

一种 TiNi 合金本构在 ABAQUS 中的引入¹⁾

邓世春²⁾ 胡秀章 李永池³⁾

(中国科技大学近代力学系, 合肥 230027)

摘要 从简化的 Tang 模型出发, 基于塑性理论的假设把简化后的模型推广到了三维空间. 利用 ABAQUS/Standard 模块所提供的材料本构接口程序 UMAT 把新的模型引入其中, 以伪弹性 TiNi 合金板状试件的准静态拉伸实验为例, 进行了数值模拟. 通过对比实验中的物理量与数值模拟结果, 说明了采用方法的合理性.

关键词 UMAT, 塑性理论, 伪弹性, 数值模拟

中图分类号: TG132.1+1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0879(2010)03-031-04

A KIND OF CONSTITUTIVE MODEL OF TiNi IMPORTED TO ABAQUS¹⁾

DENG Shichun²⁾ HU Xiuzhang LI Yongchi³⁾

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract Tang's model was simplified and extended to three dimensional space based on the assumption in plasticity theory. A user defined material subroutine (UMAT) is developed for ABAQUS application. Simulations for quasi-static tensile experiments with the pseudoelastic TiNi alloy specimen are conducted and the results agree well with the experimental data.

Key words UMAT, plasticity theory, pseudoelastic, simulation

引 言

形状记忆合金 (SMA) 作为一种新型功能材料受到了材料科学和工程界的普遍重视. 在不同的温度下, 形状记忆合金表现出形状记忆效应 (SME) 或伪弹性效应 (PE), 其原因在于形状记忆合金中奥氏体和马氏体间的相互转变. 自从 1963 年美国海军武器实验室的 Buehler 等^[1] 发现 TiNi 合金具有形状记忆效应后, 形状记忆合金引起了人们的极大兴趣, 并很快得到应用. 近等原子比 TiNi (Ni 含量为 48%~52% 原子百分数) 的相变温度在 -20°C ~ 100°C 之间, 是形状记忆合金中应用最早和研究最多的合金, 虽然它的价格较贵且较难加工, 但是其应用范围十分广泛, 至今仍占统治地位^[2].

形状记忆合金的力学行为受多种因素的影响 (如

Ni 含量、热处理方式等), 因此形状记忆合金的本构模型较难建立, 尤其是找到适合的物理模型对其进行准确的数值模拟较为困难.

国内外对形状记忆合金进行的数值模拟目前还比较少, 而且这些研究大都集中在一些简单构件或者基本元件 (梁、丝、管等). 如 Wu 等^[3] 对一端固支的 TiNi 合金梁在重锤作用下的冲击相变行为进行了实验和数值模拟研究, Wang 等^[4] 基于 Lim 和 Wang 等的本构模型对拉扭联合作用下的 NiTi 合金薄壁管的超弹性行为做了数值模拟研究. Hisashi 等^[5] 对 TiNi 合金线在拉伸频率为 0.001 Hz 到 1 Hz 区间范围内的应力 - 应变 - 温度关系进行了实验和数值模拟研究, 得出了迟滞环受到加载频率强烈影响的结论. 李庭杰等^[6] 通过光弹技术研究了单根记忆合金拔出过程中的相变过程及应力 - 位移曲线.

2009-07-17 收到第 1 稿, 2009-11-19 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目 (10632080), 国家自然科学基金面上项目 (10272097) 资助.

2) 邓世春, 1980 年生, 男, 博士研究生, 研究方向为冲击动力学. E-mail: scdeng@mail.ustc.edu.cn

3) 李永池, 1941 年生, 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为材料及结构的动态本构关系, 损伤和破坏规律等. E-mail: ycli@ustc.edu.cn

虽然从理论上提出的三维形状记忆合金模型比较多,但由于本构形式的复杂性,数值模拟大多局限在一维或者轴对称情况,对形状记忆合金复杂本构的三维数值模拟比较困难.

ABAQUS 由于其强大的非线性功能以及方便的二次开发接口,已被越来越多的用户使用,作者利用 ABAQUS/Standard 模块所提供的材料本构接口,将 TiNi 合金的一种基于塑性力学理论的三维本构模型引入到了 ABAQUS 之中,对板状试件准静态拉伸实验进行了数值模拟,并与实验结果进行了对比,二者符合良好.

1 材料本构模型

1.1 Tang 等提出的模型

Tang 等^[7]在研究 CdS 的冲击相变时提出了一种相变本构模型,对混合相和逆相变具有较好的描述,本文假设其能够较好地描述一般的热弹性马氏体相变.其示意图如图 1.其中 OB 为纯奥氏体相, DP 为纯马氏体相,区域 $ABCD$ 为混合相, B 为相变开始点, C 为相变完成点, D 为逆相变开始点, A 为逆相变完成点. σ_{Ms} , σ_{Mf} , σ_{As} , σ_{Af} 分别为相变开始应力、相变结束应力、逆相变开始应力、逆相变结束应力. k_{OB} , k_{DP} , k_{NM} , k_{AD} , k_{BC} 表示某一线段的斜率.

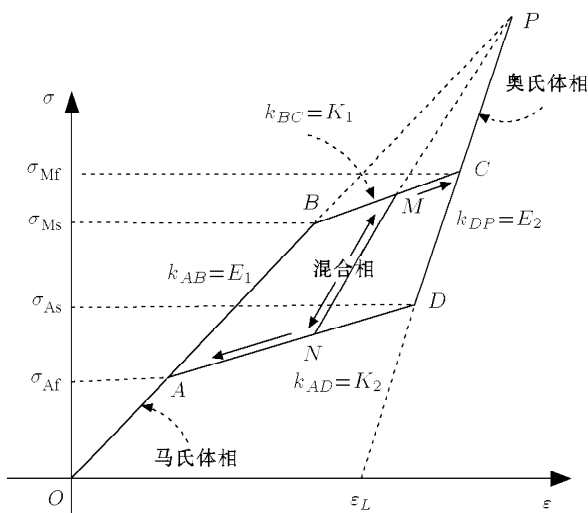


图 1 Tang 等提出的一级可逆相变加卸载模型^[7]

1.2 对 Tang 模型的简化

根据作者所做的准静态实验结果,简化 Tang 模型,可较好地与实验结果保持一致,其简化参数如

下

$$\left. \begin{aligned} k_{OB} &= k_{DP} = k_{NM} = E \\ k_{AD} &= k_{BC} = E^* \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

简化后的本构模型具有 7 个参数,即 σ_{Ms} , σ_{Mf} , σ_{As} , σ_{Af} , E , E^* , ε_L , 其中有 5 个独立的参数.

1.3 基于塑性理论的三维本构模型

为了把以上模型推广到三维空间,利用塑性力学弹塑性本构关系的思想,假设体元的应变偏量 e_{ij} 始终保持与应力偏量 S_{ij} 相同的发展方向;同时假设材料存在等效应力 $\bar{\sigma}$ 和等效应变 $\bar{\varepsilon}$ 间的单一关系曲线,即 $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})$, 此单一曲线取为一维应力情况下简化的 Tang 模型. 根据前一个假设有

$$S_{ij} = H e_{ij} \quad (2)$$

这里取等效应力 $\bar{\sigma}$, 等效应变 $\bar{\varepsilon}$ 的定义如下

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad (3)$$

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} \quad (4)$$

将式 (3), 式 (4) 代入式 (2) 中可得

$$\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = H^2 \cdot \frac{1}{2} e_{ij} e_{ij} \quad (5)$$

即

$$H = \frac{2 \bar{\sigma}}{3 \bar{\varepsilon}} = \frac{2 \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})}{3 \bar{\varepsilon}} \quad (6)$$

也就是

$$S_{ij} = \frac{2 \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})}{3 \bar{\varepsilon}} e_{ij} \quad (7)$$

因此根据弹塑性力学理论,本构关系可表示为如下的形式

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_m \delta_{ij} + S_{ij} = \\ &K \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + \frac{2 \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})}{3 \bar{\varepsilon}} \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, K 为体积模量, σ_m 为平均应力值, ε_m 为平均应变值.

1.4 一维应力条件下等效应力 - 等效应变关系

一维应力条件下,假设应力加载方向为 1,与其垂直的面上的两个正交方向为 2,3,设沿 1 方向的应力为 σ_1 ,应变为 ε_1 ,沿 2,3 方向的应力分别为 σ_2 , σ_3 ,应变分别为 ε_2 , ε_3 , 则有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_2 &= \sigma_3 = 0 \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

故而，式 (12) 代入式 (8) 后得

$$\left. \begin{aligned} K(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2) + H \cdot \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) &= \sigma_1 = \bar{\sigma} \\ K(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2) - H \cdot \frac{1}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

根据式 (4)，式 (12)，一维应力条件下等效应变可表示如下

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (14)$$

由式 (12)~ 式 (14)，解出

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \bar{\varepsilon} + \frac{\bar{\sigma}}{9K} \\ \varepsilon_2 &= -\frac{1}{2}\bar{\varepsilon} + \frac{\bar{\sigma}}{9K} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

而一维应力下的实验曲线可写为

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\bar{\sigma}) \quad (16)$$

由式 (15)，式 (16) 可得

$$\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}) = 9K[\varepsilon_1(\bar{\sigma}) - \bar{\varepsilon}] \quad (17)$$

如果材料的实验曲线具有如下线性关系

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\bar{\sigma}) = \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (18)$$

将式 (18) 代入式 (17) 即有 $\bar{\sigma}$ 与 $\bar{\varepsilon}$ 也具有线性关系

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{(1/E) - (1/9K)} \cdot \bar{\varepsilon} = 3G\bar{\varepsilon} \quad (19)$$

2 用户子程序

以上述本构模型为基础编写 Umat 子程序，然后导入 ABAQUS 中进行计算，计算参数如表 1，具体流程如下所示：

- (1) 初始化材料参数
- (2) 预测 H 值并计算试探应力
- (3) 根据应变值和试探应力确定是否需要对其进行修正
- (4) 根据方程 (8) 计算杨氏模量矩阵
- (5) 更新应力和 H 值

表 1 TiNi 形状记忆合金的物理参数

计算参数 / 单位	取值
纯奥氏体和奥氏体杨氏模量 E /GPa	41.8
最大残余应变 ε_L /(mm·mm ⁻¹)	0.0314
泊松比	0.33
相变模量 E^* /GPa	2.90
马氏体起始应力 σ_{Ms} /MPa	342
马氏体结束应力 σ_{Mf} /MPa	407
奥氏体起始应力 σ_{As} /MPa	149
奥氏体结束应力 σ_{Af} /MPa	85

3 典型算例

为了验证所嵌入本构的正确性，对 TiNi 合金板状试件准静态拉伸实验进行了数值模拟，试件尺寸如图 2 所示，试件厚度为 1.2 mm。图 3 为数值网格划分图，夹持段和实验段采用六面体线性减缩积分单元 (C3D8R)，过渡段采用八节点六面体非协调模式单元 (C3D8I)，对其中的关键区域进行了加密处理。试件一端固定，另一端以一定的速度加载，以保持其应变率为 10⁻⁴/s。

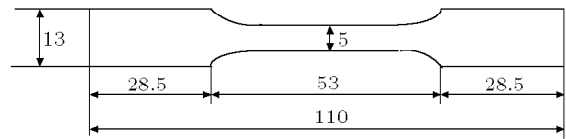


图 2 MTS 加载试件示意图

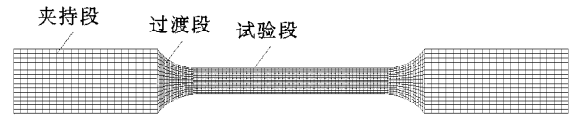


图 3 数值模拟网格划分图

图 4 为数值模拟曲线与实验 - 理论结果的对比图，对于奥氏体弹性段、马氏体弹性段和正相变平台段，数值模拟结果和实验结果吻合良好；数值模拟的逆相变平台在试验结果之上。数值模拟说明此本构对一维应力条件的模拟结果的正确性，并且由于使用了三维本构，对其他更加复杂的边界条件或者应力条件可类似地推广和模拟，由于缺少相应

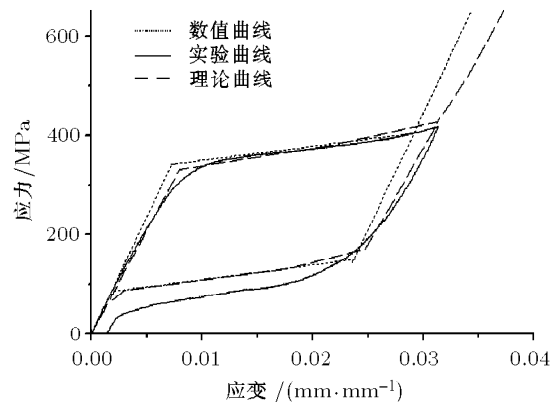


图 4 数值模拟和实验、理论对比

的实验数据, 这里未给出本构关系在复杂条件下的数值模拟验证.

4 结束语

本文对 Tang 等提出的本构模型进行了简化, 同时利用假设推广其到了三维应力空间, 为了验证结果的正确性, 随之利用 ABAQUS/Standard 模块所提的二次开发接口程序 UMAT, 将本构关系导入其中, 以伪弹性 TiNi 合金板状试件的准静态力学实验为例, 进行了数值模拟, 数值模拟结果和实验保持了良好的一致性, 说明了所提出的简化本构关系的有效性.

参 考 文 献

- 1 Buehler W, Gilfrich J, Wiley R. Effect of lowtemperature phase changes on the mechanical properties of alloys near composition TiNi. *J Appl Phys*, 1963, 34: 1475-1477
- 2 赵连城, 蔡伟, 郑玉峰. 合金的形状记忆效应与超弹性. 北京: 国防工业出版社, 2002
- 3 Wu Huimin, Wang Yu, Tang Zhiping. Response of a TiNi end-clamped beam under dropping hammer shock. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(3): 40-45
- 4 Wang YF, Yue ZF, Wang J. Experimental and numerical study of effect of the superelastic behaviour on NiTi thin-walled tube under biaxial loading. *Computational Materials Science*, 2007, 40: 246-254
- 5 Naito Hisashi, Matsuzaki Yuji, et al. Experimental and analytical studies on stress-strain-temperature relationship of TiNi shape memory alloy subjected to cyclic loadings. *Japan Society of Mechanical Engineers*, 2003, 69(3): 515-522
- 6 李庭杰, 胡长华, 胡更开. 记忆合金丝拔出的实验研究. *力学与实践*, 2008, 30(4): 44-46 (Li Tingjie, Hu Changhua, Hu Gengkai. Experimental study of pull-out test for SMA fiber. *Mechanics in Engineering*, 2008, 30(4): 44-46 (in Chinese))
- 7 Tang ZP, Gupta YM. Shock induced phase transition in cadmium sulphide dispersed in an elastomer. *J Appl Phys*, 1988, 64(4): 1827-1837
- 5 Wu TY. Hydrodynamics of swimming propulsion. 1. swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid. *J Fluid Mech*, 1971, 46: 337-355
- 6 Cheng JY, Zhuang LX, Tong BG. Analysis of swimming 3-D waving plate. *J Fluid Mech*, 1991, 232: 341-355
- 7 童秉纲, 庄礼贤. 描述鱼类波状游动的流体力学模型及其应用. *自然杂志*, 1998, 20: 1-7 (Tong Binggang, Zhuang Lixian. Hydrodynamic model for fish's undulatory motion and its applications. *Nature Magazine*, 1998, 20: 1-7 (in Chinese))
- 8 梁建宏, 王田苗, 魏洪兴等. 水下仿生机器鱼的研究进展 II —— 小型实验机器鱼的研制. *机器人*, 2002, 24(3): 234-238 (Liang Jianhong, Wang Tianmiao, Wei Hongxing, et al. Researchful development of underwater robofish II-development of a small experimental robofish. *Robot*, 2002, 24(3): 234-238 (in Chinese))
- 9 谢海斌, 沈林成, 张代兵. 柔性长鳍波动推进动力学分析. *力学与实践*, 2006, 28(4): 14-19 (Xie Haibin, Shen Lincheng, Zhang Daibing. Dynamic analysis of undulatory propulsion of long flexible fin. *Mechanics in Engineering*, 2006, 28(4): 14-19 (in Chinese))
- 10 徐新生, 孙发明. 自然界鱼类游动的力学现象和丰富多彩的仿生鱼设计. *力学与实践*, 2008, 31(3): 109-114 (Xu Xinsheng, Sun Faming. Mechanical phenomenon of fish swimming and design of robot fish. *Mechanics in Engineering*, 2008, 31(3): 109-114 (in Chinese))
- 11 敬军. 鱼类 C 形起动的运动特性及机理研究 [博士学位论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2005 (Jing Jun. Hydrodynamic characteristics and mechanisms of fish C-type fast-start swimming. [PhD thesis]. University of Science and Technology of China, 2005 (in Chinese))
- 12 Triantafyllou GS, Triantafyllou MS, Grosenbaugh MA. Optimal thrust development in oscillating foils with application to fish propulsion. *J Fluids Struct*, 1993, 7: 205-224
- 13 Triantafyllou GS, Triantafyllou MS, Grosenbaugh MA. Thrust mechanism in flapping foils and optimal fish propulsion. M.I.T, Sea Grant Report, NA86AA-DSG089, 1991. 26
- 14 吴锤结, 王亮. 自主游动仿生鱼群的模拟与控制. *中国力学学术大会 2007 论文集 (下)*, 2007. 463 (Wu Chuijie, Wang Liang. The simulation and control of swimming fish group. CCTAM 2007, 2007, 2: 463 (in Chinese))
- 15 王亮, 吴锤结. 自主游动仿生鱼群中的节能机制. *中国力学学术大会 2007 论文集 (下)*, 2007. 462 (Wang Liang, Wu Chuijie. The saving energy mechanism of swimming fish group. CCTAM 2007. 462 (in Chinese))

(责任编辑: 刘俊丽)

(上接第 30 页)

(责任编辑: 刘 丽)