

# 不规则逆行木卫群母体的动力学参量估算

潘彩娟<sup>\*,†,1)</sup>

<sup>\*</sup>(百色学院物理与电信工程系, 广西百色 533000) <sup>†</sup>(中国科学技术大学天体物理中心, 合肥 230051)

**摘要** 根据已探测到的不规则逆行木星卫星群的有关数据, 在不规则逆行木星卫星群母体分裂前相对木星的运动轨道为圆锥曲线的前提条件下, 利用力学公式估算出不规则逆行木星卫星群母体的动力学参量.

**关键词** Ananke 群母体, Carme 群母体, Pasiphae 群母体, 动力学参量

中图分类号: P134.3 文献标识码: A

文章编号: 1000-0879(2009)03-087-03

## 引言

在太阳系中木星拥有大量的卫星, 随着 CCD 探测器灵敏度的提高, 木星卫星的数目不断攀升, 更远、更暗、更小的不规则逆行木星卫星也不断被探测到. 所谓不规则逆行木星卫星, 是指具有大轨道半长轴, 大的偏心率, 高轨道倾斜度, 运动方向与木星绕行方向相反的卫星.

从国外研究小组在网上<sup>[1]</sup>公布的最新木星卫星的数据中, 我们摘取不规则逆行木星卫星的有关数据如表 1. 按照卫星的大小、形状和轨道倾斜度可进一步细分为 Ananke 群、Carme 群、Pasiphae 群<sup>[2]</sup>, 3 个截然不同的卫星群却都是由一个大的卫星 ( $r > 14$  km) 和许多较小的卫星 ( $r < 2$  km) 所组成.

木星的 Hill 球的半径<sup>[2]</sup>

$$r_H = a_J \left( \frac{M_J}{3M_S} \right)^{1/3} \quad (1)$$

其中  $M_J$ ,  $M_S$  分别是木星和太阳的质量, 木星的轨道半长轴  $a_J \approx 5AU$ ,  $M_J/M_S \approx 10^{-3}$ , 因此, 木星的 Hill 球的半径为

$$r_H \approx 0.35AU \quad (2)$$

目前探测到的不规则逆行木星卫星离木星的距离达到 0.22 AU, 它们处于木星引力作用的临界范围上, 因此, 不规则逆行木星卫星及有可能是木星在形成的早期从日心轨道上俘获的小行星或彗星分裂而成<sup>[2]</sup>, 这些被木星俘获的物体, 我们称为不规则逆行木卫群的母体.

## 1 不规则逆行木卫群母体的平均半径

不规则逆行木卫群是母体分裂而成, 同一群卫星密度相同, 母体分裂前后质量不变, 则母体平均半径  $r_P$  与卫星的平均半径  $r_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 的关系为

$$r_P^3 \approx r_1^3 + r_2^3 + \dots + r_n^3 \quad (3)$$

根据表 1 中的数据, 我们可以推算出 Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 群母体的平均半径依次为 14.15 km, 23.04 km, 31.53 km.

因此, 我们可以进一步推算, 卫星群中最大卫星的质量与母体的质量的比  $m_{\max}/m_P$ , Ananke 群、Carme 群、Pasiphae 群分别为 0.97, 0.99, 0.78, 三群卫星的  $m_{\max}/m_P \approx 1$ . 具有  $m_{\max}/m_P \approx 1$  的卫星群, 表明投射物体的总能量略大于使它们分裂的能量<sup>[2]</sup>. 如果不规则逆行木卫群母体是被投射物的碰撞后分裂, 那么投射物的质量与母体的质量相比是很小的, 而且投射物的总能量也小于母体的总能量.

## 2 不规则逆行木卫群及其母体运动轨道类型

观测表明, 不规则逆行木卫群相对木星的运动轨道为椭圆. 由表 1 可见, 同一群不规则逆行木卫相对木星的距离较集中, 而且轨道倾斜度近似相等, Ananke 群 ( $a \approx 292R_J$ ,  $i \approx 148^\circ$ )、Carme 群 ( $a \approx 327R_J$ ,  $i \approx 165^\circ$ )、Pasiphae 群 ( $a \approx 329R_J$ ,  $i \approx 152^\circ$ ), 可见, 同一群卫星的运动轨道近似共面.

根据卫星总能量与椭圆半长轴的关系式<sup>[3]</sup>

$$E = -\frac{GM_J m}{2a} \quad (4)$$

其中  $G$  为引力常数,  $m, a$  分别为木卫的质量和轨道半长轴, 因此, 不规则逆行木卫群的总能量为

$$\sum_{i=1}^n E_i = -\frac{GM_J m_1}{2a_1} - \frac{GM_J m_2}{2a_2} - \dots - \frac{GM_J m_n}{2a_n} \quad (5)$$

卫星做椭圆轨道运动的轨道角动量公式<sup>[4]</sup>

$$J = m \sqrt{G(M_J + m)a(1 - e^2)} \quad (6)$$

同一群卫星的运动轨道近似共面. 因此, 同一群卫星的轨道角动量方向近似相同, 且  $m \ll M_J$ , 所以不规则逆行木卫群的总轨道角动量为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n J_i &\approx m_1 \sqrt{GM_J a_1 (1 - e_1^2)} + \\ & m_2 \sqrt{GM_J a_2 (1 - e_2^2)} + \dots + \\ & m_n \sqrt{GM_J a_n (1 - e_n^2)} \end{aligned} \quad (7)$$

2008-04-23 收到第 1 稿, 2009-03-27 收到修改稿.

1) 潘彩娟, 1965 年生, 女, 广西百色市人, 副教授, 主要从事力学教学及天体物理研究. E-mail: pancaijuan@163.com

表 1 不规则逆行木星卫星基本数据

| 木卫名称       | 轨道半长轴<br>$a/\text{km}$ | 轨道对黄道面<br>的倾角<br>$i/(\text{°})$ | 轨道偏心率<br>$e$ | 公转周期<br>$/\text{days}$ | 平均直径<br>$/\text{km}$ |
|------------|------------------------|---------------------------------|--------------|------------------------|----------------------|
| Ananke 群   |                        |                                 |              |                        |                      |
| Euporie    | 19 302 000             | 145.8                           | 0.144        | 550.7                  | 2                    |
| Orthosie   | 20 721 000             | 145.9                           | 0.281        | 622.6                  | 2                    |
| Euanthe    | 20 799 000             | 148.9                           | 0.232        | 620.6                  | 3                    |
| Thyone     | 20 940 000             | 148.5                           | 0.229        | 627.3                  | 4                    |
| Mneme      | 21 069 000             | 148.6                           | 0.227        | 620.0                  | 2                    |
| Harpalyke  | 21 105 000             | 148.6                           | 0.226        | 623.3                  | 4                    |
| Hermippe   | 21 131 000             | 150.7                           | 0.210        | 633.9                  | 4                    |
| Praxidike  | 21 147 000             | 149.0                           | 0.230        | 625.3                  | 7                    |
| Thelxinoe  | 21 162 000             | 151.4                           | 0.221        | 628.1                  | 2                    |
| Iocaste    | 21 269 000             | 149.4                           | 0.216        | 631.5                  | 5                    |
| Ananke     | 21 276 000             | 148.9                           | 0.244        | 610.5                  | 28                   |
| Carme 群    |                        |                                 |              |                        |                      |
| Arche      | 22 931 000             | 165.0                           | 0.259        | 723.9                  | 3                    |
| Pasithee   | 23 096 000             | 165.1                           | 0.267        | 719.5                  | 2                    |
| Chaldene   | 23 179 000             | 165.2                           | 0.251        | 723.8                  | 4                    |
| Kale       | 23 217 000             | 165.0                           | 0.260        | 729.5                  | 2                    |
| Isonoe     | 23 217 000             | 165.2                           | 0.246        | 725.5                  | 4                    |
| Aitne      | 23 231 000             | 165.1                           | 0.264        | 730.2                  | 3                    |
| Erinome    | 23 279 000             | 164.9                           | 0.266        | 728.3                  | 3                    |
| Taygete    | 23 360 000             | 165.2                           | 0.252        | 732.2                  | 5                    |
| Carme      | 23 404 000             | 164.9                           | 0.253        | 702.3                  | 46                   |
| Kalyke     | 23 583 000             | 165.2                           | 0.245        | 743.0                  | 5                    |
| Eukelade   | 23 661 000             | 165.5                           | 0.272        | 746.4                  | 4                    |
| Kallichore | 24 043 000             | 165.5                           | 0.264        | 764.7                  | 2                    |
| Pasiphae 群 |                        |                                 |              |                        |                      |
| Helike     | 21 263 000             | 154.8                           | 0.156        | 634.8                  | 4                    |
| Eurydome   | 22 865 000             | 150.3                           | 0.276        | 717.3                  | 3                    |
| Autonoe    | 23 039 000             | 152.9                           | 0.334        | 762.7                  | 4                    |
| Sponde     | 23 487 000             | 151.0                           | 0.312        | 748.3                  | 2                    |
| Pasiphae   | 23 624 000             | 170.5                           | 0.409        | 708.0                  | 58                   |
| Megaclite  | 23 806 000             | 152.8                           | 0.421        | 752.8                  | 6                    |
| Sinope     | 23 939 000             | 158.1                           | 0.250        | 724.5                  | 38                   |
| Hegemone   | 23 947 000             | 155.2                           | 0.328        | 739.6                  | 3                    |
| Aoede      | 23 981 000             | 158.3                           | 0.432        | 761.5                  | 4                    |
| Callirrhoe | 24 102 000             | 147.1                           | 0.283        | 758.8                  | 7                    |
| Cyllene    | 24 349 000             | 149.3                           | 0.319        | 737.8                  | 2                    |
| Kore       | 24 543 000             | 145.0                           | 0.325        | 779.2                  | 2                    |

母体在木星的引力作用范围内被俘获，木星对母体的引力是主要的，其它星体的摄动可忽略，木星对其卫星的作用遵守万有引力平方反比定律<sup>[5]</sup>，在木星的引力作用下，母体相对木星的轨道为圆锥曲线。

2.1 不规则逆行木卫群母体的轨道为椭圆

假设母体被木星俘获后相对木星做椭圆轨道运动，则母体的总能量  $E_P < 0$ ，偏心率  $e_P < 1$ 。如果一颗半径为 1 km 的彗星以 5 km/s 的速率撞击，彗星一半的动能就足以使一颗半径 25 km 的母体分裂<sup>[2]</sup>。

与母体系统的总能量相比，投射物的总能量可忽略。因此，母体分裂前后系统总能量近似相等，则由式 (4)、(5) 可得

$$\frac{r_P^3}{a_P} \approx \frac{r_1^3}{a_1} + \frac{r_2^3}{a_2} + \dots + \frac{r_n^3}{a_n} \quad (8)$$

其中  $a_P$  为母体的轨道半长轴。根据式 (8)，我们可以求得 Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 群母体的轨道半长轴依次为 21 265 000 km, 23 395 000 km, 23 687 000 km。

母体分裂前后只受木星引力的作用，在木星有心力的作用下，母体分裂前后的轨道角动量相等，由式 (6)、(7) 可得

$$r_P^3 \sqrt{a_P(1 - e_P^2)} \approx r_1^3 \sqrt{a_1(1 - e_1^2)} + r_2^3 \sqrt{a_2(1 - e_2^2)} + \dots + r_n^3 \sqrt{a_n(1 - e_n^2)} \quad (9)$$

根据式 (9)，容易求得 Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 群母体的运动轨道的偏心率依次为 0.243 3, 0.250 8, 0.379 5。

母体离木星的最近距离

$$r_{\min} = a_P(1 - e_P) \quad (10)$$

根据式 (10)，可估算出 Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 群母体离木星的最近距离分别为 16 121 000 km, 17 528 000 km, 14 698 000 km.

母体从被俘获到分裂前系统的机械能近似相等

$$\frac{1}{2}m_P v_P^2 - \frac{GM_J m_P}{a_P(1 - e_P)} \approx -\frac{GM_J m_P}{2a_P} \quad (11)$$

所以，母体在近木点的速率为

$$v_P \approx \sqrt{\frac{GM_J(1 + e_P)}{a_P(1 - e_P)}} \quad (12)$$

如果母体相对木星的运动轨道为椭圆，则在近木点时 Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 群母体的速率分别为 3.12 km/s, 3.01 km/s, 3.45 km/s.

利用式 (12)，可以计算出卫星群中最大的卫星在近木点时的速率  $v_{\max}$ ，Ananke 卫星、Carme 卫星、Pasiphae 卫星分别为 3.13 km/s, 3.01 km/s, 3.57 km/s. 由此，可以进一步推算，卫星群中最大卫星在近木点的动能与母体在近木点的动能的比率  $E_{k \max}/E_{kP}$ ，Ananke 群、Carme 群、Pasiphae 群分别为 0.98, 0.99, 0.83, 三群卫星的  $E_{k \max}/E_{kP} \approx 1$ . 可见，如果母体相对木星做椭圆轨道运动，那么卫星群中最大卫星的力学参量与母体分裂前的力学参量近似相同.

## 2.2 不规则逆行木卫群母体的轨道为抛物线

母体分裂前相对木星的运动轨道为抛物线，母体的总能量  $E_P = 0$ ，偏心率  $e_P = 1$ . 母体在近木点的距离为  $q$ ，母体做抛物线运动的轨道角动量为<sup>[4]</sup>

$$J_P = m_P \sqrt{2GM_J q} \quad (13)$$

母体分裂前后轨道角动量相等，则

$$r_P^3 \sqrt{2q} \approx r_1^3 \sqrt{a_1(1 - e_1^2)} + r_2^3 \sqrt{a_2(1 - e_2^2)} + \dots + r_n^3 \sqrt{a_n(1 - e_n^2)} \quad (14)$$

从式 (14) 可以估算出 Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 母体在近木点的距离分别为 10 010 000 km, 10 961 000 km, 10 138 000 km.

因为  $E_P = 0$ ，母体总能量可写为

$$\frac{1}{2}m_P v_P^2 - \frac{GM_J m_P}{q} = 0 \quad (15)$$

母体在近木点时的速率为

$$v_P = \sqrt{\frac{2GM_J}{q}} \quad (16)$$

如果母体相对木星做抛物线运动，Ananke 群母体、Carme 群母体、Pasiphae 群母体离木星最近时的速率分别为 5.03 km/s, 4.81 km/s, 4.99 km/s.

同样可以推算出，卫星群中最大卫星在近木点的动能与母体在近木点的动能的比  $E_{k \max}/E_{kP}$ ，Ananke 群、Carme 群、Pasiphae 群分别为 0.38, 0.39, 0.40，三群卫星的  $E_{k \max}/E_{kP} \approx 0.40$ ，卫星群中最大卫星的动能所占的比率较低，由此可推测，母体分裂前后动能发生了较大损失.

## 2.3 不规则逆行木卫群母体的轨道为双曲线

母体分裂前相对木星的运动轨道为双曲线，则母体的总能量  $E_P > 0$ ，偏心率  $e_P > 1$ ，而且在近木点时的速率  $v > v_P$ .

母体在近木点时的总能量

$$E = \frac{1}{2}m_P v^2 - \frac{GM_J m_P}{a_P(e_P - 1)} > 0 \quad (17)$$

母体做双曲线运动的速率大于逃逸速率，即

$$v > v_P = \sqrt{\frac{2GM_J}{q}} \quad (18)$$

$$r_{\min} = a_P(e_P - 1) \quad (19)$$

所以，母体在近木点的距离

$$r_{\min} < q \quad (20)$$

可见，母体相对木星的轨道是双曲线时，母体离木星的最近距离比其它两种情况的近木点距离都小，而母体在近木点的速率却比其它两种情况的都大，由此可推测，卫星群中最大卫星在近木点的动能与母体在近木点的动能的比  $E_{k \max}/E_{kP} < 0.40$ ，母体分裂前后至少有一半的动能损失.

## 3 结 论

从理论上，我们对不规则逆行木卫群母体的动力学的一些参量进行了估算. 虽然我们的参考系是建立在木星系上的，而且忽略木星的自转及其它星体摄动的影响，计算结果是在一定的近似条件下得出的，但对实际研究不规则逆行木卫群的成因提供有意义的数值参考.

## 参 考 文 献

- 1 Scoot S. Sheppard, <http://www.dtm.ciw.edu/sheppard/satellites>, 2005
- 2 Scoot S. Sheppard, David C. Jewitt. An abundant population of small irregular satellites around Jupiter. *Nature*. 2003(423): 261~263
- 3 卢圣治主编. 理论力学基本教程. 北京: 北京师范大学出版社, 2004. 261
- 4 易照华等编著. 天体力学引论. 北京: 科学出版社, 1978. 24,26,28
- 5 潘彩娟. 利用双对数坐标图研究木星卫星的一些力学特征. *大学物理*, 2007, 26(10): 18~19