DOI: 10.3969/j.issn.1007-5461. 2013.03.021

无线数据网络中基于斯塔克尔博格博弈的功率控制

范程华 [1,2]，周元元 [2]，张忠祥 [2]，张　量 [2]

（1　安徽大学电子信息工程学院，　安徽　合肥　230039；
2　合肥师范学院电子信息工程学院，　安徽　合肥　230601 ）

摘　要： 功率控制是无线数据网络中资源管理的关键技术。为使无线数据网络中非合作博弈功率控制算法得到帕累托改进，将斯塔克尔博格博弈引入到无线数据网络功率控制算法中，使所有系统终端都工作在最佳的等信干比下，提出一个基于斯塔克尔博格博弈的分布式功率控制算法，并进行了数值仿真。仿真结果表明，该算法明显提高了系统的性能，使系统终端具有相对较高的效用和较低的发射功率，并使得无线网络资源的使用更加合理和公平，同时算法拥有较好的收敛性。

关 键 词： 无线数据网络；功率控制；斯塔克尔博格博弈；效用；纳什均衡

中 图 分 类 号： TN913.22　　**文 献 标 识 码：** A　　**文章编号：** 1007-5461(2013)03-0373-05

Stackelberg power control game in wireless data networks

FAN Cheng-hua [1,2]，*ZHOU Yuan-yuan* [2]，*ZHANG Zhong-xiang* [2]，*ZHANG Liang* [2]

(1　School of Electronic and Information Engineering, Anhui University,　Hefei　230039,　China ;
2　School of Electronic and Information Engineering, Hefei Nomal University,　Hefei　230601,　China)

Abstract: Power control is a key technique for resource management in wireless data networks. In order to get Pareto improvement for non-cooperative power control in wireless data networks, Stackelberg game was introduced to the power control game in wireless data networks, which makes all terminals in system work in the best equal signal-to-interference (SIR), a new distributed power control algorithm based on Stackelberg game (SPG) was presented and simulated. Numerical results suggest this algorithm can improve the capability of the system whose terminals enjoy higher utility and lower transmit power relatively. The algorithm also leads to more rational and impartial, and has good convergence.

Key words: wireless data networks; power control; Stackelberg game; utility; Nash equilibrium

1　引　言

随着无线通信网络的迅猛发展，无线业务的需求也快速增长。传统的语音通信已经不能满足人们的需要，音频、视频等多媒体业务的需求量将急剧增加。无线网络资源的管理也就变得越来越重要。其中，功率控制是无线资源管理的一项关键技术 [1]。

针对数据通信和传统语音通信的显著不同，基于博弈论的功率控制模型成为目前研究的热点 [2~6]。在这个模型中，每个终端的服务偏好由效用函数表示，所研究的问题是使得所有终端的效用最大化。目前的研究都将功率控制归结为一个非合作博弈，如果该非合作博弈存在纳什均衡则将稳定于纳什均衡点。

基金项目： 国家自然科学基金资助项目 (61001033,51207041)、安徽高校省级科学研究项目 (KJ2012B142, KJ2012A242)、安徽省科技厅年度重点项目 (11070203012) 和合肥师范学院重点科研基地项目 (2012jd14)

作者简介： 范程华　(1979 -), 安徽太湖人, 博士生, 讲师, 研究方向为智能控制, 信号处理等。 **E-mail:** chenghuaf@hftc.edu.cn

收稿日期： 2012–11–05;　**修改日期：** 2012–11–30

本文将斯塔克尔博格博弈引入到功率控制中来，网络作为该博弈的主导方，终端作为该博弈的随从方。博弈的第一阶段由作为主导方的网络为所有终端选取最佳的等信干比，博弈的第二阶段为终端根据网络的策略来决定自己的发射功率，并证明了该博弈纳什均衡的存在性和唯一性。在该纳什均衡下，所有系统终端都工作在最佳的等信干比下，且终端的效用在等信干比条件下是最大的。

2 博弈论和斯塔克尔博格博弈

博弈论是研究具有斗争或竞争性质现象的数学理论和方法 [7], 参加竞争的各方各自具有不同的目标或利益。为了达到各自的目标和利益，各方必须考虑对手各种可能的行动方案，并力图选取对自己最为有利或最为合理的方案。

斯塔克尔博格博弈，又称为两阶段博弈、主从博弈 [8], 该博弈包含两种类型的博弈方：主导方和随从方。博弈开始时，主导方先做出最有利于自身的决策，随从方则根据主导方的策略再选择自己的策略。

3 非合作博弈功率控制

考虑一个单小区 CDMA 无线网络系统。假定在该小区中，一共有 N 个终端，每个终端发射信息的速率是 R bps, 扩展频谱的带宽为 W Hz, $G=W/R$ 是该系统的扩频增益。每个终端的分组固定为 M bit, 其中所包含的待传输信息比特数为 $L(L<M)$, 每个终端的效用函数为

$$u_j(p_j,\boldsymbol{p}_{-j})=\frac{LRf(\gamma_j)}{Mp_j}\ , \tag{1}$$

式 (1) 定义为单位能量成功传输的信息比特数，单位是 bit/Joule 。其中， p_j 是终端 j 的发射功率，所有终端发射功率向量为 $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{p}_{-j}$ 表示 $\boldsymbol{p}$ 中除终端 j 以外的其他所有用户的功率水平向量； γ_j 是终端 j 的信干比， $f(\gamma_j)$ 是对终端 j 成功发送一个分组的概率的近似函数 [3] 。若系统采用非相关频移键控 (Non-coherent frequency shift keying), 则终端 $j(j=1,2,\cdots\cdots N)$ 的路径增益表示为 h_j, 那么在加性高斯白噪声 (AWGN) 信道下，有

$$f(\gamma_j)=(1-\mathrm{e}^{-0.5\gamma_j})^M\ , \tag{2}$$

$$SIR_j=\gamma_j=\frac{W}{R}\frac{h_jp_j}{\sum_{\forall i\neq j}h_ip_i+\sigma^2}\ . \tag{3}$$

与博弈的基本表达式相对应，将系统中的所有终端看作博弈的参与者，终端的发射功率是参与者的策略范围，终端的效用函数是参与者的收益函数，这样该功率控制过程就等价于一个博弈。文献 [2] 将这个博弈当作非合作博弈 (NPG) 来处理，定义 $G_N[\Gamma,\{P_j\},\ \{u_j(\cdot)\}]$, 其中 $\Gamma=\{1,2,\cdots,N\}$ 是蜂窝小区中当前终端的集合， P_j 是终端 $j(j\in\Gamma)$ 的策略集合，每个终端选择其策略即功率水平 $p_j\in P_j$ 。 $u_j(\cdot)$ 为终端 j 的效用函数。

每个终端都采用分布式的算法来使自身效用函数最大，也即

$$(NPG)\ \max_{p_j\in P_j}u_j(p_j,\boldsymbol{p}_{-j}),\ \text{对所有的}j\in\Gamma\ . \tag{4}$$

研究表明， NPG 存在且具有惟一的纳什均衡，并且系统中的每个终端均具有相同的信干比。然而该纳什均衡不是帕累托最优的，为了得到帕累托最优的结果，代价函数 (Pricing function) 被引入进来，得到基于代价函数的非合作博弈功率控制 NPGP(Noncooperative power control game via pricing) 算法 [2] 。

4 改进的基于斯塔克尔博格博弈的功率控制算法

引入代价函数后使终端的效用有很大的提高，然而算法的复杂性大大增加，这是由价格因子的不确定性所造成的 [3] 。而且 NPGP 算法的纳什均衡下系统终端的信干比是不相等的，与基站的距离越近，终端

的信干比越高。这使得系统终端对网络资源的享有变得不公平，本文将斯塔克尔博格博弈引入功率控制，并提出一个分布式功率控制算法。网络作为该博弈的主导方，终端作为该博弈的随从方。博弈的第一阶段由作为主导方的网络为所有终端选取一个最佳的等信干比，博弈的第二阶段为终端根据网络的策略来决定自己的发射功率，这个阶段是一个非合作博弈，定义为： $G_s=[\Gamma,\{P_j\},\ \{u_j(\cdot)\}]$ 。应该指出：这里与 NPG 的纳什均衡下所有终端的信干比都相等是有区别的。

该斯塔克尔博格博弈可以表示为

网络： Best $\gamma,\ j\in\Gamma$ ； 终端： $\underset{p_j\in P_j}{Best}\,u_j(\boldsymbol{p}),\ j\in\Gamma$ 。

4.1 斯塔克尔博格博弈第一阶段：网络决定最佳的等信干比

在所有终端都工作在等信干比条件下时，每个终端所接收到的基站信号具有相同的功率

$$P_{\rm rec}=h_jp_j\ ,\ j=1,2,\cdots,N\ , \tag{5}$$

当信干比为 γ_0 时，对所用的终端 $j=1,2,\cdots\cdots,N$, 有

$$\gamma_0=\frac{GP_{\rm rec}}{(N-1)P_{\rm rec}+\sigma^2}\ , \tag{6}$$

$$P_{\rm rec}=\frac{\gamma_0\sigma^2}{G-(N-1)\gamma_0}=h_jp_j\ ,\ j=1,2,\cdots\cdots,N\ , \tag{7}$$

此时，终端 j 的效用函数可以表示为

$$u_j=\frac{LR}{M}\frac{h_j}{\sigma^2}f(\gamma_0)\Big[\frac{G}{\gamma_0}-(N-1)\Big]\ , \tag{8}$$

从公式 (8) 可以看出，终端 j 的效用与其路径增益成正比。当 $\gamma_0>G/(N-1)$ 时， $u_j<0$ 。 γ_0 也不应该选择 0, 否则所有终端的发射功率都为 0, 其效用也为 0 。这样， γ_0 应该在区间 $(0,G/(N-1))$ 中选取。 u_j 在 $(0,G/(N-1))$ 上是连续可导的，显然有最大值。对 u_j 关于 γ_0 求一阶导数，并令其等于 0, 经简化，得到

$$Gf(\gamma_0)=[G-(N-1)\gamma_0]\gamma_0\frac{{\rm d}f(\gamma_0)}{{\rm d}\gamma_0}\ , \tag{9}$$

对公式 (9) 进行求解并选取位于区间 $(0,G/(N-1))$ 内的根。这样，就能得到一个等信干比条件下最佳的 γ_0, 令其为 $\gamma_{\rm T}$ 。可以发现， $\gamma_{\rm T}$ 和系统的扩频增益 G 、小区中的终端数 N 以及有效函数 $f(\gamma)$ 有关。

4.2 斯塔克尔博格博弈第二阶段：终端决定自己的最低发射功率

将 $\gamma_{\rm T}$ 代入公式 (7), 可以得到

$$\hat{p}_j=r_j(P_{-j})=\frac{\gamma_{\rm T}(\sum_{k\neq j}h_kp_k+\delta^2)}{Gh_j}\ . \tag{10}$$

定理 1 博弈 SPG 中存在纳什均衡

证明：首先给出结论，如果满足以下条件，则博弈 SPG 存在纳什均衡

1) P_j 在欧几里德空间 R^N 中非空的、闭的、有界的凸集；

2) $u_j(\boldsymbol{p})$ 在 $\boldsymbol{p}$ 上连续，在 p_j 上拟凹。

博弈 SPG 显然满足第一个条件，且 $u_j(\boldsymbol{p})$ 在 $\boldsymbol{p}$ 上连续。可以证明， $u_j(\boldsymbol{p})$ 在 p_j 上拟凹 [3] 。于是博弈 SPG 存在纳什均衡。

定理 2 博弈 SPG 中的纳什均衡是唯一的

证明：从定理 1 可知博弈 SPG 中存在纳什均衡，设 $\boldsymbol{p}$ 为 SPG 的纳什均衡。根据定义，纳什均衡满足 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})$, 其中 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})=(r_1(\boldsymbol{p}),r_2(\boldsymbol{p}),\cdots,r_N(\boldsymbol{p}))$ 。当 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})$ 是一标准函数时，该纳什均衡是唯一的。一个函数满足以下条件则称为是标准函数：

1) 正性 (Positivity), $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})>0$;

2) 单调性 (Monotonicity), 若 $\boldsymbol{p}_1 \le \boldsymbol{p}_2$, 则 $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}_1) \le \boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}_2)$;

3) 扩展性 (Scalability), 对任意的 $\alpha \boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}) > \boldsymbol{r}(\alpha \boldsymbol{p})$ 。

正性显然满足，下证单调性和扩展性。

若 $\boldsymbol{p}_1 \le \boldsymbol{p}_2$, 并令 $\boldsymbol{p}_1 = (p_{11}, \cdots, p_{1N})$, $\boldsymbol{p}_2 = (p_{21}, \cdots, p_{2N})$, 则

$$\begin{aligned} r_j(\boldsymbol{p}_1) - r_j(\boldsymbol{p}_2) &= \frac{\gamma_{\mathrm{T}}(\sum_{k\neq j} h_k p_{1k} + \sigma^2)}{G h_j} - \\ &\quad \frac{\gamma_{\mathrm{T}}(\sum_{k\neq j} h_k p_{2k} + \sigma^2)}{G h_j} = \frac{\gamma_{\mathrm{T}}(\sum_{k\neq j} h_k (p_{1k} - p_{2k})}{G h_j} \le 0 \ , \end{aligned} \tag{11}$$

单调性得证。对任意的 $\alpha > 1$, 有

$$\begin{aligned} \alpha \boldsymbol{r}(\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{r}(\alpha \boldsymbol{p}) &= \frac{\alpha \gamma_{\mathrm{T}}(\sum_{k\neq j} h_k p_k + \sigma^2)}{G h_j} - \\ &\quad \frac{\gamma_{\mathrm{T}}(\sum_{k\neq j} \alpha h_k p_k + \sigma^2)}{G h_j} = \frac{\gamma_{\mathrm{T}} \sigma^2 (\alpha - 1)}{G h_j} > 0 \ , \end{aligned} \tag{12}$$

扩展性得证。综上所述， $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})$ 是一标准函数，博弈 SPG 的纳什均衡是唯一的。

4.3 基于斯塔克尔博格博弈的分布式功率控制算法

根据以上分析，可以得到一个基于斯塔克尔博格博弈 (SPG) 的分布式功率控制算法，具体算法过程如下：

步骤 1 初始化功率向量为 $\boldsymbol{p}_j(k)$, $j \in \Gamma$, 初始时刻 $k = 0$ 。

步骤 2 令 $k = k + 1$, 对终端 $j \in \Gamma$, 用公式 (13) 来计算。

$$p_j(k+1) = \frac{\gamma_{\mathrm{T}}(\sum_{k\neq j} h_k p_k(k) + \sigma^2)}{G h_j} \ . \tag{13}$$

步骤 3 若 $p_j(k+1) = p_j(k)$, $j = 1, 2, \cdots N$, 算法停止，否则返回步骤 2 。

5 数值仿真

对本文提出的基于斯塔克尔博格博弈的功率控制算法采用 MATLAB 进行数值仿真。系统模型为单个 CDMA 蜂窝小区，调制方式为非相关频移键控 (N-FSK) 。假设系统中有 9 个静止的用户，与基站的距离向量为： $\boldsymbol{d} = [310, 460, 570, 660, 740, 810, 880, 940, 1000]$ m, 终端 j 的路径增益 $h_j = 0.097/d_j^4$, d_j 是终端 j 与基站的距离，其它仿真参数见表 1 。根据参数，可以得到此时最佳的等信干比 $\gamma_{\mathrm{T}} = 9.18$, 该值比 NPG 算法的纳什均衡下的等信干比 12.42 要小一些。而 NPGP 算法各个终端的信干比是不相等的，距基站最近的终端拥有最高的信干比，距基站最远的终端拥有最低的信干比，这说明距基站较近的终端占用了较多的网络资源，而距基站较远的终端占用了较少的网络资源，即 NPGP 算法导致了终端间的不公平。

Table 1 Simulation parameters

	参数名	数值
M	每帧总比特数 (b)	80
L	每帧信息比特数 (b)	64
W	扩频带宽 (Hz)	10^6
R	传输比特率 (b/s)	10^4
σ^2	加性噪声功率 (W)	5×10^{-15}

对 NPG 算法、 NPGP 算法、 SPG 算法分别进行仿真。

图 1 为三个算法稳定时所有系统终端的效用。NPG 算法纳什均衡点各个用户的效用最差， NPGP 算法纳什均衡和 SPG 算法的纳什均衡则明显优于 NPG 算法的纳什均衡。然而， NPGP 算法对距基站近距离终端过于“偏爱”，相对于距基站远的终端而言其占用的网络资源也很多，其效用也相对很高；远距离终端则占用相对较少的网络资源，效用也就相对较低。这使得系统中终端对于网络资源的享用具有不公平性。 SPG 算法使得系统终端对网络资源不再盲目的竞争，在一定程度上限制了距基站距离较近的终端对于网络资源的大量占用，所以相比于 NPGP 算法，其效用也就有所降低。对距基站较远的终端则受到一定的保护，所以其效用有较大的提高。

图 2 为三个算法稳定时系统中所有终端的发射功率。 NPG 算法纳什均衡点各个用户的效用不但最差，而且具有最大的发射功率。虽然 NPGP 算法达到纳什均衡时其发射功率相对于 NPG 算法要小很多，但是相比于 SPG 算法，其发射功率还是较大的。由图 1 和图 2 可以看出，采用 SPG 算法会使得系统中终端具有较高的效用，较低的发射功率，即使得终端对网络资源的使用变得公平。

图 3 给出了系统采用 SPG 算法时五个终端发射功率的收敛性，可以发现迭代次数大约在 10 ~ 15 次。

仿真结果表明，相比于 NPG 算法和 NPGP 算法，采用 SPG 算法时终端可以用最低的发射功率取得很高的效用和较为合理的网络资源分配，而且算法具有较好的收敛性。

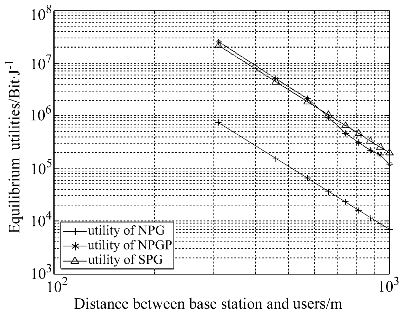

Fig.1　Utilities of the three algorithms

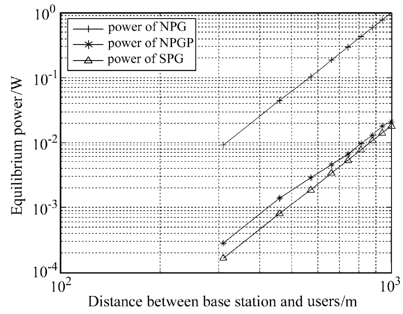

Fig.2　Powers of the three algorithms

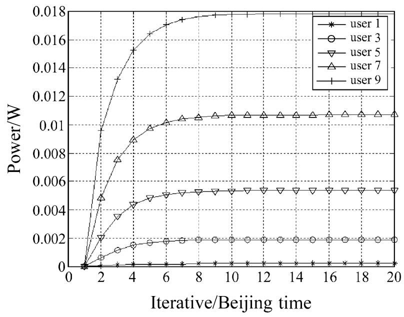

Fig.3　Powers in iterations

6　结　论

本文在非合作博弈功率控制 (NPG) 算法和基于代价函数的非合作博弈功率控制 (NPGP) 算法的基础上，将斯塔克尔博格博弈 (SPG) 引入到功率控制中来，提出一个基于斯塔克尔博格博弈 (SPG) 的最佳等信干比的分布式功率控制算法。 SPG 算法克服了 NPGP 算法中终端对网络资源占用的不公平性。理论分析发现， SPG 算法中最佳的等信干比 γ_{T} 和系统的扩频增益 G 、小区中的终端数 N 以及有效函数 $f(\gamma)$ 有关，采用 SPG 算法时终端的效用与其链路增益是成正比的。通过仿真该算法的性能并与 NPG 算法和 NPGP 算法进行比较可知，采用 SPG 算法时终端可以用最低的发射功率取得很高的效用和较为合理的网络资源分配，具有很好的收敛性。

参考文献：

[1] Prasad R, Mohr W, Konhauser W. *Third Generation Mobile Communication Systems* [M]. New York: Artech House, 2000: 241-246.

[2] Saraydar C U, Mandayam N B, Goodman D J. Efficient power control via pricing in wireless data networks [J]. *IEEE Trans. on Communications*, 2002, 50(2): 291-303.

[3] Dong Wushi, Sun Qiang, Ke Zongwu, *et al.* Power control model based on game theory in ad hoc networks [J]. *Journal of Wuhan University of Technology* (武汉理工大学学报), 2009, 31(17): 114-118 (in Chinese).

[4] Zhou Yuanyuan, Cheng Ying, Fan Chenghua. Power control based on best equal SIR in heterogeneous wireless data networks [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2010, 27(6): 749-753 (in Chinese).

[5] Zhou Yuanyuan, Cheng Ying, Zha Changjun, *et al.* Power control based on best equal SIR in multicell wireless data networks [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics* (量子电子学报), 2012, 29(3): 374-378 (in Chinese).

[6] Xu Jianxia, Liu Huiheng, *et al.* Game theory power control algorithm based on nonlinear pricing function [J]. *Journal of Wuhan University of Technology* (武汉理工大学学报), 2011, 33(3): 153-156 (in Chinese).

[7] Drew Fudenberg, Jean Tirole. *Game Theory* [M]. China Renmin University Press, 1996: 3-42.

[8] Tamer Basar, Geert Janolsder. *Dynamic Noncooperative Game theory* [M]. SIAM, 1999: 19-68.