

# 基于混杂系统的 DC-DC 变换器建模与控制

马 皓<sup>1</sup>, 祁 峰<sup>1</sup>, 张 霓<sup>2</sup>

1. 浙江大学电气工程学院, 浙江省 杭州市 310027;
2. 浙江工业大学信息工程学院, 浙江省 杭州市 310032)

## Modeling and Control for DC-DC Converters Based on Hybrid System

MA Hao<sup>1</sup>, QI Feng<sup>1</sup>, ZHANG Ni<sup>2</sup>

1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China;
2. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, Zhejiang Province, China)

**ABSTRACT:** Power electronic circuit is a switching system. And its continuous time variables mutually affect with discrete events, so it is also a typical hybrid system. Based on hybrid system theory, uniform hybrid system models are established for second-order DC-DC converters working under continuous current mode (CCM). Direct Method of Lyapunov is used to analyze stability of the system and a new sliding mode control strategy is derived. Simulation and experimental results on Boost converter are given to validate the strategy. A suggestion is presented for practical use. So comparing with the traditional averaged or linearized models, hybrid models can be more precise in theory because no approximation is introduced. It also helps to better analysis and control of power electronic system.

**KEY WORDS:** power electronic circuits; hybrid system; modeling; DC-DC converters; sliding mode control

**摘要:** 电力电子电路作为开关型切换系统, 其连续时间变量与离散事件相互混杂、相互作用, 因此也是一个混杂系统。运用混杂系统的相关理论, 给出了对二阶 DC/DC 变换器在连续工作模式(continuous current mode, CCM)下统一的混杂系统模型。运用 Lyapunov 直接法分析系统稳定性, 根据稳定条件, 提出了一种新型的类滑模控制策略, 并以 Boost 电路为例进行了仿真和实验研究, 验证了该方法的有效性, 同时提出了改进措施, 以满足实际应用需要。因此, 与传统的状态空间平均法相比, 基于混杂系统理论构建的模型中没有线性近似处理, 理论上可以得到比较精确的模型, 实现对电力电子电路进行更好的分析与控制。

**关键词:** 电力电子电路; 混杂系统; 建模; DC-DC 变换器; 滑模控制

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(Y104277)。

## 0 引言

电力电子电路中, 开关器件的使用使电路拓扑不再固定, 而是随开关状态的变化而变化, 因此, 对电力电子电路建模的一个主要问题就是如何把所有开关状态下可能出现的拓扑进行组合, 产生一个统一的模型<sup>[1]</sup>。基于状态空间平均的小信号法<sup>[2-3]</sup>作为电力电子电路拓扑的主要建模与分析方法, 具有简单易用的特点, 便于稳定性分析以及控制器的设计。然而, 电力电子电路是一个切换型非线性系统, 状态空间平均法的小信号模型是通过忽略模型中高次项而近似得到, 因此当系统面对大信号扰动时(如负载突变、外界干扰等), 系统可能不稳定, 这时要对系统进行具体的大信号分析。

由于电力电子混杂系统建模主要是针对系统大信号过程进行建模, 故所得到的模型比较精确, 有可能更全面地分析系统的稳定性, 从而获得更好的控制参数或者控制策略。所谓混杂系统, 指的是由连续时间动态系统和离散事件动态系统相互混杂、相互作用而形成的统一动态系统<sup>[4]</sup>。与传统的连续变量动态系统或离散事件动态系统相比, 混杂系统具有以下特点<sup>[5]</sup>: ①系统内部存在两种性质不同的变量: 一种是连续时间, 另一种则是离散事件变量; ②系统运动由离散事件与连续时间共同作用进行; ③当连续状态量穿过阈值时触发相应的离散事件。由于电力电子系统都具有上面所描述的特点, 因此它也是一种典型的混杂系统, 其系统结构可以用图1表示。图中 $x(t)$ 是系统状态变量,  $s(t)$ 代表开关状态, 控制器从主电路采集状态变量, 可以根据一定的控制策略产生一个开关序列, 如PID控制、电流峰值

控制(CPM)、滑模控制等。

近年来, 电力电子混杂系统建模分析的研究逐渐引起学者的注意, 并产生一些新的研究成果: 文献[6]指出电力电子电路模型是由混杂自动机组成, 给出了一个确定系统最大稳定半径的数值计算方法, 并设计出两种不同性能的切换率以使系统稳定; 文献[7]对混杂系统定义下二维变量DC-DC变换器的deadbeat控制进行了可控性分析, 并给出分析更高阶系统的方法。此外, 混杂系统模型还用于电力电子电路故障诊断中; 文献[8]利用混杂系统理论对基本DC/DC电路在CCM和DCM工作模式下建模, 运用最小二乘法对模型进行参数辨识; 文献[9]建立了一个基于混杂系统理论的电力电子电路数学模型, 并在该模型的基础上提出了基于混杂系统事件辨识的故障诊断方法和它的实现步骤。本文对二阶DC/DC变换器(如Buck、Boost、Buck-Boost、反激式、正激式)在CCM模式下建立了统一的混杂系统模型, 利用Lyapunov直接法分析模型稳定性, 由之得出使系统稳定的滑模方程和开关策略, 并通过Boost电路的仿真与实验验证该策略的有效性。



图 1 电力电子电路混杂系统内部结构框图

Fig. 1 Internal structure frame of hybrid control system for power electronic circuit

## 1 电力电子混杂系统建模与稳定性分析<sup>[10]</sup>

### 1.1 DC-DC 变换器系统模型

CCM工作模式下的基本DC-DC电路(如Buck、Boost、Buck-Boost、反激式、正激式等)可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}\{[\boldsymbol{J}(s(t)) - \boldsymbol{R}(s(t))\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}[s(t)]\boldsymbol{w}(t)]\} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t) \\ s(t^+) = \phi[\boldsymbol{x}(t), m(t)] \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\boldsymbol{x}(t) \in \boldsymbol{R}^n$  为系统连续时间状态量, 如电感电流和电容电压;  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{J}$  和  $\boldsymbol{R}$  均为  $n \times n$  阵;  $\boldsymbol{F}$  为可逆阵, 且  $\boldsymbol{F} > 0$ , 它的取值只与主电路参数相关;  $\boldsymbol{J}$  为斜对称阵, 即有  $\boldsymbol{J} = -\boldsymbol{J}^T$ ;  $\boldsymbol{R}$  为非负阵, 它与负载电阻相关;  $\boldsymbol{B} \in \boldsymbol{R}^{n \times r}$  为输入矩阵;  $\boldsymbol{w}(t)$  为连续输入量;  $\boldsymbol{C} \in \boldsymbol{R}^{m \times n}$  为输出矩阵;  $\boldsymbol{D} \in \boldsymbol{R}^{m \times r}$  为直接转移矩阵;  $s(t) \in \{0, 1\}$  为布尔(Boolean)量, 它表示了离散事件序列, 而在实际运用中也代表了电路的控制策略;  $m(t)$  为“离散事件”输入, 代表了系统当前

模态, 而函数  $\phi(\cdot, \cdot)$  是一不连续函数, 它是系统状态  $\boldsymbol{x}(t)$  和离散事件  $m(t)$  为变量, 即系统在下一时刻的模态不但取决于状态变量, 也由  $m(t)$  决定, 而这也是混杂系统与一般切换系统区别的地方。

### 1.2 系统平衡点与 Lyapunov 渐近稳定条件

在讨论系统稳定点时, 可以把开关量  $s(t)$  看作作为一个连续量, 然后先选择系统状态稳定点  $\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_{ref}$ , 当存在  $s(t) = s_{eq}$ , 且  $0 \leq s_{eq} \leq 1$ , 满足

$$\boldsymbol{F}\{[\boldsymbol{J}(s_{eq}) - \boldsymbol{R}(s_{eq})]\boldsymbol{x}_{ref} + \boldsymbol{B}(s_{eq})\boldsymbol{w}\} = 0 \quad (2)$$

时,  $s_{eq}$  即可看作系统的等效控制量。确定稳定点后, 如果存在一个与系统状态变量有关的 Lyapunov 函数  $V(\boldsymbol{x})$ , 并在稳定点  $\boldsymbol{x}_{ref}$  邻域满足以下条件: ①  $V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{ref})$  是连续并且无界; ② 当  $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_{ref}$  时, 有  $V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{ref}) \equiv 0$ , 除此以外, 都有  $V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{ref}) > 0$ ; ③ 任意一个状态  $\boldsymbol{x}$ , 可以控制  $s$  使  $\dot{V}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{ref}) < 0$  成立。那么, 系统将在  $\boldsymbol{x}_{ref}$  大范围渐近稳定。

对于 DC-DC 基本电路, 系统 Lyapunov 函数可以定义为

$$V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{ref}) = \frac{1}{2}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref})^T \boldsymbol{F}^{-1}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref}) \quad (3)$$

对于二阶系统, 上式表示电感与电容能量之和(详见下面第 3 节), 由于  $\boldsymbol{F} > 0$ ,  $V(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}_{ref})$  正定。式(3)的时间导数可用物理上“功”的概念表示为

$$\dot{V}_s = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref})^T \boldsymbol{F}^{-1} \dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref})^T \{[\boldsymbol{J}(s) - \boldsymbol{R}(s)]\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}(s)\boldsymbol{w}\} \quad (4)$$

它表示的是系统当前状态变量(经平移)与变化趋势的内积(经过  $\boldsymbol{F}^{-1}$  缩放), 其物理意义如图 2 所示。

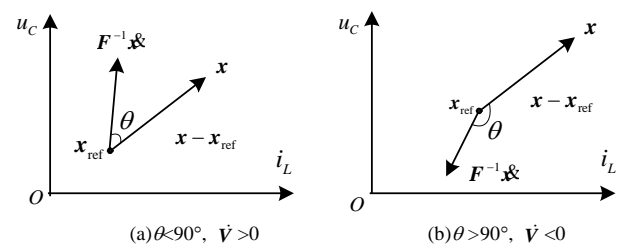


图 2 状态变量与状态函数内积

Fig. 2 Inner product between state variable and state function

当向量  $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref}$  与  $\boldsymbol{F}^{-1}\dot{\boldsymbol{x}}$  夹角  $\theta$  小于  $90^\circ$ ,  $\dot{V}_s > 0$ , 系统的运动趋势将远离稳定点  $\boldsymbol{x}_{ref}$ , 系统将变得不稳定; 相反, 当夹角  $\theta$  大于  $90^\circ$  (如图 2(b) 所示),  $\dot{V}_s < 0$ , 系统将向稳定点靠近, 趋于稳定。

用  $(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref})^T \boldsymbol{F}^{-1}$  左乘式(2)等号两端, 得

$$0 = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{ref})^T \{[\boldsymbol{J}(s_{eq}) - \boldsymbol{R}(s_{eq})]\boldsymbol{x}_{ref} + \boldsymbol{B}(s_{eq})\boldsymbol{w}\} \quad (5)$$

令式(4)减去式(5), 同时由于  $n$  维斜对称矩阵  $\boldsymbol{J}(s)$  对任意  $n$  维向量  $\boldsymbol{x}$  都有  $\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{J} \boldsymbol{x} \equiv 0$  成立, 得

$$V_s = -(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ref})^T \mathbf{R}(s)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ref}) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ref})^T \{[\mathbf{J}(s) - \mathbf{R}(s)] - [\mathbf{J}(s_{eq}) - \mathbf{R}(s_{eq})]\mathbf{x}_{ref} + [\mathbf{B}(s) - \mathbf{B}(s_{eq})]w\} \quad (6)$$

由于  $\mathbf{R}(s)$  为非负阵, 式(6)第1项为负, 因此可以应用一定的控制率  $s(t)$  使式(6)第2项小于0, 从而使  $V_s < 0$ , 保证系统稳定。

### 2 Boost 电路建模与仿真结果

为验证上述方法的有效性, 这里以 Boost 电路的控制为例。图3是一个工作在 CCM 模式下简化了的 Boost 电路, 以电感电流  $i$  与电容电压  $u$  为系统状态变量, 即  $\mathbf{x} = [i \ u]^T$ 。这里忽略了电容上的 ESR, 故系统的输出电压与电容电压相同。

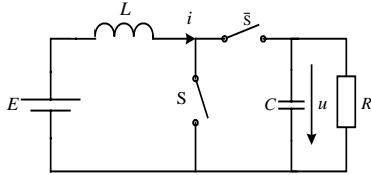


图3 简化后的 Boost 拓扑图  
Fig. 3 A simplified Boost converter

Boost 电路在系统式(1)中各个矩阵的取值为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -(1-s) \\ 1-s & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad w = E; \quad \mathbf{C} = [1 \ 0]; \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}.$$

把上述值代入式(1), 得

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -(1-s)/L \\ (1-s)/C & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (7)$$

当  $s=1$  时, 开关  $S$  导通,  $\bar{S}$  关断, 反之亦然。根据式(2), 系统的稳定点为

$$u_{ref} = \frac{1}{1-s_{eq}} E, \quad i_{ref} = \frac{u_{ref}}{(1-s_{eq})R}$$

由式(3)得系统的 Lyapunov 函数为

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{ref}) = \frac{1}{2} L (i - i_{ref})^2 + \frac{1}{2} C (u - u_{ref})^2 \quad (8)$$

表示系统储能元件的总能量, 由式(6)得式(8)的时间导数为

$$\dot{V}_s = -\frac{(u - u_{ref})^2}{R} + (u i_{ref} - i u_{ref})(s_{eq} - s) \quad (9)$$

对于 DC-DC 变换器, 即使在稳态时, 系统也不会静止在稳定点上, 而会呈一种极限环状态<sup>[8,11-13]</sup>, 因此式(9)中的第一项无论是暂态还是稳态都小于0, 故

若要保持  $\dot{V}_s < 0$  在任何状态下成立, 只要使用一定的控制策略恰当地控制开关  $S$  开通或关断令(9)式的第2项接近为0即可。为实现这一控制策略, 这里引入一个滑模面方程

$$P(\mathbf{x}, t) = u i_{ref} - i u_{ref} \quad (10)$$

而控制策略可用下式描述

$$s = \begin{cases} 1, & \text{当 } P(\mathbf{x}, t) > 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } P(\mathbf{x}, t) < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (11)$$

其工作原理如图4所示。

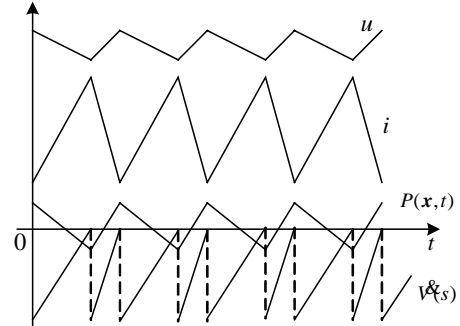


图4 基于 Lyapunov 直接法的控制律的波形图  
Fig. 4 Signal waveform of the control law based on direct method of Lyapunov

当  $P(\mathbf{x}, t) > 0$  时, 为使式(9)第2项为负,  $(s_{eq} - s)$  必须为负, 令开关  $s=1$  便可实现。由 Boost 电路工作原理可知, 当开关  $s=1$  时, 电感电流上升而输出电压下降, 这样会使  $P(\mathbf{x}, t)$  由正向负变化; 一旦  $P(\mathbf{x}, t) < 0$  发生, 可令  $s$  由1变为0, 这样  $(s_{eq} - s)$  大于0, 从而保证式(9)第2项为负。因此, 整个控制框图如图5所示。

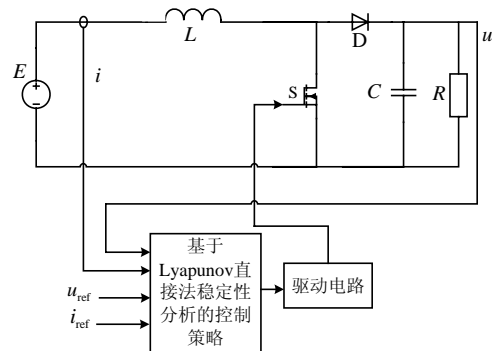


图5 Boost 电路控制图  
Fig. 5 Topology and control block scheme of Boost

为了避免在仿真过程中由于模态间切换次数过于频繁而引起的齐纳现象(Zeno problem), 仿真时采用定频采样状态变量, 经计算后得到下一时刻开关值。仿真参数为: 采样频率  $f_{sample}=40 \text{ kHz}$ ; 输入电压  $U=30 \text{ V}$ ; 输出电压  $U_{out}=60 \text{ V}$ ; 电感值  $L=300 \mu\text{H}$ ; 输出电容  $C=600 \mu\text{F}$ ; 负载电阻  $R=20 \Omega$ 。

仿真由 Matlab 完成, 结果如图6~8所示。其中

图 8 是稳态时系统的相平面图，它是一个闭合的极限环。

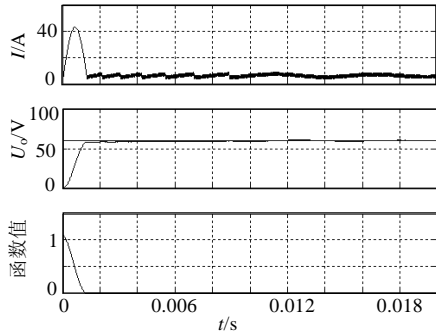


图 6 电感电流  $i$ ，输出电压  $u$  以及 Lyapunov 函数值  $V$   
 Fig. 6 Inductance current  $i$ , output voltage  $u$  and the value of proposed Lyapunov function  $V$

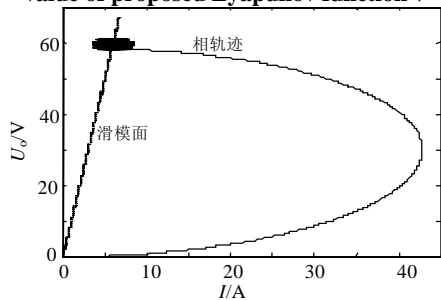


图 7 电感电流  $i$  与输出电压  $u$  相轨迹与滑模面曲线  
 Fig. 7 Trajectory of inductance current  $i$  and output voltage  $u$  and the sliding mode curve

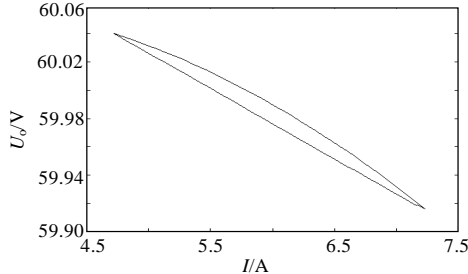


图 8 稳态电感电流  $i$  与输出电压  $u$  的极限环  
 Fig. 8 Stable limit cycle between inductance current  $i$  and output voltage  $u$

### 3 实验结果与改进措施

为进一步验证上述方法的可行性，这里使用一套 DSP 控制的 Boost 电路系统做实验，电路参数与第 3 节的仿真参数一致，DSP 型号为 TMS240LF2407。电感电流、输出电压与驱动波形如图 9 所示。稳态极限环如图 10 所示。

上述实验验证了所提出的控制策略的有效性，但该方法需要预先知道参考电流值，这影响了它的使用范围。为了解决这个问题，下面给出一种改进方案。首先，可以把式(10)改写为

$$P(x, t) = [u(t) - u_{ref}] \dot{i}_{ref} - [i(t) - i_{ref}] \dot{u}_{ref} \quad (12)$$

让  $\varepsilon_i = i(t) - i_{ref}$ ，它可以看作是电感电流的高频

分量，可以让采样过来的实时电感电流通过一个高通滤波器(HPF)滤波后获得(原理如图 11 所示)，这样整个控制框图可以用图 12 来表示。

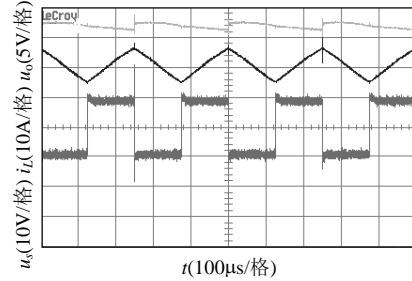
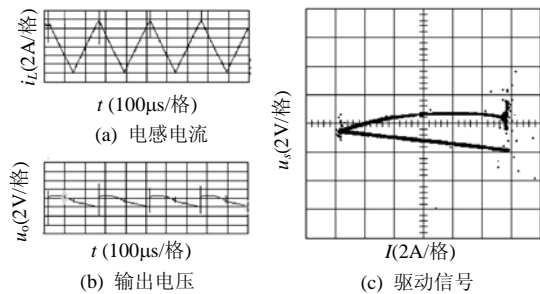


图 9 电感电流、输出电压以及驱动信号  
 Fig. 9 Inductor current, output voltage and the drive signal



(为使右图显示完整，在示波器上加了直流偏置)

图 10 稳态电感电流与输出电压极限环  
 Fig. 10 Experimental stable limit cycle between inductor current and output voltage (offset is set to the right diagram by the oscilloscope)

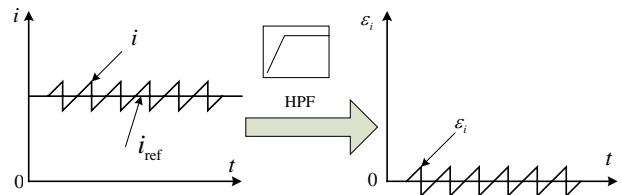


图 11 HPF 滤波原理  
 Fig. 11 Principle of HPF in the system

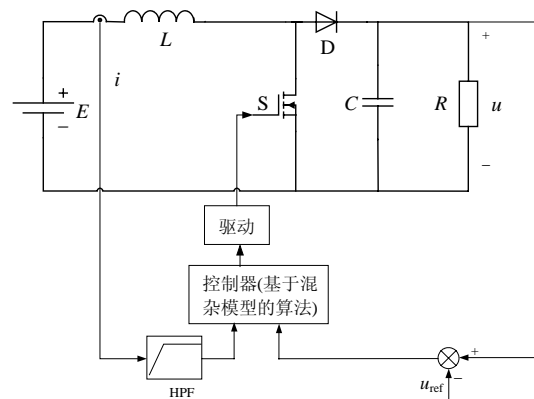


图 12 改进后的系统框图  
 Fig. 12 Block diagram of the improved system

## 4 结论

本文建立了基本的二阶DC-DC电路在CCM工作模式下的混杂系统统一模型,利用Lyapunov直接法分析了该模型的稳定性并提出一种新型的类滑模控制策略。通过Matlab仿真以及实验验证了该方法的有效性。混杂系统理论相对于传统的平均状态建模方法更利于描述电力电子电路的变结构行为,把现代非线性控制理论应用到实际电力电子控制系统中,有可能为控制器设计提供一种新的思路。

## 参考文献

- [1] Gerardo Escobar, Arjan J van der Schaft, Romeo Ortega. A hamiltonian viewpoint in the modeling of switching power converters[J]. Automatica, 1999, 35(3): 445-452.
- [2] Middlebrook R D, Cuk S. A general unified approach to modelling switching power converter stages[J]. International Journal of Electronics, 1977, 42(6): 521-550.
- [3] Middlebrook R D. Small-signal modeling of pulse-width modulated switched-mode power converters[J]. Proceedings of the IEEE, 1988, 76(4): 343-354.
- [4] Lennartson B, Tittus M, Egardt B, et al. Hybrid systems in process control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1996, 16(5): 45-56.
- [5] 赵洪山, 米增强, 牛东晓, 等. 利用混杂系统理论进行电力系统建模的研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(1): 20-25.  
Zhao Hongshan, Mi Zengqiang, Niu Dongxiao, et al. Power system modelling using hybrid system theory[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(1): 20-25(in Chinese).
- [6] Senesky M, Eirea G, Koo T. Hybrid modeling and control of power electronics[C]. Proceeding of 6th International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control, Volume 2993 of Lecture Notes in Computer Science. Philadelphia: Springer, 2003.
- [7] Mossoba J T, Krein P T. Exploration of deadbeat control for dc-dc converters as hybrid systems[C]. Proceedings of IEEE Power Electronics Specialists Conference, Recife, 2005.
- [8] 马皓, 毛兴云, 徐德鸿. 兼顾电感电流连续导通和断续运行模式的DC/DC电路建模和参数辨识[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(5): 64-69.  
Ma Hao, Mao Xingyun, Xu Denghong. Modeling and parameter identification of DC/DC converters in both CCM and DCM mode[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(5): 64-69(in Chinese).
- [9] 张志学, 马皓, 毛兴云. 基于混杂系统模型和事件辨识的电力电子电路故障诊断[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(3): 49-53.  
Zhang Zhixue, Ma Hao, Mao Xingyun. Fault diagnosis for power electronic circuits based on hybrid system theory and event identification [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(3): 49-53(in Chinese).
- [10] Jean Buisson, Pierre Yves Richard, Herve Cormerais. On the stabilisation of switching electrical power converters[C]. Proceedings of 8th International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control, vol. 3414 of Lecture Notes in Computer Science. Zurich, Switzerland: Springer, 2005.
- [11] Krein Philip T, Bass Richard M. Multiple limit cycle phenomena in switching power converters[C]. Proceedings of Fourth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Baltimore, 1989.
- [12] Sanders Seth R. Limit cycles in periodically switched circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1993, 40(9): 564-572.
- [13] 邓集祥, 张芳. 不稳极限环—类暂态稳定边界的研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(7): 46-50.  
Deng Jixiang, Zhang Fang. Study on transient stability boundary using unstable limit cycle[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(7): 46-50(in Chinese).

收稿日期: 2007-06-14。

作者简介:

马皓(1969—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为电力电子技术及其应用、电力电子先进控制技术、电力电子系统故障诊断, mahao@cee.zju.edu.cn;

祁峰(1981—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力电子先进控制技术;

张霓(1970—), 女, 博士, 副教授, 研究方向混杂系统控制。

(编辑 王彦骏)