30	3	5	2 859
	5	6	3 932
50	3	5	4 975
	5	6	6 553
100	3	5	9 830
	5	6	13 107
300	3	5	29 580
	5	6	39 321
500	3	5	49 796
	5	6	65 536

宽度划分成 7 份和 9 份,以这种方法划分 50 根导体时,细丝数达到 6 300,这时应用电路模型法求解 6 300 阶的大型矩阵所需内存高达 170 M,根据大量数值实验证明,当应用Fasthenry求解的未知数超过 5 000 时,计算时间和内存占用量均急剧增高。因此表 1 中只能列出导体数小于 50 的对应于 7×9 的参数。以 3×5 方案划分 500 根导体时,细丝数达到 7 500,内存占用 218 M,表 2 列出了两种参数选择下应用FMM法所需的内存,可见在求解的导体数超过 300 时,内存占用量远小于Fasthenry所需的内存。

由图 7 可见,应用电路模型法计算电感,当导体数目小于 50,且采用 3×5 划分方案时,计算速度很快,但是随着导体数量的增多,求解大型网孔矩阵方程所需的时间急剧增加,因此 Fasthenry 不适用于提取大规模集成电路的全局互连电感;本文提出的基于积分方程离散的快速多极方法,在求解小数目导体的电感矩阵时,所需时间比 Fasthenry 长,但是随着导体数的增多,计算时间近似成线性增长,当导体数目大于 100 时,计算时间远小于 Fasthenry, FMM 显示出求解大规模问题的很强的加速性能。

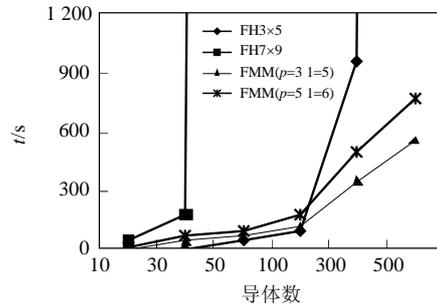


图 7 FMM 和 Fasthenry 的计算时间比较
Fig. 7 Comparison of computation time of FMM and Fasthenry

根据多极展开的误差限理论^[4]可知,互感 L_{12} 的计算误差要小于自感 L_{11} 的计算误差。为了进一步验证选择不同参数下本文所提算法的计算精度情况,对于 2 根互连线的例子,在低频段应用 C. Love 的闭合解析公式计算 L_{11} ,中高频段采用 Fasthenry 13×15 剖分方案的计算结果作为准确值,表 3 给出了选择不同参数时相对于低频精确值

表 3 不同参数下的计算精度比较

方法	参数	误差值/%
FMM(p, l)	3,5	3.12
	5,6	0.56
Fasthenry	3×5	2.69
	7×9	0.42

和中高频的准精确值的最大相对误差值。

由表3的结果可以看出,应用本文提出的方法可以通过控制快速多极算法的多极展开截断项数 p 和剖分层数 l 这两个参数来调整算法的精度与速度之间的平衡,达到最佳的计算效果。

5 结论

由于集成电路互连线结构复杂,无法预知电流回路,本文采用A.E. Ruehli提出的部分电感定义,通过积分方程的离散,建立了应用快速多极算法提取片上互连电感的方法,该方法无需对导体截面进行细化剖分,能够更加清晰的反映导体截面上高频电流的不均匀分布情况,数值实验结果表明该方法在整个频率范围内均可以得到很高的精度,且在可控的精度下,计算速度随着互连线数量的增多有显著提高。

参考文献

- [1] 刘学超,张波,丘东元,等.多相并联磁集成电压调整模块的电路建模研究[J].中国电机工程学报,2006,26(19):145-150.
Liu Xuechao, Zhang Bo, Qiu Dongyuan, et al. Research of circuit modeling of multiphase parallel voltage regulator module with integrating magnetics[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(19): 145-150(in Chinese).
- [2] 王建冈,阮新波,吴伟,等.倒装芯片集成电力电子模块[J].中国电机工程学报,2005,25(17):145-150.
Wang Jiangan, Ruan Xinbo, Wu Wei, et al. Integrated power electronics module using flip chip technology[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(17): 145-150(in Chinese).
- [3] 顾亦磊,吕征宇,钱照明.中小功率系统集成DC/DC标准模块的一族候选拓扑[J].中国电机工程学报,2005,25(10):45-49.
Gu Yilei, Lü Zhengyu, Qian Zhaoming. A family of candidate topologies for low to medium power system integration standard DC/DC module[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(10): 45-49(in Chinese).
- [4] 胡长生,林平,张仲超.变频调速系统集成化中的分时技术[J].中国电机工程学报,2005,25(5):79-82.
Hu Changsheng, Lin Ping, Zhang Zhongchao. Applying the interleaving technique in the integrate of the inverter[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(5): 79-82(in Chinese).
- [5] 陈文洁,杨旭,杨拴科,等.分立元件构成的电力电子集成功率模块的设计[J].中国电机工程学报,2003,23(12):104-110.
Chen Wenjie, Yang Xu, Yang Shuanke, et al. A design of discrete components based integrated power modules[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(12): 104-110(in Chinese).
- [6] Kamon M, Tsuk M, White J. Fasthenry: a multipole accelerated 3-d inductance extraction program[J]. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 1994, 42(9): 1750-1758(in Chinese).
- [7] Sitaram D, Zheng Y. Full-chip three-dimensional shape-based rlc extraction[J]. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2004, 23(5): 711-727.
- [8] Jiang R, Fu W, Chen C C. EPEEC: comprehensive SPICE-compatible reluctance extraction for high-speed interconnects above lossy multilayer substrates[J]. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2002, 10(6): 1562-1571.
- [9] Kopcsay G V, Krauter B, Widiger D, et al. A comprehensive 2-D inductance modeling approach for VLSI interconnects: approach for VLSI interconnects: frequency-dependent extraction and compact circuit model system[J]. IEEE Trans. on Very Large Scale Integration Systems, 2002, 10(6): 695-711.
- [10] 曾翔君,陈继明,杨旭,等.基于局部元等效电路原理对混合封装电力电子集成模块内互感耦合的研究[J].中国电机工程学报,2004,24(7):133-139.
Zeng Xiangjun, Chen Jiming, Yang Xu, et al. Mutual inductance coupling research based on PEEC theory inside hybrid IPEM [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(7): 133-139(in Chinese).
- [11] Ruehli A E. Inductance calculations in a complex integrated circuit environment[J]. IBM J. Res. Develop, 1972, 16(5): 470-481.
- [12] Greengard L. The rapid evaluation of potential fields in particle systems [M]. Cambridge: MIT Press, 1988.
- [13] Alexander T I. An overview of fast multipole methods. technical report of duke[R]. Durham: Duke University, 2004.
- [14] 王晓丽,罗先觉,盛剑霓.求解三维准静态矢量磁位的快速多极方法[J].西安交通大学学报,2007,41(4):416-421.
Wang Xiaoli, Luo Xianjue, Sheng Jianni. Fast multipole method for calculating magnetic vector potential in three dimensional electromagnetoquasistatic field[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(4): 416-421.
- [15] Hoer C, Lover C. Exact inductance equations for rectangular conductors with applications to more complicated geometries[J]. Journal of Research of the National Bureau of Standards, 1965, 69C(2): 127-137.



王晓丽

收稿日期:2007-12-12。

作者简介:

王晓丽(1977—),女,博士研究生,研究方向为集成电路互连线参数提取的快速算法, wangxl@mailst.xjtu.edu.cn;

罗先觉(1957—),男,教授,博士生导师,研究方向为电力系统安全经济运行、城市电网规划、集成电路设计与故障诊断。

(责任编辑 丁玉瑜)