

基于虚功法的直线同步电机电磁力计算

戴 魏, 余海涛, 胡敏强

(东南大学电气工程系, 江苏省 南京市 210096)

Electromagnetic Force Computation of Linear Synchronous Motor With Virtual Work Method

DAI Wei, YU Hai-tao, HU Min-qiang

(Southeast University, Electrical Engineering Department, Nanjing 210096, Jiangsu Province, China)

ABSTRACT: The virtual work method is presented for the electromagnetic force computation of linear synchronous motor (LSM) used in the electromagnetic levitated vehicle in this paper. The formulation is then derived from this method. The model of EMS-MAGLEV is established and the propulsion and levitation forces are computed. Then the results, which are then compared to those from the commercial software ANSYS, prove the validation of this method. Another advantage of this method is that the computation is directly based on the conventional finite element method (FEM), and it can be compatible with existing FEM electromagnetic packages.

KEY WORDS: electric-magnetic suspension maglev; Maxwell stress tensor; electromagnetic force; linear synchronous motor; virtual work method

摘要: 为计算电磁型磁悬浮列车(EMS-MAGLEV)使用的直线同步电机的牵引力及悬浮力,提出了用虚功法进行电磁力计算;同时建立了EMS型磁悬浮列车的有限元分析计算模型,推导出牵引力和悬浮力的计算公式,并将计算结果与成熟的商业软件ANSYS计算出的结果进行了比较,从而证明了用虚功法计算电磁力的正确性;另外,上述方法可以直接添加进现有的有限元软件,具有很好的兼容性。

关键词: 高速磁悬浮列车; 麦克斯韦张量法; 电磁力; 直线同步电机; 虚功法

0 引言

常导型高速磁悬浮列车(EMS-MAGLEV)通常由一长定子直线同步电机(LSM)驱动。直线电机长定子轨道上的初级线圈通以三相交流电,悬浮电磁铁上的次级线圈采用直流励磁。定子上的初级绕组

在三相交流电的激励下产生一个运动的磁场,与转子磁场相互作用产生牵引力和悬浮力^[1-2]。由于气隙合成磁场为时变场,采用传统的磁路、图解法无法精确地计算其电磁场分布,因此现在较多采用有限元法来求解其电磁场分布及电磁力。

通常有两种方法计算电机的电磁力:麦克斯韦张量法和虚功法。麦克斯韦张量法公式推导和使用比较简单,但是当采用不同剖分单元类型(三角形,四边形,.....)和选取不同积分路径时,计算误差较大;虚功法公式推导相对复杂,但不存在积分路径问题,受剖分单元类型、单元数量的影响不大^[3-5]。另外,目前大部分有限元软件采用的均是传统有限元计算方法,且后处理模块都没有相应的电磁力计算部分,因此只能依靠ANSYS、ANSOFT等商业软件来计算。这些大型商业软件往往结构庞大,使用起来比较困难,当问题比较复杂时,计算时间较长。本文提出把电磁力的计算放在有限元后处理部分来实现,可以直接添加进现有的有限元计算软件中,操作简单,计算速度快,具有广泛的适用性。文章利用这一方法实现了对直线同步电机牵引力与悬浮力的计算。

1 电磁力的计算

1.1 虚功法的基本原理

传统的虚功法是基于能量守恒原理与虚位移原理。当电磁装置的某一部分发生微小位移时(即可以是真位移,也可以是虚位移),如在恒电流或恒磁链的条件下,整个系统的磁能会随之变化,则该部分就会受到电磁力作用。电磁力的大小等于单位微增位移时磁共能的增量(电流约束为常量)或单位微增

基金项目: 国家 863 高技术基金项目(2004AA505340)。

The National High Technology Research and Development of China (863 Programme) (2004AA505340).

位移时磁能的增量(磁链约束为常量)。当用有限元方法计算并假设磁链约束为常量时,用矢量磁势计算比较方便;假设电流约束为常量时,用标量磁势计算比较方便。本文在实际计算直线同步电机的磁场时,采用矢量磁势来计算,所以仅以虚位移前后磁链不变来推倒电磁力的计算公式。

1.2 电磁力的推导

根据虚功法,当假设沿 q 方向有一位移时,铁磁材料所受 q 方向的总电磁力为

$$F_q = -\partial W / \partial q \quad (1)$$

存储的总的能量为

$$W = \int_V [\int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}] dV \quad (2)$$

式中: V 为场域的体积; \mathbf{B} 为磁感应强度; \mathbf{H} 为磁场强度。

电机所受合力等于电机单位长度的受力乘以长度。所以式(2)就变为

$$W = \int_S [\int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}] dS \quad (3)$$

式中: S 为场域的面积。在有限元计算中,当采用三角形单元时, S 被离散为一系列的三角形单元, W 为每一个三角形的能量之和,因此得

$$W = \sum_{e=1}^N \int_{S_e} [\int_0^B \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{B}_e] dS_e \quad (4)$$

式中: N 为场域内总的三角形单元数; S_e 为三角形单元的面积。当采用一阶单元时,式(4)可以转换成和的形式

$$W = \sum_{e=1}^N \frac{B^2}{2m_e} S_e \quad (5)$$

式中: m_e 为第 e 个三角形单元的磁导率,将式(5)代入式(1),得

$$F_q = -\sum_{e=1}^N \left[\frac{S_e}{2} \frac{\partial B^2}{\partial q} n_e + \frac{S_e}{2} B^2 \frac{\partial n_e}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial q} + \frac{\partial S_e}{\partial q} n_e \frac{B^2}{2} \right] \quad (6)$$

式中: n_e 为磁阻率; $\partial n_e / \partial B^2$ 为非线性部分,文献[6]通过计算得出。对于本文研究的直线同步电机问题,计及非线性时的电磁力计算结果与不考虑非线性的计算结果误差在 5% 以内,为简化问题,本文不考虑非线性问题,即式(6)变为

$$F_q = -\sum_{e=1}^N \left[\frac{S_e}{2} \frac{\partial B^2}{\partial q} n_e + \frac{\partial S_e}{\partial q} n_e \frac{B^2}{2} \right] \quad (7)$$

在直角坐标系下,对于线性问题,采用三角形单元时,有

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \partial A_i / \partial y - \partial A_j / \partial x \quad (8)$$

其中 A 是 x, y 的线性函数,故有

$$A = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad (9)$$

式中: a_1, a_2, a_3 为待定系数。将三个节点的坐标及磁位代入式(10),得到以 a_1, a_2, a_3 为未知量的线性代数方程组如下:

$$\begin{cases} A_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i \\ A_j = a_1 + a_2 x_j + a_3 y_j \\ A_m = a_1 + a_2 x_m + a_3 y_m \end{cases} \quad (10)$$

解此方程组,得

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2\Delta} (a_i A_i + a_j A_j + a_m A_m) \\ a_2 = \frac{1}{2\Delta} (b_i A_i + b_j A_j + b_m A_m) \\ a_3 = \frac{1}{2\Delta} (c_i A_i + c_j A_j + c_m A_m) \end{cases} \quad (11)$$

式中 $a_i, a_j, a_m, b_i, b_j, b_m, c_i, c_j, c_m$ 和 Δ 的计算公式为

$$\begin{cases} a_i = x_j y_m - x_m y_j & a_j = x_m y_i - x_i y_m & a_m = x_i y_j - x_j y_i \\ b_i = y_j - y_m & b_j = y_m - y_i & b_m = y_i - y_j \\ c_i = x_m - x_j & c_j = x_i - x_m & c_m = x_j - x_i \end{cases}$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (b_i c_j - b_j c_i)$$

将式(11)代入式(9)得到磁位线性插值函数为

$$A = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i y) A_i + (a_j + b_j x + c_j y) A_j + (a_m + b_m x + c_m y) A_m] \quad (12)$$

式(12)可简单地表示为

$$A = N_i A_i + N_j A_j + N_m A_m = \sum_{h=i,j,m} N_h A_h \quad (13)$$

将式(12)对 x 和 y 求一阶偏导数,得

$$\begin{cases} B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} = -\frac{1}{2\Delta} (b_i A_i + b_j A_j + b_m A_m) \\ B_x = \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} (c_i A_i + c_j A_j + c_m A_m) \end{cases} \quad (14)$$

所以

$$B^2 = B_x^2 + B_y^2 = \frac{1}{4\Delta^2} [A_i \ A_j \ A_k] \begin{bmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{bmatrix} [c_i \ c_j \ c_k] \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} + \frac{1}{4\Delta^2} [A_i \ A_j \ A_k] \begin{bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{bmatrix} [b_i \ b_j \ b_k] \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} = \frac{1}{4\Delta^2} \mathbf{A}^t \mathbf{R} \mathbf{A} \quad (15)$$

将式(15)代入式(7)得

$$F_q = -\sum_{e=1}^N \frac{1}{4m_e} \left[\frac{1}{2\Delta} A^t \frac{\partial R}{\partial q} A + A^t R A \frac{\partial(2\Delta)^{-1}}{\partial q} \right] \quad (16)$$

需要指出的是这里的 N 表示因为位移而形状发生了改变的那些三角形单元。在本文中指图1中灰色部分即铁磁材料与黑色部分交界面上的单元。交界面上的单元又分为两种情况,第一种情况是三角形单元有一条边即两个点在交界面上;第二种情况是三角形单元只有一个点在交界面上。本文根据第二种情况推导出电磁力的计算公式,两种情况下在公式推导的过程中,表示有些不同,但最终推导出来的牵引力及悬浮力的公式是一样的。

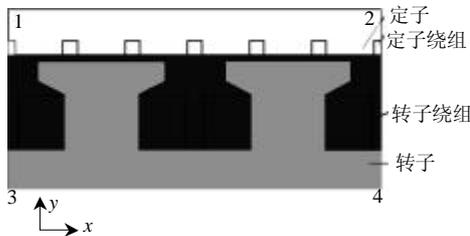


图1 直线同步电机的模型

Fig. 1 The model of the linear synchronous motor

式(16)中 $\partial R / \partial q$ 和 $\partial(2\Delta)^{-1} / \partial q$ 都涉及到节点的坐标微分,关于三角形单元的节点坐标微分^[7-9],有一个确定原则,如求 x 方向的力,则沿 x 方向的节点坐标微分为

$$\begin{cases} \frac{\partial x_i}{\partial s} = p \\ \frac{\partial y_i}{\partial s} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中:当节点是运动部分的节点时, p 为 1;当节点为静止部分的节点时, p 为 0。所以得

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & c_i & -c_i \\ c_i & 2c_j & c_k - c_j \\ -c_i & c_k - c_j & -2c_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\frac{\partial(2\Delta)^{-1}}{\partial q} = \frac{b_j}{4\Delta^2} \quad (19)$$

因此得到

$$\frac{1}{2\Delta} A^t \frac{\partial R}{\partial x} A = \frac{1}{2\Delta} \cdot 2(c_i A_i + c_j A_j + c_k A_k) \cdot (A_i - A_k) = 2B_x (A_i - A_k) \quad (20)$$

$$A^t R A \frac{\partial(2\Delta)^{-1}}{\partial q} = 4\Delta^2 (B_x^2 + B_y^2) \cdot \frac{b_j}{4\Delta^2} = b_j (B_x^2 + B_y^2) \quad (21)$$

综合上述各式,可以推得:

$$F_{x(e)} = \frac{1}{4m_e} [2B_x (B_y c_j + B_x b_j) + b_j (B_x^2 + B_y^2)] \quad (22)$$

同理可以求得 y 方向的力为

$$F_{y(e)} = \frac{1}{4m_e} [2B_y (B_y c_j + B_x b_j) - c_j (B_x^2 + B_y^2)] \quad (23)$$

所以直线同步电机整个的合力为

$$F_x = \sum_{e=1}^N \frac{1}{4m_e} [2B_x (B_y c_j + B_x b_j) + b_j (B_x^2 + B_y^2)] \quad (24)$$

$$F_y = \sum_{e=1}^N \frac{1}{4m_e} [2B_y (B_y c_j + B_x b_j) - c_j (B_x^2 + B_y^2)] \quad (25)$$

2 算例与结果

2.1 模型的建立与计算参数

根据上面推导出来的电磁力计算公式,可以来分析直线同步电机的受力,首先建立它的有限元模型,本文所研究磁悬浮列车的每节车厢上有7个悬浮电磁铁组合,分布在车厢的两侧。每个悬浮电磁铁组合由6对悬浮电磁铁构成。极距 $t=258$ mm。定子轨道上的线圈匝数为1,通三相交流电;悬浮电磁铁上的线圈匝数为270,通以直流电。由于在实际情况下,定子即轨道的长度远大于转子即悬浮电磁铁的长度,并且定子和转子沿垂直于车辆运动方向(z 方向)的每一横截面的形状均相同,因此我们采用2-D长定子模型进行分析。对于每极槽数为整数的直线同步电动机来说,由于其结构具有对称性,转子模拟一对磁极就可以了。因此,只考虑一对极下的电机模型^[10-14],图1即是在直角坐标系下建立的一对极的直线同步电机模型,图中 x 和 y 方向分别为磁浮列车的牵引力和悬浮力方向。

2.2 边界条件的设置

在图1所示的直线同步电机模型中,将边界1-2、3-4设置为一类边界条件, $A_z = 0$;将边界1-3、2-4设置为周期性边界条件, $A_{1,3} = A_{2,4}$ 。通过将1-3、2-4设置为周期性边界条件,可减小计算的工作量。

2.3 计算结果

利用上述电磁力的计算公式,在现有的有限元计算软件的基础上添加了电磁力计算模块,并得出了计算结果。为了验证模块的有效性,将计算结果与商业软件ANSYS的计算结果进行了比较,此时定子绕组电流的初始相位角及列车位移都为0,比较的结果如图2~7所示。

2.4 结果分析

通过上面的结果，可以看出利用推导出的公式计算的结果与ANSYS中利用虚功法计算出来的结果基本一致，而ANSYS中利用麦克斯韦张量法计算出来的结果，与用另两种方法计算出来的结果趋势基本一致，平均误差为18%左右，相比两种用虚功法计算出来的误差3%要大。因为ANSYS没有给出其具体的计算方法，因此经过分析认为其原因可能是ANSYS软件采用麦克斯韦张量法计算时，由于剖分单元类型和数量不同，导致积分路径的选取不同而引起的。文献[15]证明了对于麦克斯韦张量法，当积分路径取包围交界面上的单元的中线时，结果与本文推导出的计算方法一致。但是当选取的积分路径不同时，采用麦克斯韦张量法计算的结果差别较大。根据上述论述，证明本文所提电磁力计算方法的正确性。

另外从上面对直线同步电机的牵引力和悬浮力的计算结果，可以为直线同步电机的控制提供一些理论方案。如从上述结果中可以发现，当悬浮电磁铁的励磁电流增大时，列车的牵引力和悬浮力都会相应增大。而常导型高速磁悬浮列车在运行时，列车的悬浮气隙会发生变化，这时为了维持列车的稳定，所以可以通过控制悬浮电磁铁的励磁电流来保证稳定的悬浮间隙，从而保持列车的稳定运行。

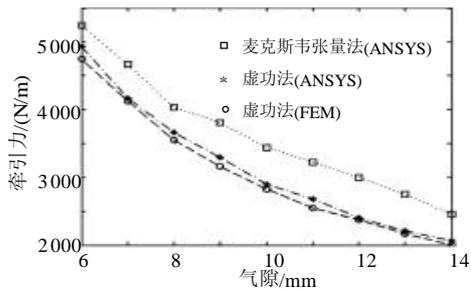


图 2 不同的气隙下牵引力的计算结果
Fig. 2 The result of the propulsion force at different air-gaps

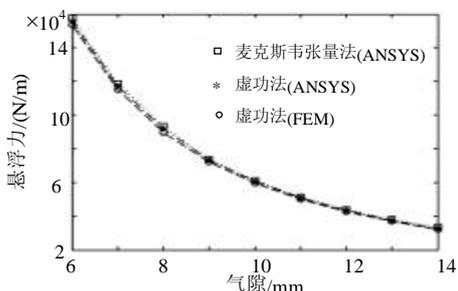


图 3 不同的气隙下悬浮力的计算结果
Fig. 3 The result of the levitation force at different air-gaps

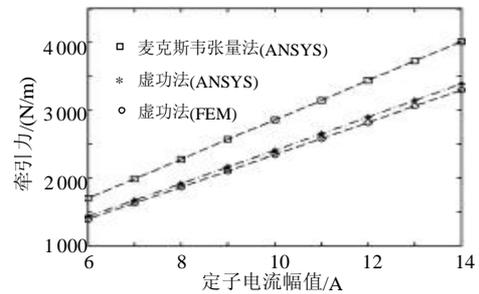


图 4 定子电流幅值不同的情况下牵引力的计算结果
Fig. 4 The result of the propulsion force at different stator currents

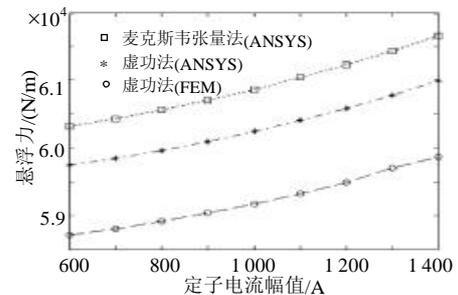


图 5 定子电流幅值不同的情况下悬浮力的计算结果
Fig. 5 The result of the levitation force at stator currents

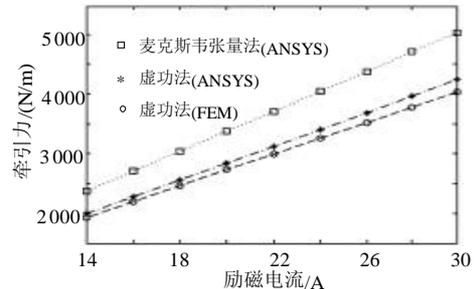


图 6 不同励磁电流下牵引力的计算结果
Fig. 6 The result of the propulsion force at different field currents

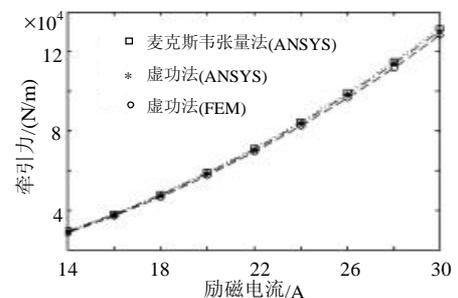


图 7 不同励磁电流下悬浮力的计算结果
Fig. 7 The result of the levitation force at different field currents

3 结论

以EMS型磁悬浮列车作为研究对象，用虚功法推导了磁悬浮列车牵引力和悬浮力的计算公式，并将其添加进现有的有限元计算软件，得出结果，与

ANSYS计算结果比较,两者计算结果一致,证明所提电磁力计算方法的正确性。

参考文献

- [1] 叶云岳. 直线电机原理与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [2] Benhama A, Williamson A C, Reece A B J. Computation of electromagnetic forces from finite element field solutions[C]. 3rd international conference on Computation in electromagnetics, Bath, UK, 1996.
- [3] 万尚军, 倪光正, 徐善纲, 等. 电动悬浮型磁悬浮列车悬浮与导向技术剖析[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(9): 22-25.
Wan Shangjun, Qian Jingen, Ni Guangzheng, et al. Study of the levitation and guidance technology for electrodynamic suspension maglev vehicle[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(9): 22-25(in Chinese).
- [4] 卢琴芬, 叶云岳. 混合励磁直线同步电机的磁场与推力[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(10): 127-130.
Lu Qinfen, Ye Yunyue. Magnetic field and thrust of hybrid excitation linear synchronous motor[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(10): 127-130(in Chinese).
- [5] 金志颖, 杨仕友, 倪光正. EMS型磁悬浮列车电磁系统动态电磁场的有限元分析及其悬浮与牵引力特性的研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(10): 133-137.
Jin Zhiying, Yang Shiyue, Ni Guangzheng, et al. A time-stepping FEM for transient electromagnetic field analysis and levitation and propellant force study of an EMS maglev train[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(10): 133-137(in Chinese).
- [6] Andriollo M, Martinelli G, Morini A, et al. FEM calculation of the LSM propulsion force in EMS_MAGLEV trains[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1996, 32(5): 5064-5066.
- [7] Coulomb J L. A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torque and stiffness [J]. IEEE Transactions on Magnetic, 1983, 19(6): 2512-2519.
- [8] Coulomb J L, Meunier G. Finite Element implementation of virtual work principle for magnetic or electric force and torque[J]. IEEE Transactions on Magnetic, 1984, MAG-20, (5): 1894-1896.
- [9] Benhama A, Williamson A C, Reece A B J. Force and torque computation from 2-D and 3-D finite element field solutions[J]. IEE Proc. Electr. Power Appl., 1999, 146(1): 25-31.
- [10] 严登俊, 刘瑞芳, 胡敏强, 等. 处理电磁场有限元运动问题的新方法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 23(8): 163-167.
Yan Dengjun, Liu Ruifang, Hu Minqiang, et al. A new method to deal with the motion problem in electromagnetic field finite element analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 23(8): 163-167(in Chinese).
- [11] 徐月同, 傅建中, 陈子辰. 永磁直线同步电机推力波动优化及实验研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(12): 122-126.
Xu Yuetong, Fu Jianzhong, Chen Zichen. Thrust ripple optimization and experiment for PMLSM [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(12): 122-126(in Chinese).
- [12] 潘开林, 傅建中, 陈子辰. 永磁直线同步电机的磁阻力分析及其最小化研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(4): 112-115.
Pan kailin, Fu Jianzhong, Chen zichen. Detent force analysis and reduction of PMLSM [J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(4): 112-115(in Chinese).
- [13] 焦留成, 袁世鹰. 永磁直线同步电动机等效电路参数计算[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(2): 12-16.
Jiao Liucheng, Yuan Shiyong. Evaluation of equivalent circuit parameters for permanent magnet linear synchronous motor[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(2): 12-16(in Chinese).
- [14] 焦留成, 袁世鹰. 垂直运动永磁直线同步电动机运行特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(4): 37-40.
Jiao Liucheng, Yuan Shiyong. Study on the operating characteristics of permanent magnet linear synchronous motor for vertical movement [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(4): 37-40(in Chinese).
- [15] 阎秀格, 谢德馨, 高彰燮, 等. 电磁力有限元分析中的麦克斯韦应力法的积分路径选取的研究[J]. 电工技术学报, 2003, 18(5): 32-36.
Yan Xiuke, Xie Dexin, Gao Zhangxie, et al. Research on integration path selection of Maxwell stress tensor method used in electromagnetic force FEM analysis[J]. Transactions of China EL Ectrotechnical Society, 2003, 18(5): 32-36(in Chinese).

收稿日期: 2006-05-02。

作者简介:

戴 魏(1981—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电磁场数值计算,

Email: hustdaiwei@163.com;

余海涛(1965—), 男, 博士, 教授, 研究方向为电气设备的电磁设计及研究;

胡敏强(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为工程电磁场计算、电机及其控制技术。

(编辑 王剑乔)