

# 气固两相圆柱绕流转捩两种模式的 三维直接数值模拟

嵇峰, 樊建人, 任安禄, 岑可法  
(浙江大学, 浙江省 杭州市 310027)

## Three-dimensional Direct Numerical Simulation of Circular Cylinder Wake Transition in Gas Particle Flow

Ji Feng, Fan Jian-ren, Ren An-lu, Cen Ke-fa  
(Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China)

**ABSTRACT:** Direct numerical simulation is employed to investigate circular cylinder wake transition in gas particle flow. High accuracy compact finite difference method is used to solved the N-S equations directly. Lagrangian approach is employed to trace particles with different Stokes number (0.01,1,10). Particle-wall collision is simulated by elastic collision model. Influence of two modes of coherent structures to particle phase is importantly researched. And impact of different Stokes number is analyzed. The simulated results show that the particle dispersion patterns are still strongly dependent on the two different vortex modes. Under the same Stokes number, the dispersion ratio of transverse direction and spanwise direction in mode B is higher than that of mode A. While under the same Reynolds number, the larger Stokes number is, the less dispersion ratio of transverse direction is and the more of spanwise direction.

**KEY WORDS:** thermal power engineering; direct numerical simulation; particle dispersion; transition; coherent structure; wake flow

**摘要:** 该文对随空间发展模式的三维气固两相圆柱绕流中颗粒与流体的单相耦合作用进行了直接数值模拟。气相流场采用高精度紧致差分方法的数值方法对 N-S 方程组进行直接求解, 计算颗粒场时, 选取 Stokes 数等于 0.01、1、10 的颗粒, 采用 Lagrangian 方法跟踪其运动。颗粒与壁面采用了弹性碰撞的方法来模拟。重点考察了颗粒相受两种模式下拟序结构的作用, 分析了不同 Stokes 数的颗粒扩散受其相应流场特性的影响。数值结果表明, 颗粒扩散受两种模式的影响很大。在相同的 Stokes 数下, B 模式下的颗粒场纵向和横向

扩散要高于受 A 模式影响的颗粒场; 而在相同雷诺数下, Stokes 数越大, 横向扩散越小, 纵向扩散越大。

**关键词:** 热动力工程; 直接数值模拟; 颗粒扩散; 转捩; 拟序结构; 尾迹流

## 0 引言

圆柱绕流是一种最基本的流动形式, 它是从众多自然界和实际工程流动现象中抽象出来的。过去一百多年, 国内外众多研究者运用各种手段对它进行了广泛深入的研究。随着实验技术的改进和计算机的高速发展, 不少学者已运用实验和数值模拟等手段对单圆柱绕流中的拟序结构<sup>[1-3]</sup>和尾迹转捩的两种模式<sup>[4-5]</sup>了大量的研究, 并取得了很多成果, 但对气固两相绕流的实验和模拟还很少见到。

气固绕流问题在工业工程中的应用非常广泛, 例如叶栅流动、各种换热器中流体绕圆柱的流动, 煤粉在浓淡燃烧器中的运动, 烟道中烟气绕过管束等, 是电力行业中的重要实际问题, 同时也是流体力学中迄今为止仍未完全解决的经典课题之一。它的无粘外流很简单, 但是其中包含着复杂的粘性运动机制, 涉及到一系列理论和实际问题, 如流动的非定常分离, 旋涡的形成、运动和发展, 剪切层演化, 涡脱落、涡与涡的干扰、涡配对和合并, 层流到湍流的转捩及湍流的精细结构等。

拟序结构常常存在于上述气、固流中, 并对不同的系统有着很重要的影响。在单相流中出现的这些特性有些也会存在多相流中。如, 在单相和多相流中都会出现典型的拟序结构——卡门涡街。有关

基金项目: 国家重点自然科学基金项目(5023603)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (5023603).

圆柱绕流的涡动力研究的广泛进展在文献[6]中已有阐述。同时,近年来直接数值模拟也成为研究流体的一个重要工具<sup>[7]</sup>,尽管目前它主要是用来解决理想情况或一些简单的问题,离实用阶段还很远。

最近,不少学者为了考察颗粒在流场中的扩散机理,在有关气固自由剪切流动的数值模拟和实验研究方面作了大量的工作,并取得了很多成果<sup>[8-12]</sup>。文献[13]用直接数值模拟的方法考察了气固两相二维绕流,并分析了在不同的Stokes数下颗粒的运动。而三维的尾迹转捩流动的模拟更为复杂。本文正是要研究三维转捩中的拟序结构对复杂气、固两相流的影响。重点在于揭示转捩尾迹中拟序结构对颗粒场的影响机制。本文采用单向耦合模型,即只考虑气流对颗粒运动的影响。在颗粒的浓度很低,约为 $10^{-6}$ 数量级<sup>[14]</sup>时,这种模型是可以接受的。

## 1 数值方法

### 1.1 流场模拟

计算区域如图1所示,其中的尺寸为 $X=15, Y=10, Z=10$ ,圆柱直径 $D=1$ 。整个计算区域被分成9个子区域,在展向上重复这些 $xy$ 平面的网格。为了捕捉尾迹中的精细流场结构,圆柱附近的网格进一步细化了,见图2。时间步长选取为 $\Delta t=0.008$ ,计算步长为 $N=16000$ ,无量纲时间 $T=N \times \Delta t=128$ 。网格数: $X \times Y \times Z=170 \times 90 \times 80$

在任意曲线坐标下原始变量方程为

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + U\mathbf{V}_x + V\mathbf{V}_y + W\mathbf{V}_z = -\sum_{i=1}^3 \nabla x^i p_{x^i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V} \quad (1)$$

式中 $\nabla^2 = J \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x^i} \left[ \sum_{j=1}^3 J^{-1} (\nabla x^i \cdot \nabla x^j) \frac{\partial}{\partial x^j} \right]$ , 其中,

$\mathbf{x}^i = (x, h, z)$ ,  $\mathbf{V} = [u, v, w]^T$  为笛卡儿坐标系下的速度分量,  $(U, V, W)$  为任意曲线坐标下的逆变速度。

以压力泊松方程代替连续性方程,这是间接的来自于压力方程的求解,压力泊松方程则是用动量方程的散度算子来推导的。

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \left[ \sum_{j=1}^3 \left( \sum_{k=1}^3 a_{ij} p_{x^k} + s_i \right) \right] + \frac{\partial D}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

式中:  $a_{ij} = \frac{1}{J} (\nabla x^i \cdot \nabla x^j)$ ,  $D = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{J} \nabla x^i \cdot \mathbf{V} \right)$  ;

$$s_i = \frac{1}{J} \left[ \nabla x^i \cdot (U\mathbf{V}_x + V\mathbf{V}_y + W\mathbf{V}_z) \right]。$$

压力泊松方程的右端项随时间计算格式为<sup>[15]</sup>

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{D(t+\Delta t) - D(t)}{\Delta t} \quad (3)$$

这里,时间的扩张假定为0,这样可以满足连续性条件,如: $D(t+\Delta t)=0$ 。

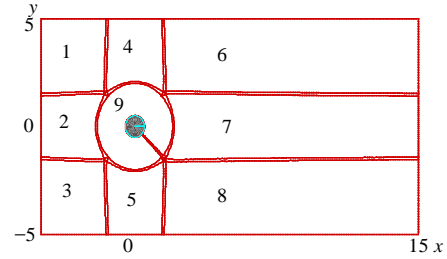


图1 计算区域分块示意图(阴影为圆柱)

Fig. 1 Sketch map of computational domain (shade presents circular cylinder)

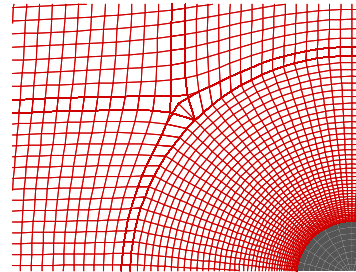


图2 计算网格局部放大图

Fig. 2 Enlargement of part computational mesh

这里动量方程的求解采用显式格式。对流项采用三阶迎风紧致格式,扩散项则采用四阶中心紧致格式来离散。

压力泊松方程用二阶的中心差分来离散,求解压力时采用了高斯-赛德尔迭代法。为了满足一致性条件,压力条件用边界处的半网格点来估计,更多的数值方法可参考文献[16-17]。

边界条件的选取是非常重要的,它要避免有限区域对数值计算的影响。

对于圆柱的表面,选取无滑移边界条件: $u=0, v=0, w=0$ 。在来流处的入口面,设为 $u=1$ 的均匀速度分布。在下游区域的出口面,采用无反射边界条件 $\partial U / \partial t + u_c \partial U / \partial n = 0$ ,  $u_c$ 是出口处的流向平均速度; $n$ 表示出口处法向。

在展向上,为了模拟一个无限长圆柱,在速度场上采用了Neumann边界条件:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

在 $y$ 方向上,采用了全滑移边界条件:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

压力泊松方程采用了压力Neumann型边界条

件。

## 1.2 颗粒场模拟

计算中, 时间步长和计算总物理时间设与流场相同。颗粒入口位置为  $X = -2.42$ ,  $y$  方向为流场的  $1/3$ ,  $z$  方向为流场的  $1/5$ , 流场中计算的颗粒数为 50000。

在计算颗粒运动时进行了如下的假设:

流场中的所有的颗粒均视为严格球体, 并有相同的密度  $\rho_p$  和直径  $d_p$ ; 颗粒的密度远大于流体的密度; 初始时刻, 颗粒均匀分布在流场中, 并与流体有相同的动力特性。计算颗粒相为稀相, 因此忽略颗粒-颗粒之间的碰撞。但考虑颗粒-壁面的碰撞。

在上述假定下, 颗粒的运动在计及颗粒阻力和重力的情况下, 根据牛顿第二运动定律方程描述为

$$m_p \frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = \frac{\pi d_p^2}{8} C_D \rho_f |\mathbf{U} - \mathbf{V}_p| (\mathbf{U} - \mathbf{V}_p) + m_p \mathbf{g} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{U}$  为颗粒所在位置的流场速度;  $\mathbf{V}_p$  为颗粒速度;  $\rho_f$  为流体的密度;  $C_D$  为颗粒的阻力系数;  $m_p \mathbf{g}$  为颗粒重力。其中,  $C_D = 24f_p/Re_p$ , 当  $Re_p \leq 1000$  时,  $f_p = 1 + 0.15 Re_p^{0.687}$ , 其中,  $Re_p = |\mathbf{U} - \mathbf{V}_p| d_p / \nu$ 。

式(4)最终可化简得到:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{f}{t} (\mathbf{U} - \mathbf{V}_p) + \mathbf{g} \quad (5)$$

对上述方程进行无量纲化, 为书写方便, 无量纲量的符号不变:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = f / St (\mathbf{U} - \mathbf{V}_p) + \hat{\mathbf{g}} \quad (6)$$

式中: Stokes 数定义为:  $St = (\rho_p d_p^2 / 18\mu) / (R/U_0)$ ; 无量纲的重力加速度:  $\hat{\mathbf{g}} = 9.8R/U_0^2$ 。

## 2 数值结果和讨论

### 2.1 流场分析

当  $Re$  增加到 200 时, 层流涡脱的周期性开始突然中断, 在  $Re=260$  时同样如此。这两种模式的雷诺数对应着两种不同的非稳定模式 A 和模式 B。

下面将考察模式 A 和模式 B 的三维不稳定性, 并找出这些模式出现的初始原因。如图 3,  $I_2$  定义法<sup>[18]</sup> 用来识别流场区域中的涡区域, 这种方法比传统的方法更容易描述三维的涡核区域。流向涡结构采用如下方式计算:

$$w_x = \partial v / \partial z - \partial w / \partial y \quad (7)$$

图 3 显示了  $Re=200$  时模式 A 的不稳定性, 证明了基本的卡门涡街发展规律。这个情况下纵向波长

为:  $l/D=3.95$ 。

在  $Re=260$  时模式 B 有着和模式 A 截然不同的特征, 这种模式下有着更小的纵向波长  $l/D=0.93$ , 可以看出, 它们之间存在着非常不同的机理, 产生了展向不稳定的现象。这个现象与文献[19]的实验有着非常好的一致性。

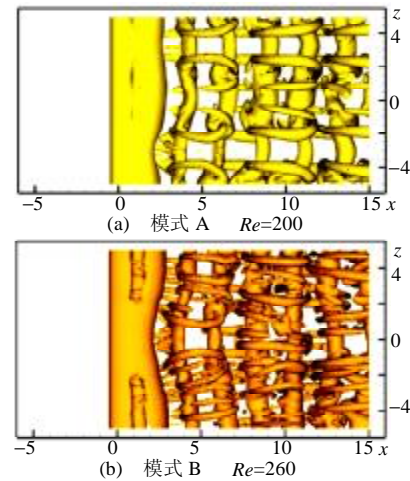


图 3 三维不稳定性 ( $w_x = -0.02$ )  
Fig. 3 Three-dimensional instabilities ( $w_x = -0.02$ )

2种不稳定尺度对应于2种基本的物理特征的尾迹流。长波模式 A 对应尾迹中更大的物理特征, 也就是基本的涡核, 它是由于这些涡的椭圆非稳定性造成的, 导致了卡门涡沿纵向的波动。涡环的非线性增长导致了主涡沿纵向周期性的变形或撕裂。涡环在相同的纵向位置具有自我维持特性。模式 A 有着更大的纵向波长, 流向涡的相序从一个瓣到另一个瓣。另一方面, 短波模式 B 表现出更小的物理尺度, 也就是辫状剪切层。模式 B 是另一种不同的非稳定性, 它受到钝体尾迹中存在回流区的影响很大。模式 B 的一个重要特征是正在形成的辫状剪切层存在于邻近前一个已经形成的辫状剪切层中, 它包含了一组卷起的流向涡, 这些涡来自上游回流区。模式 B 有着较小的纵向波长。

### 2.2 颗粒场分析

根据影响颗粒扩散分布的关键因素将计算分成 Reynolds 数为 200 和 260 两种情况, 主要是要将典型的转换模式对颗粒场的影响表现出来。

同时考虑不同的颗粒粒径 ( $St$  数不同), 将其分为 3 类:  $St=0.01$ 、1、10。图 4 比较了几种不同粒径颗粒在圆柱尾迹中的扩散特征。

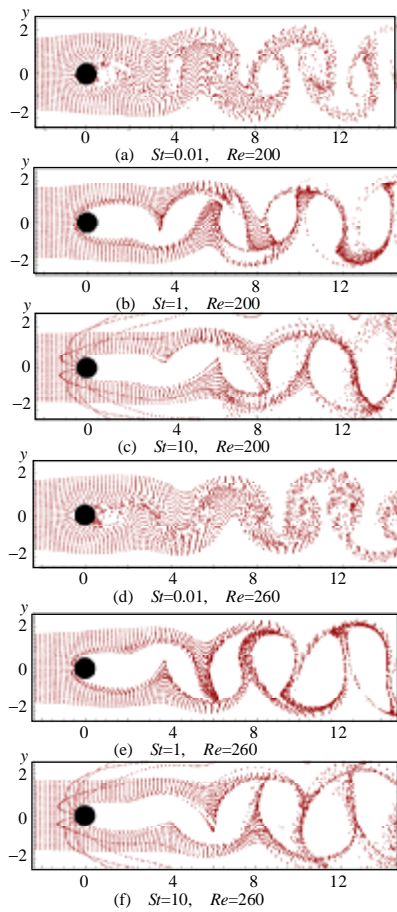


图4  $T=128$ , 位置为  $Z=0$  处的流向颗粒扩散图

Fig. 4 Distribution of particles in the plane  $Z=0$  at  $T=128$  for different cases

颗粒粒径大小对其动力特性影响至关重要。从图4(阴影为圆柱)可见两种 $Re$ 数下,当 $St$ 数为0.01(小颗粒)时,颗粒能比较充分地跟随流体运动,绕过圆柱,随着涡流上下摆动,有些颗粒甚至进入涡核。对于小颗粒来说,颗粒的离心力和惯性力都比较小,所以它的跟随性好,其运动特性主要由气相场来决定。颗粒扩散机理主要是流场涡扩散机理,在涡量集中的区域,颗粒浓度相对较高,运动时由于紧密跟随流体卷起、掺混,所以在整个流场,颗粒分布决定于流场的特征。当颗粒粒径增大到1(中等颗粒)时,颗粒跟随性减弱,大多颗粒积聚在涡团的边缘区域,颗粒扩散分布能清晰显示出尾迹拟序结构的轮廓,而且一些颗粒与圆柱前壁面发生了轻微的碰撞。当 $St=10$ (较大颗粒)时,颗粒自身具有较强的惯性,不能及时随流体运动变化而改变自身运动。颗粒不仅分布在涡结构的外围,而且一些颗粒与圆柱前壁面发生较大的碰撞,运动轨迹发生了明显的改变。

同时由于两种不同模式的影响,相同的Stokes数下颗粒扩散在流向上也有区别。由于雷诺数的增

加,气相场扰动加剧,使得颗粒在流向上的混合更充分,增大了颗粒扩散。可以从图中看出 $Re=260$ 时的流向尾涡中的颗粒比 $Re=200$ 的更容易接近涡核,充满涡核的面积也要大一些。

由上可知,颗粒粒径大小是影响颗粒在圆柱绕流中扩散的一个重要因素。此外,流动雷诺数大小是本文研究颗粒扩散特征的另一个重要因素,尤其是在展向上的扩散机理。

图5描述的是进入流场时颗粒在圆柱尾流中展向模式A和模式B的两种情况下扩散的情况。可以看出,当流场Reynolds数升高( $Re=260$ )时,由于气相场的扰动增强,颗粒的动力特性也有所不同。同为 $St=0.01$ (小颗粒)时,由于流场扰动的加强,颗粒运动分布的不规则性增强,在展向上颗粒在圆柱尾流中心区域都形成了“蘑菇”状扩散特征。

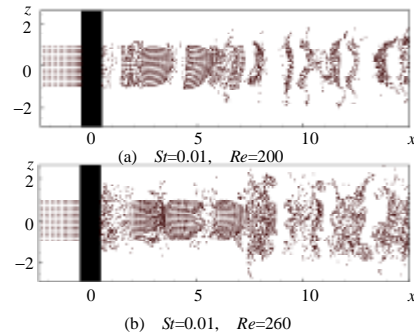


图5  $T=128$ , 位置为  $Y=0$  处的展向颗粒扩散图

Fig. 5 Distribution of particles in the plane  $Y=0$  at  $T=128$  for different Reynolds numbers

在不同条件的计算中,为了便于对颗粒在圆柱绕流拟序结构中的扩散分布进行统一的计量和对比,引入颗粒纵向扩散函数和横向扩散函数:

$$D_y(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i(t) - Y_m(t))^2}{n}}$$

$$D_z(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i(t) - Z_m(t))^2}{n}}$$

式中: $n$ 为计算的颗粒总数; $Y_i(t)$ ,  $Z_i(t)$ 分别是 $t$ 时刻计算区域第 $i$ 个颗粒的横向位移和纵向位移; $Y_m(t)$ ,  $Z_m(t)$ 分别是 $t$ 时刻计算区域所有颗粒横向位移的平均值和纵向位移的平均值。

图6为不同工况下颗粒纵向扩散的特性比较,从中可以看出在两种模式下的纵向扩散率基本是较大颗粒( $St=10$ )最大,其次是中等颗粒,扩散最弱为最小颗粒,这应该是由颗粒与壁面碰撞所致,而且颗粒入口宽度比较窄,也导致了这一结果。

通过大量计算和分析,得到颗粒在圆柱尾迹中

扩散作用机理。由于圆柱尾流是由两个交替生成的独立涡结构组成,相邻的两个涡团, 旋转方向相反, 始终不混合, 不配对, 两涡团中间的狭小区域具有较强的速度梯度和压力梯度, 产生强大的吸力。颗粒在流场中心轴线附近区域的扩散机理主要决定于该吸力的作用。在吸力作用下, 颗粒在圆柱尾流中心区域形成“蘑菇”状扩散特征。

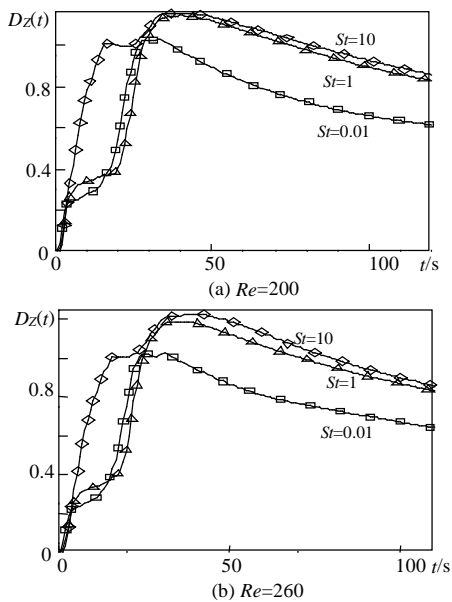


图 6 不同工况下颗粒纵向扩散特性定量比较  
Fig. 6 Quantitative comparison of spanwise particle dispersion with different cases

图7为不同工况下颗粒横向扩散特性的比较,从图7可见,有着与纵向极为不同的结果,  $St$ 数越大, 颗粒扩散越强。

当流场Reynolds数升高( $Re=260$ )时, 由于气相场的扰动增强, 颗粒的动力特性也有所不同,如图8。同为 $St=0.01$ (小颗粒)时, 由于流场扰动的加强, 颗粒运动分布不规则性增强。随着 $Re$ 升高, 尾流的速度波动范围变大, 系统的阻力系数和升力系数的变化趋势也随之愈加剧烈。流场的变化, 必将对在该系统中运动的颗粒产生作用, 虽然颗粒跟随流体运动的特性受到粒径大小的影响, 但因Reynolds数增大而引起圆柱尾迹拟序结构交替运动的强度增大, 频率增强, 即使是大颗粒( $St=10$ )具有较弱的跟随气流特性, 这种变化也足以驱使它的扩散分布发生明显的改变。流场对颗粒扩散的作用表现为流场Reynolds数的增高能明显加剧颗粒与涡团的混合程度, 对于小颗粒表现的更为充分。分析其原因, 具体有以下两个因素。①随着 $Re$ 数的增大, 圆柱后涡团运动的扩张空间和强度都会增大。在具有高能量

的涡团作用下, 能驱使颗粒充分地随之在更大的空间里运动, 这种扩张运动促使颗粒在流场中心轴线附近区域以外的空间分布均匀; ②随着 $Re$ 数的增大, 尾涡发展生成的频率也增大, 圆柱后尾流波动频率增大。颗粒在高频涡团强劲地卷吸、牵引作用下能更充分地与涡团掺混, 甚至进入涡核。这种作用促使颗粒在流场中心轴线附近区域分布均匀。

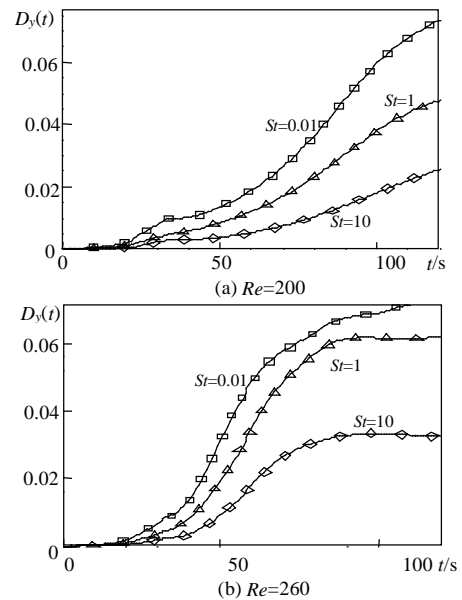


图 7 不同工况下颗粒横向扩散特性定量比较  
Fig. 7 Quantitative comparison of transverse particle dispersion with different cases

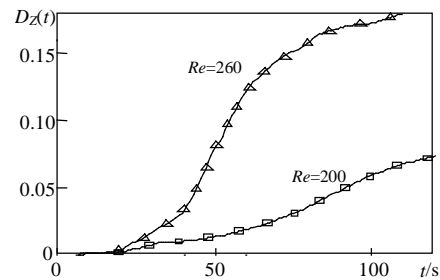


图 8 不同雷诺数下颗粒纵向扩散特性定量比较  
Fig. 8 Quantitative comparison of spanwise particle dispersion with different Reynolds numbers

### 3 结论

本文对三维气、固两相绕流中拟序结构对颗粒扩散的影响进行了直接数值模拟。在假定初始时刻颗粒均匀分布在入口的情况下, 针对不同 Stokes 数的颗粒, 研究了其在流场中的扩散分布, 并分析了三维转捩区的两种典型大涡结构对颗粒扩散的不同影响。数值结果表明, 在相同的 Stokes 数下, B 模式的颗粒场横向扩散和纵向要高于 A 模式影响的颗粒场。在相同雷诺数下, Stokes 数越大, 纵向扩散越

小, 横向扩散越大。而且由于流场三维性的不稳定性出现, 使得在纵向也形成典型的“蘑菇云”结构。

## 参考文献

- [1] Tritton D J. Physical fluid dynamics[M]. 2nd edn ed. London: Oxford Science, 1988.
- [2] 袁竹林, 蔡桂英. 圆柱绕流现象的格子玻耳兹曼数值模拟[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(8): 162-165.  
Yuan Zhulin, Cai Guiying. The numerical simulation of a flow crossing a vertical column using lattice boltzmann method[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(8): 162-165(in Chinese).
- [3] 马晓茜. 粗糙壁面钝体尾迹流流动与燃烧特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(6): 37-39.  
Ma Xiaojian. Study on the characteristics of the flow and combustion with wakes for bluff-body with rough surface[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(6): 37-39(in Chinese).
- [4] Henderson R D. Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transition[J]. J. fluid Mech. 1997, 352: 65-112.
- [5] Posdziech O, Grundmann R. Numerical Simulation of the flow around an infinitely long circular cylinder in the transition regime [J]. Theoret. Comput. Fluid Dynamics, 2001, 15(2): 121-141.
- [6] Williamson C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake [J]. Annu. Rev. Fluid Mech. , 1996(B), 28: 477-539.
- [7] Parviz M, Krishnan M. Direct numerical simulation: A tool in turbulence research[J]. Annu. Rev. Fluid Mech. , 1998, 30: 539-578.
- [8] 樊建人, 罗坤, 金晗辉, 等. 直接数值模拟三维气固两相混合层中颗粒与流体的双相耦合[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(4): 153-157.  
Fan Jianren, Luo Kun, Jin Hanhui, et al. Direct numerical simulation of the two-way coupling effects between particles and fluid in the three-dimensional particle-laden mixing layer[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(4): 153-157(in Chinese).
- [9] Weiling Chung J N, Troutt T R, Crowe C T, et al. Direct numerical simulation of a three-dimensional temporal mixing layer with particle dispersion[J]. J. fluid Mech. 1998, 358: 61-85.
- [10] Tang L, Wen F, Yang Y, et al. Self-organizing particle dispersion mechanism in free shear flows[J]. Phys. Fluids A. 1992, 4(10): 2244-2251.
- [11] 赵海亮, 李彦, 徐旭常, 等. 气固两相流体绕方柱流动的 PDPA 实验研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(5): 176-180.  
Zhao Hailiang, Li Yan, Xu Xuchang, et al. An experimental study on the gas-solid two-phase flow around a square-section cylinder by 3D-PDPA[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(5): 176-180(in Chinese).
- [12] 周昊, 岑可法, 樊建人, 分离涡方法模拟浓淡气固射流两相非稳态流动特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(7): 1-6.  
Zhou Hao, Cen Kefa, Fan Jianren. The numerical investigation on the transient characteristics of the gas-solid two-phase fuel rich-lean burner flow[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(7): 1-6(in Chinese).
- [13] Yao Jun, Ji Feng, Liu Lan, et al. Direct numerical simulation on the particle flow in the wake of circular cylinder[J]. Progress in Natural Science, 2003, 13(5): 379-394.
- [14] Crowe C T, Troutt T R, Chung J N. Numerical models for two-phase turbulent flows[J]. Annu. Rev. Fluid Mech. 1996, 28: 11-43.
- [15] Harlow F H, Welch J E. Numerical calculation of time- dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface[J]. Physics of Fluids, 1965, 8 (12): 2182-2189.
- [16] 任安禄. 不可压缩黏性流场计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- [17] 鲁晓东, 任安禄, 周永霞. 用高精度紧致差分格式分块耦合求解二维黏性不可压缩复杂流场 [J]. 空气动力学学报, 2001, 19(4): 461-465.  
Lu Xiaodong, Ren Anlu, Zhou Yongxia. Solving 2-D incompressible viscous flow with high order compact scheme using domain decomposition and matched method[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2001, 19(4): 461-465(in Chinese).
- [18] Jeong J, Hussain F. On the identification of a vortex[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1995, 285: 69-94.
- [19] Williamson C H K. Three-dimensional wake transition[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1996, 328: 345-407.

收稿日期: 2006-05-21。

作者简介:

嵇峰(1980—), 男, 博士研究生, 研究方向为气固多相湍流的数值模拟, [fengji@zju.edu.cn](mailto:fengji@zju.edu.cn);

樊建人(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事工程气固多相流动和计算燃烧流体力学的研究;

任安禄(1941—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事不可压缩粘性流的数值模拟研究;

岑可法(1935—), 男, 中国工程院院士, 主要从事工程热物理的研究。

(编辑 贾瑞君)